

Pisarenko Harmonic Decomposition 에 의한 배경 뇌파 파워 스펙트럼 분석에 관한 연구

○ 정 명진 * 황 수용 최 갑식
 명지대학교 전자공학과 * 경기개발대학 전자공학과

A Study on the Power Spectral Analysis of Background EEG with Pisarenko Harmonic Decomposition

Myung-Jin Jung * Soo-Young Hwang Kap-Seok Choi
 Dept. of Electronics Eng., Myoung Ji Univ.
 * Dept. of Electronics Eng., Kyonggi Open Univ.

ABSTRACT

With the stochastic process which consists of the harmonic sinusoid and the white noise, the power spectrum of background EEG is estimated by the Pisarenko Harmonic Decomposition.

The estimating results are examined and compared with the results from the maximum entropy spectral estimation, and the optimal order of this model can be determined from the eigen value's fluctuation of autocorrelation of background EEG. From the comparing results, this paper ensures that this method is possible to analyze the power spectrum of background EEG.

1. 서론

인간의 대뇌피질에서는 불규칙한 전위의 변동 현상이 일어난다. 이러한 변위 현상을 전기적인 신호로 측정된 것을 뇌파(Electroencephalogram; EEG)라 한다. 정상인의 안정태인 상태에서 취한 기본적인 배경뇌파는 크기가 수십 마이크로 볼트[μV]이며 σ -대역(1-3.99Hz), θ -대역(4-7.99Hz), α -대역(8-12.99Hz), β -대역(13-30Hz)으로 나눌 수 있으며 주성분은 α -대역으로 알려져 있다.^{1,2)}

뇌파의 특징을 고찰하는데 있어서는 뇌파의 시계열 데이터에 대해서 선형 예측 모델을 가정하고 모델의 극에 따라 뇌파의 특징을 나타내는 방법과 모델의 파라미터를 얻은후 그 값으로 뇌파의 파워 스펙트럼을 얻는 방법등 여러가지 방법이 연구되고 있다.^{3)~7)}

본 논문에서는 배경뇌파의 시계열 데이터를 복소 정현함수와 백색잡음으로 이루어진 확률과정으로 보고 배경뇌파의 파워 스펙트럼 추정용 ARMA (Autoregressive moving average) 모델중 AR

부분의 MA 부분의 차수와 파라미터가 같다고 본 Pisarenko Harmonic Decomposition (PHD)으로 시도한다.

2. Pisarenko Harmonic Decomposition 에 의한 뇌파 파워 스펙트럼 추정

배경뇌파의 시계열 데이터를 복합정현함수와 백색잡음으로 이루어진 확률과정으로 하여 PHD 에 의한 파워 스펙트럼을 추정하기 위하여 먼저 다음의 같은 등식을 생리한다.⁸⁾

$$\text{SIN}(\Omega n) = 2\cos\Omega \text{SIN}(\Omega(n-1)) - \text{SIN}(\Omega(n-2)) \quad \text{---(1)}$$

여기서 $\text{SIN}(\Omega n)$ 은 시점 n 에서의 정현파 샘플치이고 $\Omega = 2\pi f \Delta t$ ($-1/2\Delta t < f < 1/2\Delta t$, Δt) 는 샘플링 주기이다.

만약 $\text{SIN}(\Omega n)$ 을 시점 n 에서의 샘플 데이터 X_n 으로 놓으면 식(1)은 다음의 같은 2차 차분방정식이 된다.

$$X_n = (2\cos\Omega)X_{n-1} - X_{n-2} \quad \text{---(2)}$$

즉, 현재의 정현함수의 값은 두개의 과거시점 X_{n-1} , X_{n-2} 값으로 표시될 수 있다.

그러므로 P 개의 정현함수 $\sin(2\pi f_i \Delta t)$ ($i=1, \dots, P$)로 이루어진 과정은 $2 \times P$ 차 차분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$X_n = \sum_{m=1}^{2P} A_m X_{n-m} \quad \text{---(3)}$$

식 (3)을 Z 변환시켜 Z 의 근들을 구해보면

$$\begin{aligned} & Z^{2P} + A_1 Z^{2P-1} + \dots + A_{P-1} Z^{P+1} + A_P Z^2 + \dots + A_{2P} \\ &= \prod_{i=1}^P (Z - Z_i)(Z - Z_i^*) \\ &= \prod_{i=1}^P (Z - \text{Exp}(j2\pi f_i \Delta t))(Z - \text{Exp}(-j2\pi f_i \Delta t)) = 0 \end{aligned} \quad \text{---(4)}$$

