

적용 모델 추종 제어 이론을 이용한 직류 전동기 속도 제어 시스템의 설계

○ 사공 성 대*, 최 태 암**, 박 민 용*, 이 상 배*
 (*연세 대학교, **한국 전기 통신 공사)

Design of D.C Motor Speed Control System
 Using AMFC Algorithm

Sa Gong, Seong-Dae Choi, Tae Am Park, Mignon Lee, Sang Bae
 Yonsei Univ. KTA

ABSTRACT

In this paper, the application of AMFC (adaptive model - following control) algorithm to the D.C motor speed control is investigated by using the 68000 microprocessor.

Computer simulation in discrete AMFC algorithm shows that output errors caused by the external input and the variation of parameters in D.C motor are converged to zero.

1. 서 론

직류 전동기의 구동시, 부하의 관성 모멘트와 마찰등에 따라 매개 변수의 최대값과 최소값의 비가 3~100 정도의 범위를 가지며 전동기 driver의 이득값도 변한다.(1)

이와 같이 플랜트의 매개 변수값이 시간에 따라 변화거나 이들값을 정확히 알 수 없는 경우에 플랜트의 성능 지표들 (risetime, overshoot, damping) 과의 관계를 선형 모델 추종 알고리즘으로써 알 수 있지만, 이것으로는 제어기의 성능을 보장 할 수 없다.

이러한 문제를 해결하기 위해 모델과 플랜트 간의 오차를 "0"으로 수렴하도록 매개 변수를 변화시키는 적응 모델 추종 제어가 있다.(2)

(3),(4)
 본 연구는 hyperstability 이론을 사용하여 기준 모델 적응 제어를 설계하는 기법을 이용하여 안정된 적응 모델 추종 제어 시스템을 설계하여 직류 전동기의 속도 제어에 적용함으로써 고정밀 서보-모타 구동 장치를 실현 하였다.

2. 적응 모델 추종 제어 (AMFC) 시스템

적용 모델 추종 제어 시스템에서 모델과 플랜트 간의 오차를 "0"으로 수렴시키는 방법으로 보조 입력을 가하는 경우를 생각한다. 서보-모타 구동시 시간에 따라 부하가 크게 변하므로 외부 입력이 존재하는 경우에도 모델을 잘 추종 하는 병렬 적응 모델 추종 제어를 사용한다. (5)

이 시스템의 블록 선도는 아래와 같다.

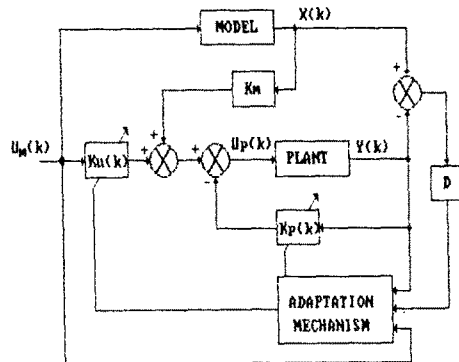


그림1. 병렬 적응 모델 추종 제어 시스템

그림1 에서의 모델과 플랜트의 상태 방정식을 각각 식(1),(2)로 나타낸다.

$$X(k+1) = A_m X(k) + B_m U_m(k) \quad (1)$$

$$Y(k+1) = A_p Y(k) + B_p U_p(k) \quad (2)$$

여기서,

$$U_p(k) = K_m X(k) + [K_u + \Delta K_u(k)] U_m(k) - [K_p + \Delta K_p(k)] Y(k) \quad (3)$$

식(3)을 식(2)에 대입하면

$$Y(k+1) = [A_p - B_p K_p + B_p K_m - B_p \Delta K_p(k)] Y(k) + B_p [K_u + \Delta K_u(k)] U_m(k) + B_p K_m [X(k) - Y(k)] \quad (4)$$

이 된다.