이다. 여기서 Z_i 와 Z_i^* 는 공액 복소수이다. 그리고 P 개의 정현함수의 주파수 f_i ($i=1, \dots, P$)는 다음 식으로 주어진다.

$$f_i = [\tan^{-1} \{ \text{Im}(Z_i) / \text{Re}(Z_i) \}] / 2\pi \Delta t, \quad i=1, 2, \dots, P \quad \text{-----}(5)$$

따라서 P 개의 정현함수의 주파수 f_i 를 구하기 위해서는 식(3)의 계수들을 알아야만 한다. 만약 뇌파가 P 개의 정현함수의 합성파로 이루어졌다고 가정하고 뇌파의 생성 원인을 백색 잡음 W_n 으로 하여 ARMA 모델로 모델링할 때 AR (Autoregressive) 부분과 MA (Moving average) 부분의 차수의 파라미터를 동일하게 놓으면 모델식은 다음과 같은 식이 된다.

$$X_n = -\sum_{m=1}^{2P} A_n X_{n-m} + \sum_{m=1}^{2P} A_m W_{n-m} \quad \text{-----}(6)$$

여기서 $A_0=1$ 이다.

뇌파의 시계열 모델식인 식(6)을 행렬식으로 나타내면

$$X^T A = W^T A \quad \text{-----}(7)$$

이고, 여기서

$$\begin{aligned} X^T &= [X_n, X_n, \dots, X_{n-2p}] \\ A^T &= [1, A, \dots, A_{2p}] \\ W^T &= [W_n, W_n, \dots, W_{n-2p}] \end{aligned}$$

이다.

식(7)에 벡터 X 를 곱하고 기대치를 취하면

$$E[X X^T] A = E[X W^T] A \quad \text{----}(8)$$

이다. 여기서 $E[\cdot]$ 는 기대치를 말한다. 식(8)의 우변을 위해서는 식(6)을 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} X_n &= -\sum_{m=1}^{2P} A_n X_{n-m} + \sum_{m=1}^{2P} A_m W_{n-m} + W_n \\ &= Y_n + W_n \end{aligned} \quad \text{-----}(9)$$

여기서

$$Y_n = -\sum_{m=1}^{2P} A_n X_{n-m} + \sum_{m=1}^{2P} A_m W_{n-m}$$

이다. 따라서 벡터 X 는

$$X = Y + W \quad \text{-----}(10)$$

이고, 여기서

$$Y = [Y_n, Y_{n-1}, Y_{n-2}, \dots, Y_{n-p}]$$

이다. 백색 잡음은 무상관 관계를 갖고 평균치가 영이고 분산이 σ_w^2 이라면 식(8)의 우변은

$$\begin{aligned} E[X W^T] A &= E[(Y+W) W^T] A \\ &= (W W^T) A = \sigma_w^2 A \end{aligned} \quad \text{-----}(11)$$

이고, 좌변은

$$E[X X^T] = R_{XX} = \begin{bmatrix} R_{XX}(0), \dots, R_{XX}(-2p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{XX}(2p), \dots, R_{XX}(0) \end{bmatrix} \quad \text{-----}(12)$$

이다. 여기서 $R_{XX}(i)$ 는 시계열 X_n 의 자기상관함수이고 R_{XX} 는 자기상관행렬이다. 따라서 식(8)은

$$R_{XX} A = \sigma_w^2 A \quad \text{-----}(13)$$

이다. 식(13)은 뇌파의 시계열 데이터 자기상관함수 행렬 R_{XX} 의 고유값이 백색잡음 분산인 고유 방정식이다. 식(13)의 파라미터 벡터 A 는 첫번째 원소가 "1"이고 고유값이 σ_w^2 일때의 고유벡터이다. 파라미터 A 를 구하기 위해서는 최소 고유값을 알아야 하나 P 개의 정현함수의 백색잡음으로 이루어진 과정에서는 R_{XX} 의 차원이 $(2p+1) \times (2p+1)$ 이거나 또는 그보다 클 때는 R_{XX} 의 고유값중 제일 작은 것에 해당 된다.

다시 말하면 R_{XX} 의 최소 고유값은 차수가 증가함에 따라 일정한 값으로 수렴한다.