적용 과정을 수행하기 전 후의 플랜트의 상태

방정식을 각각 식(5), (6) 으로 한다.

$$Y(k+1) = [A_p - B_p K_p + B_p K_m - B_p \Delta K_p(k)] Y(k) + B_p [K_u + \Delta K_u(k)] U_m(k) + B_p K_m [X(k) - Y(k)] \quad (5)$$

$$Y(k+1) = [A_p - B_p K_p + B_p K_m - B_p \Delta K_p(k+1)] Y(k) + B_p [K_u + \Delta K_u(k+1)] U_m(k) + B_p K_m [X(k) - Y(k)] \quad (6)$$

AMFC 시스템은 모델과 플랜트의 상태 방정식이 식(1), (5)로 주어지는 MRAC 시스템의 형태로 변형되므로 hyperstability 이론을 이용하여 안정된 MRAC 시스템을 구하는 방법을 적용할 수 있게 된다.

모델과 플랜트의 상태 오차식은

$$E(k) = X(k) - Y(k) \quad (7)$$

$$E(k) = X(k) - Y(k) \quad (8)$$

선형 보상기를 통과한 오차는 다음과 같다.

$$V(k) = DE(k) \quad (9)$$

$$V(k) = DE(k) \quad (10)$$

여기서, D는 선형 보상기이다.

완전 모델 추종이 위한 조건은

$$A_m - A_p = B_p (K_m - K_p^0) \quad (11)$$

$$B_m = B_p K_u^0 \quad (12)$$

이며, K_p^0 와 K_u^0 는 미지수이다.

위의 조건식을 사용하여 전체 시스템을 오차 방정식으로 표현하면

$$E(k+1) = [A_m - B_p K_m] E(k) + B_p [K_p - K_p^0 + \Delta K_p(k+1)] Y(k) + B_p [K_u^0 - K_u - \Delta K_u(k+1)] U_m(k) \quad (13)$$

이 되고, 식(13)을 아래의 등가 계환 시스템으로 나타낼 수 있다.

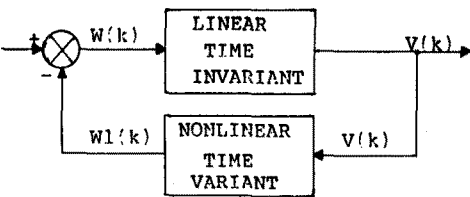


그림 2. 등가 계환 시스템

그림 2에서

$$E(k+1) = (A_m - B_p K_m) E(k) + B_p W_1(k) \quad (14)$$

$$V(k+1) = DE(k+1) \quad (15)$$

$$W(k+1) = -W_1(k+1) = [\Delta K_p(k+1) + K_p^0 - K_p] Y(k) + [\Delta K_u(k+1) - K_u^0 - K_u] U_m(k) \quad (16)$$

이며, 이 시스템의 안정 조건을 이산형 Popov 적분 부등식으로 나타내면

$$\int_0^k (0, K) \sum_{k=0}^k V(k+1) W(k+1) \geq -Y_0^2 \quad (17)$$

그리고, 선형 시불변 블록은 실수 전달 함수 이어야 한다.

위의 조건을 만족하는 $\Delta K_p(k+1)$ 과 $\Delta K_u(k+1)$ 의 해는 다음과 같다.

$$\Delta K_p(k+1) = \Delta K_p(k) + FV(k+1) [GY(k)]^T + FV(k+1) [GY(k)]^T \quad F, G > 0; F^2 \geq 0 \quad (18)$$

$$\Delta K_u(k+1) = \Delta K_u(k) + MV(k+1) [NUm(k)]^T + MV(k+1) [NUm(k)]^T \quad M, N > 0; M^2 \geq 0 \quad (19)$$

여기서, G, F, F', N, M, M' : 적절한 차원의 양(+)으로 정의된 상수 행렬

이때, $V(k+1)$ 과 $V(k)$ 의 관계식은 다음과 같다

$$V(k+1) = (I + DB_p [(F+F')Y(k)]^T GY(k) + (M+M')U_m(k)^T NUm(k)) V(k) \quad (20)$$

그리고,

$$D = B_p^T P B_p \quad P > 0 \quad (21)$$

여기서, P는 아래와 같은 Lyapunov식에서

$$(A_m - B_p K_m)^T P (A_m - B_p K_m) - P = -Q \quad Q > 0 \quad (22)$$

로 구할 수 있다.

3. 직류 전동기를 위한 제어 시스템의 설계와 알고리즘

적용 모델 추종 제어 알고리즘을 이용한 직류 전동기 속도 제어 시스템의 블록 선도는 그림 3과 같다.

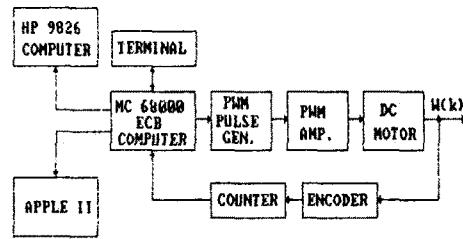


그림 3. 전체 시스템의 블록 선도

그림 3.의 속도 제어기 부분은 MC 6800 마이크로 프로세서의 소프트웨어와 펄스폭 변조(pulse-width modulation) 파형 발생기와 펄스폭 변조 증폭기로 되어 있다.

MC 6800 제어 프로그램을 RS-232C bus를 통하여 Apple II 컴퓨터에 보관하도록 하며, IEEE-488 bus를 통하여 측정 데이터를 HP 9826 컴퓨터에 보내어 분석하고 그 결과를 프린터로 출력하여 그래픽한다.

일반적인 타여자 직류 전동기의 간략식은 다음과 같다.

$$\frac{W(S)}{V_m(S)} = \frac{K_m}{T_m S + 1} \quad (23)$$

여기서,

$$T_m' = \frac{RaJm}{KiKb+RaBm}, \quad K_m = \frac{Ki}{KiKb+RaBm}$$

본 연구에서 사용한 직류 전동기의 전달 함수는 다음과 같다.

$$\frac{W(S)}{V_m(S)} = \frac{135}{S+27} \quad (24)$$

3-dB 차단 주파수는 $f_{3dB} = 27$ [HZ] 이다.

실제의 유용한 샘플링 주파수는 차단 주파수의 10 배 정도를 선택한다. 본 연구에서는 샘플링 주파수를 333[HZ]로 선택하였다.

디지털 시스템에 적용하기 위하여 식(24)를 이산형으로 변환하여야 한다.

차분 방정식의 계단파 응답 특성은 그림 5.

에 나타나며 상태 공간 접근 방식을 사용하여 차분 방정식을 구하면

$$W(k+1) = 0.389 U_p(k) + 0.9222W(k) \quad (25)$$

이다.

또한 모델의 차분 방정식은 다음과 같이 선택하였다.

$$X(k+1) = 0.8384X(k) + 0.8082U_m(k) \quad (26)$$

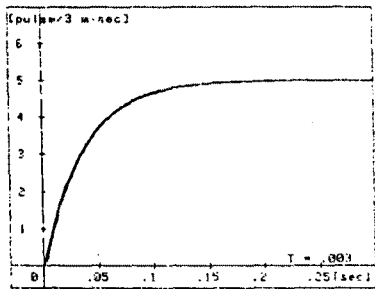


그림 4. 차분 방정식의 계단파 응답 특성

앞절에서 유도한 적응 모델 추종 제어 알고리즘을 직류 전동기에 적합하도록 다음 단계와 같이 변형한다.