그러나 뇌파는 불규칙한 신호이므로 뇌파 시계열 자기상관 행렬의 최소 고유값은 임의의 값으로 수렴이 되지 않으므로 임의의 차수 m 개에서의 최소 고유값과 차수 $m+1$ 의 최소 고유값이 거의 변화가 없을 때 최적차수 m 을 선택한다.⁶⁾

그리고 파워 스펙트럼은 다음식으로 주어진다.

$$R_{XX}(k) = \sum_{i=1}^P P_i \cos(2\pi f_i k \Delta t), \quad k=1, 2, \dots, P \quad \text{-----}(14)$$

여기서 P_i 는 주파수 f_i 에 대응되는 파워 스펙트럼이다.

3. 시스템 및 실험결과

(1) 시스템

PID에 의한 배경뇌파의 파워 스펙트럼 추정을 위하여 구성된 시스템 계통도는 그림1 과 같다.

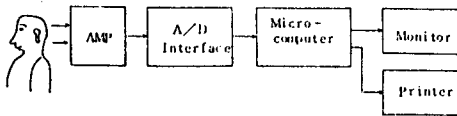


Fig. 1. The diagram of system for estimating the power spectrum of background EEG.

배경뇌파를 검출하기 위한 전극으로서는 두피 전극중 원판형 전극(disk electrode)을 사용하였으며 전극을 고정하기 위하여 식염수에 적신 면과 전극물(electrode past)를 사용하였다. 배경뇌파의 전기적인 현상은 신호대비가 낮고 외부로부터 전기적 방해를 받기 쉬우므로 뇌파의 증폭부는 불필요한 외부잡음을 제거하기 위한 필터가 필요하다. 뇌파는 $[uV]$ 단위의 크기이고 생체에서의 전류는 $10^{-9} \sim 10^{-8}$ [A] 정도이므로 증폭기의 입력 임피던스는 $50[M\Omega]$ 이상 되어야 하며 A/D 인터페이스의 입력이 되기 위해서는 $120[dB]$ 이상 되어야 한다. 배경뇌파의 주파수는 $30[Hz]$ 미만이므로 필터의 차단주파수 $30[Hz]$ 인 저역통과필터가 필요하다. 그래서 본, 실험에서는 이러한 조건을 갖춘 4채널 생체 신호기록기 360시스템(日本 三榮社)을 사용하였다. A/D 인터페이스는 증폭기로부터 출력되는 아날로그 신호를 디지털 신호로 변환하여 컴퓨터에 입력시키기 위한 것으로서 A/D 컨버터는 12 비트 A/D 컨버터 MD574A를 사용하였고 샘플링 주기는 배경뇌파의 주파수가 $30[Hz]$ 미만이므로 1.56×10^{-2} [sec]로 표본화 하였다. 마이크로 컴퓨터는 IBM PC-AT 를 사용하였다.

(2) 실험 결과

배경뇌파를 검출하기 위하여 정신 상인 남자(남, 10 명, 24~27 세) 를 입실에서 편인히 눕힌 다음 전기적으로 불활성인 귀볼(A1, A2) 과 활성인 후두부(O1, O2) 에 전극을 부착하여 두 전극간의 전위차 변동을 단극도출입으로 검출하였다 그림 2는 검출된 배경뇌파의 일부이다.

이러한 뇌파들로부터 파워 스펙트럼 추정을 하기 위해서 우선 모델의 차수를 선택해야 하

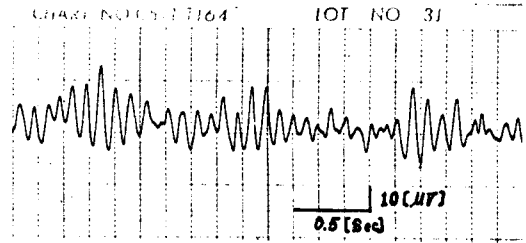


Fig. 2. Law EEG

는데 모델의 차수는 뇌파의 시계열 데이터에 대한 자기상관함수의 최소 고유값이 일정한 값으로 수렴되기 시작하는 차수로 결정해야 하나 뇌파는 불규칙 신호이기 때문에 일정한 값으로 수렴이 되지 않는다. 그림3 은 피검자중 세사람의 차수에 따른 최소 고유값을 나타낸 것이나