1 단계 : 모델의 출력 계산

$$X(k+1) = A_mX(k) + B_mU_m(k) \quad (27)$$

2 단계 : 플랜트와 모델과의 오차 계산

$$E(k) = X(k) - W(k) \quad (28)$$

3 단계 : 플랜트의 출력 제한 이득과 입력 전향 이득의 변화량 계산

$$K = aW^*(k) + \beta Um^*(k) + \alpha \quad (29)$$

$$\Delta K_p(k+1) = \Delta K_p(k) + bW(k)E(k)/X \quad (30)$$

$$\Delta K_u(k+1) = \Delta K_u(k) + cUm(k)E(k)/K \quad (31)$$

4 단계 : 플랜트의 입력 계산

$$U_p(k) = K_mX(k) + [K_u + \Delta K_u(k+1)]U_m(k) - [K_p - \Delta K_p(k+1)]W(k) \quad (32)$$

한 과정을 수행하기 위해 덧셈이 12 번, 곱셈이 17 번 반복된다.

그러므로 실 시간 제어를 위해 16 비트 프로세서 사용해야 함을 알 수 있다.

4. 실험 결과 및 고찰

4.1 시뮬레이션 결과

부하와 직류 전동기 매개 변수의 변동에 대한 모델과 플랜트의 출력 오차의 수렴 여부와 수렴 속도를 조사하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다.

이때 사용한 모델과 플랜트의 차분 방정식과 앞 절에서 구한 적응 모델 추종 제어 알고리즘의 조건을 만족시키는 매개 변수의 값은 다음과 같다.

$$X(k+1) = 0.8384 X(k) + 0.8082U_m(k) \quad (26)$$

$$W(k+1) = 0.389U_p(k) + 0.9222W(k) \quad (25)$$

$$d = 0.965 \quad \beta = 1 \quad a = 3 \quad K_p = 0.5$$

$$b = 2.6 \quad K_m = 0.2845$$

$$c = 2.6 \quad K_u = 2.0775 \quad \alpha = 1$$

적응 과정을 수행하지 않은 경우와 수행한 경우를 비교 고찰하기 위해 플랜트의 매개 변수와 부하를 동시에 변화시켜 구한 모델과 플랜트와의 출력 오차는 그림 5.6. 과 같다.

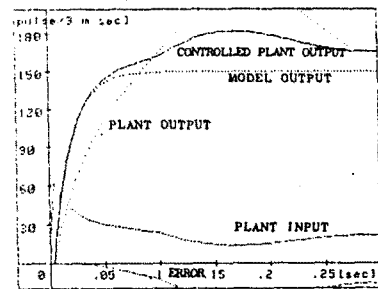


그림 5. 적응 과정을 수행하지 않은 경우

이때의 플랜트의 매개 변수 변동율은 +1%이고 부하는 기존 입력의 10%로 하였다.

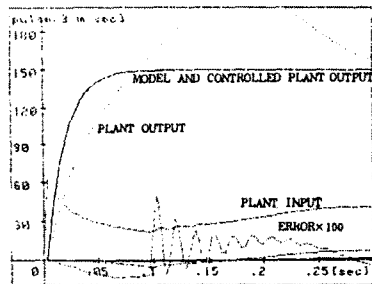


그림 6. 적응 과정을 수행한 경우

위의 결과에서 적응 모델 추종 제어 알고리즘이 잘 적용됨이 확인되었고 그 수렴 속도는 아주 빠르다는 것을 알 수 있었다.

실제에 있어서 플랜트의 입력에는 제한이 있기 때문에 최대 정격 입력보다 큰 입력이 발생하는 경우 입력을 제한하여야 한다.

컴퓨터 시뮬레이션의 결과를 보면 플랜트의 입력이 최대인 경우 기준 입력의 2 배 정도가 입력됨을 확인하였다.

입력을 제한시키는 경우, 모델과 플랜트의 입력을 조사한 결과는 그림 7. 과 같다.

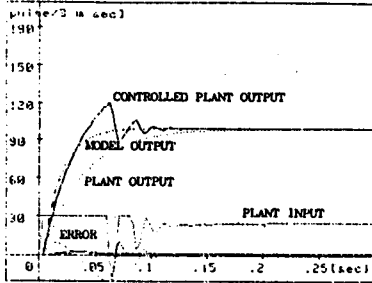


그림 7. 입력을 제한한 경우

이 경우 초기 정상 상태로 도달하기 전후 상당한 오버슈트가 발생함을 확인하였다.