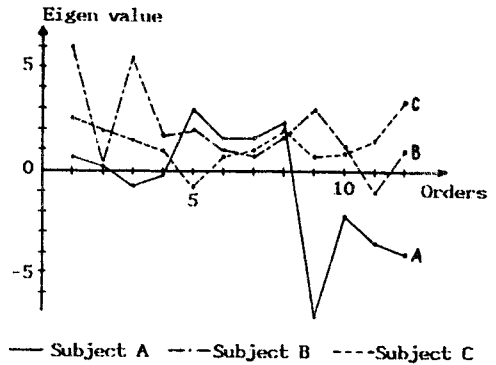


Fig. 3. The eigen value in accordance with orders

그림 3에서 보는 바와 같이 고유값은 일정한 값으로 수렴이 되지 않았으며 다른 7명의 피검자들에게서도 같은 현상이 나타났다. 그리고 피검자들의 고유값이 서로 다른 것은 사람마다 뇌파의 크기가 같지 않기 때문이다.

그러나 차수 6,7에서 고유값의 변동이 다른 차수에서 보다 작게 나타났으며 이러한 현상은 다른 피검자들도 같 다. 따라서 제 2장에서 언급한 대로 불규칙한 신호에 대해서는 고유값의 변화가 적은 때의 차수를 선택한다면 배경뇌파에 대한 모델의 차수는 6차로 선택되어야 한다 그림 4,5,6과 그림 7,8,9는 그림 3의 피검자 A 의 배경뇌파로부터 차수를 5,6,7차로 하여 각각 얻은 파라미터 벡터를 식(5)의 Z-변환식에 대입하여 얻은 근들과 근들로부터 구한 주파수와 자기상관함수들로부터 얻은 파워 스펙트럼 분포도이다. 그림 4에서 근의 위치를 볼지만 외상이 같은 근의 주파수는 동일한 주파수로 간주한다.

그림 7,8 에서 보는 바와 같이 배경뇌파의 파워 스펙트럼 분포가 유사하게 나타나지만 고유

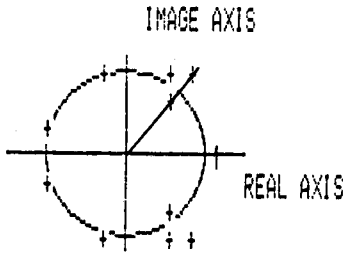


Fig. 4. The roots distribution for order 5.

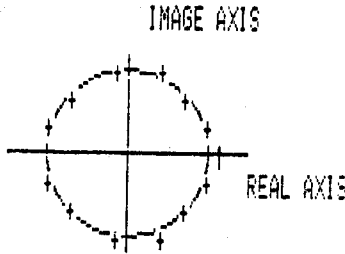


Fig. 5. The roots distribution for order 6.

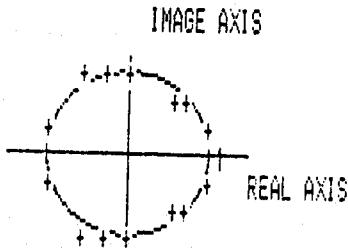


Fig. 6. The roots distribution for order 7.

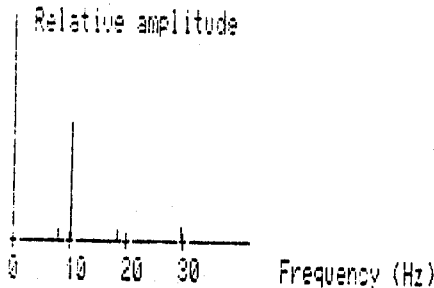


Fig. 7. Power spectrum of background EEG for order 5.

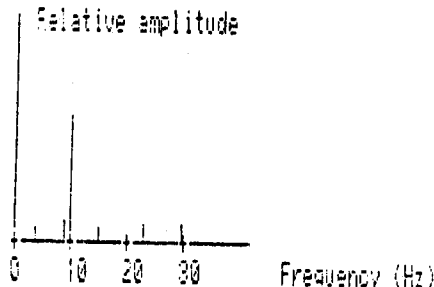


Fig. 8. Power spectrum of background EEG for order 6.

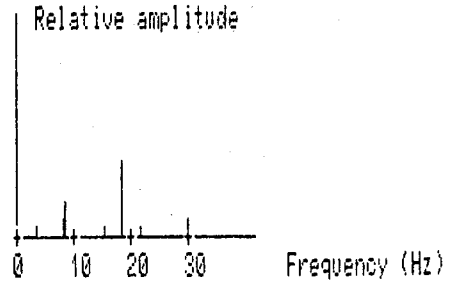


Fig. 9. Power spectrum of background EEG for order 7.

값을 고려할 때 5 차는 적합한 모델 차수로 선택할 수 있다. 차수 7의 그림 9에서는 β -대역에서 가장 큰 파워 스펙트럼이 존재하므로 이것은 차수의 선택이 잘못된 것으로 사료된다 왜냐하면 그림 7, 8, 9는 같은 배경뇌파 시계열 데이터를 처리하여 얻은 것이기 때문에 차수에 의한 주파수 이동 보다는 차수의 선택이 잘못되었기 때문이다.

그림 10은 그림 8에서 이용되었던 배경뇌파에 AR모델을 설정하여 최대 엔트로피 스펙트럼 추정법으로 (Maximum Entropy Spectral Estimation; MESE) 으로 구한 파워 스펙트럼이다.⁵⁾ 그림 10과 그림 8을 비교하여 보면 그림 10은 전형적인 배경뇌파의 파워 스펙트럼 분포를 나타내고 있으며⁶⁾ 그림 8은 그림 10의 각 대역을 대표값으로 나타내고 있는 것으로 볼 수 있으며 그림 10에서와 같이 δ -대역에서 가장 큰 스펙트럼이 존재하고 있다. 따라서 그림 8은 배경뇌파의 파워 스펙트럼 분포로도 평가할 수 있다.

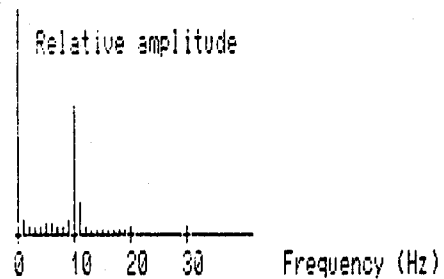


Fig. 10. The power spectrum by MESE

5. 결 론

배경뇌파의 시계열 데이터를 복합정현함수와 백색잡음으로 이루어진 위상과정으로 하이 PHD로 배경뇌파의 파워 스펙트럼을 추정한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 뇌파 시계열 데이터에 대한 자기상관행렬의 고유값의 변동차를 고려할 때 모델의

최적차수는 6차이다.

- (2) 본 방법에 의한 파워 스펙트럼과 MESE에 의한 결과와 비교하여 볼 때 본 방법에 의한 파워 스펙트럼은 MESE에 의한 파워 스펙트럼의 각 대역을 대표값으로 나타내고 있는 것으로 볼 수 있으며 두 결과가 4-대역에서 주성분을 갖고 있으므로 본 방법으로 배경노이즈의 파워 스펙트럼을 추정 및 분석이 가능하였다.

6. 참고문헌

1. Bunichi Fujimori M.D., "Analysis of Electrical Phenomena of the Brain, Method and their Application", Igaku Shoin Ltd., 1966
2. L.G. Kiloh, A.J. McComas, "Clinical Electroencephalography", pp.64-87, Butterworths Ltd: 1981
3. John Makhoul, "Linear Prediction: A Tutorial Review", Proc. IEEE, Vol.63, pp.561-580, 1975
4. Anders Isaksson, A. Wennberg, L.H. Zetterberg, "Computer Analysis of EEG Signal with Parametric Models", Proc. IEEE, Vol.69, NO.4 pp 451-461, 1981
5. J.A. Cadzow, "Spectral Estimation: An Overdetermined Rational Model Equation Approach", Proc. IEEE Vol.70, pp.907-939, 1982
6. M. Nakamura, S. Nishida, "Quantitative Analysis of 'ORGANIZATION' by Feature Extraction of the EEG Power Spectrum", Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol., Vol.60, pp.84-89, 1985
7. Nirode Mohanty, "Random Signals Estimation and Identification", pp.359-369, Van Nostrand Reinhold Co. Ltd., 1986
8. Steven M. Kay, S.L. Marple, JR. "Spectrum Analysis - A Modern Perspective", Proc. IEEE, Vol. 69, NO.11, pp.1380-1419, 1981
9. 崔甲石 "EEG 計測 시스템의 信号処理", 전자공학회지-의공생체공학특집, Vol.13, NO.3, pp.20-28, 1986