따라서, 적응 모델 추종 제어 알고리즘을 사용하는 경우 최대 입력보다 높은 입력이 생기지 않는 범위에서 동작시켜야 한다.

4.2 실험 결과

앞 절의 그림 3. 의 시스템을 구성하여 측정 한 직류 전동기의 계단파 응답 특성은 그림 8 과 같다.

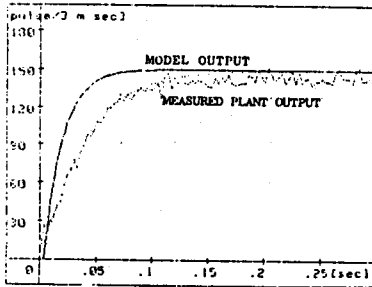


그림 8. 측정된 직류 전동기의 계단파 응답 특성

같은 방법으로 적응 모델 추종 제어 알고리즘을 사용하였을 경우 적절한 기준 입력에 대하여 측정된 계단파 응답 특성은 그림 9. 과 같다.

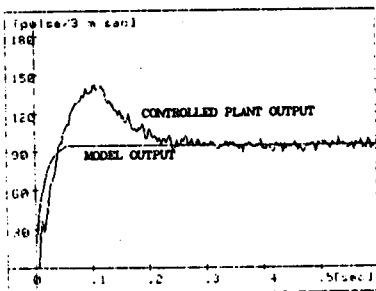


그림 9. 기준 입력 20 [V]

속정 길과 전동기가 완전 모델 추종이 되기 까지 소요된 시간은 약 0.2초이다. 기준 입력이득 계수와 슬러브 제한 이득 계수값을 완전 모델 추종이 이루어지는 시간을 단축할 수 있다.

5. 결 론

이산형 적응 모델 추종 제어 알고리즘을 사용하여 직류 전동기의 속도 제어 시스템을 설계하였다.

컴퓨터 시뮬레이션한 결과, 부하의 변동과 직류 전동기 매개 변수의 변동에 따른 슬러브 오차가 "0"으로 수렴하는 것을 확인 하였다.

플랜트의 입력을 제한하였기 때문에 전이상태에서 약 40%의 오버슈트가 발생하였다. 이로인해 완전 모델 추종이 되기까지 약 0.2초가 소요되었다. 따라서, 플랜트의 입력 제한이 있는 경우에 적합한 새로운 방식의 알고리즘 연구가 요망되며 양자와 시스템의 성능 변화에 대한 정량적 분석이 필요하다.

참 고 문 헌

1. Electro-Craft Corporation, "DC Motor Speed Controls Servo systems", Pergamon Press, 1977
2. Yoan D. Landau, "adaptive control", Marcel Dekker Inc, 1979
3. I.D.Landau, "A survey of model reference adaptive techniques(theory and applications)", Automatica 10, 353-359, 1974
4. I.D. Landau & R.Lozano, "On the design of discrete time explicit M.R.A.C.for tracking & regulation", 18th IEEE-CDC conference, Fort LA UDERALE, 352-356, December 12-14, 1979
5. B.Courtiol & I.D.Landau, "High speed adaptati-on system for controlled electrical drives", Automatica 11, 119-127, 1975
6. V.M. Popov, Hyperstability of control systems, Spring-Verlay, 1973
7. D.D. Siljak, "Algebraic criterion for absolute stability, Optimality and passivity of dynamic systems", Proc. IEEE, 1970, pp.2033-2036
8. Brian D.O. Anderson, "A simplified viewpoint of Hyperstability", IEEE Trans. Automatic Control, 1968, pp.292-294
9. I.D. Landau, "A Generalization of the Hyper-stability conditions for Model Reference Adaptive Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, 1972, pp.246-247