

N층 유전체로 채워진 원형도파관의 전송특성에 관한 연구

김 순희, 홍 의석, 이 재호, 광운대학전자통신공학과

A Study on the Propagation Characteristics of Circular Waveguide with N-Layer Dielectric

KIM, SOON HEE HONG, UI SEOK LEE, JAE HO INSTITUTE OF ELECTRONIC COMMUNICATIONS SCI. & ENG, KWANGWOON UNIVERSITY

ABSTRACT

In this paper, an accurate numerical method is used to analyze the circular waveguide filled axially with N dielectrics. From the field representations in each region, applying continuity equations and boundary conditions, a eigenvalue equation is derived.

The propagation constant which satisfies the eigenvalue equation is evaluated by using numerical method and compared with some references.

The results can be used to analyze the dielectric resonators and dielectric waveguides as well as optical fibers.

1. 서 론

원형 도파관내에 동심축으로 유전체가 부분적으로 채워진 경우에 TE, TM mode 이외에 Hybrid mode가 존재한다는 사실은 잘 알려져 왔다.

뿐만 아니라 EH mode의 차단주파수 근처에서의 소위 후진파라는 것과 Nonpropagation 영역에서 복소파(complex wave)가 발생한다는 사실이 clarr coats와 Waldon, Veselor와 Lyabimov에 의해 밝혀졌다.

이제까지 발표된 논문들의 대부분이 이러한 도파관이 두개의 유전체(ε0 포함)로 채워진 경우 해석적 약산(Analytic Approximation)방법에 의한 것이 대부분이었으나, 본 논문에서는 축방향으로 n개의 유전체층을 가지는 원형도파관을 원하는 만큼의 정확도를 갖는 수치 해석법을 이용하여 해석 하고자 한다.

제안된 방법은 Hybrid mode 및 TE_{n,m}, TM_{n,m} 모드에 대한 해를 모두 구할 수 있으나 여기서는 rotation symmetric mode(TE_{0,m}, TM_{0,m})에 대한 것만 다루었으며, 도파관의 여러 가지 구조의 변화 즉 비유전상수(εr)의 변화 또는 유전체층 두께의 변화에 따르는 mode들의 전파특성들이 논의되었다.

이러한 수치결과들은 유전체 공진기의 해석 및 optical Fiber

의 해석에도 응용할 수 있을 것으로 기대된다.

2. N층 유전체로 채워진 원형도파관의 해석

2.1. 원형도파관의 구조 및 이론

N개의 유전체로 채워진 원형도파관의 전송특성을 연구하기 위해서 본 논문에서는 3개의 유전체층으로 이루어진 원형도파관의 전송특성을 해석하였다.

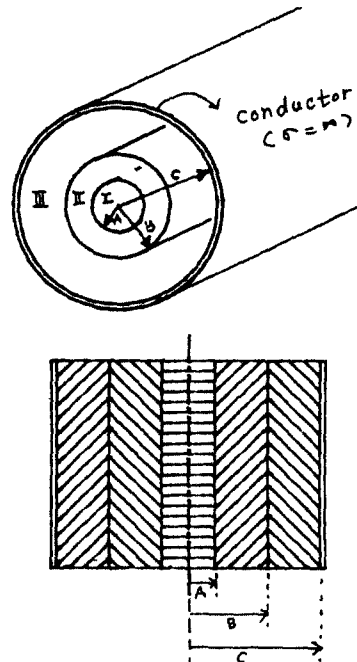


그림 1. N층 유전체로 채워진 원형도파관의 구조

그림 1은 해석하고자 하는 3개의 유전체로 채워진 원형도파관을 나타내며 각 유전체와 도체는 완전유전체(σ=∞)와 완전도체(σ=∞)로 가정한다.

영역 I, II, III에서 각각의 Maxwell 방정식을 만족하는 Field는

Magnetic 혹은 Electric Hertz Potential³⁾로부터 유도할 수 있다.

각 영역의 Field 성분은 다음과 같다.

영역 I

$$\begin{aligned} \pi_{z \text{ m}_1} &= A J_n(K_{r_1} \rho) \cos n\varphi e^{-\alpha z} \\ \pi_{z \text{ e}_1} &= F J_n(K_{r_1} \rho) \sin n\varphi e^{-\alpha z} \end{aligned} \quad (1.a)$$

영역 II

$$\begin{aligned} \pi_{z \text{ m}_2} &= [B J_n(K_{r_2} \rho) + C N_n(K_{r_2} \rho)] \cos n\varphi e^{-\alpha z} \\ \pi_{z \text{ e}_2} &= [G J_n(K_{r_2} \rho) + H N_n(K_{r_2} \rho)] \sin n\varphi e^{-\alpha z} \end{aligned} \quad (1.b)$$

영역 III

$$\begin{aligned} \pi_{z \text{ m}_3} &= [D J_n(K_{r_3} \rho) + E N_n(K_{r_3} \rho)] \cos n\varphi e^{-\alpha z} \\ \pi_{z \text{ e}_3} &= [K J_n(K_{r_3} \rho) + L N_n(K_{r_3} \rho)] \sin n\varphi e^{-\alpha z} \end{aligned} \quad (1.c)$$

여기서 $K_{r_i}^2 = K_i^2 - K_z^2$ ($i = 1, 2, 3$)이고 계수 $A \sim F$ 는 후에 결정되어야 할 Field coefficient이며 시간에 대한 인수 $e^{j\omega t}$ 는 생략하였다.

또한 $J_n(x)$ 및 $N_n(x)$ 는 n 개의 Bessel 및 Neumann 함수를 나타낸다. TM_{nm} 및 TE_{nm} 모드의 중첩에 의해서 각각의 영역에 해당하는 Field 성분들은 아래의 공식에 의해서 얻을 수 있다.²⁾

$$\begin{aligned} E_{r_i} &= E_{r \text{ m}_i} + E_{r \text{ e}_i} = \frac{1}{j\omega \epsilon_i} \frac{\partial^2 \pi_{z \text{ m}_i}}{\partial \rho \partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \pi_{z \text{ e}_i}}{\partial \varphi} \\ E_{\varphi_i} &= E_{\varphi \text{ m}_i} + E_{\varphi \text{ e}_i} = \frac{1}{j\omega \epsilon_i \rho} \frac{\partial^2 \pi_{z \text{ m}_i}}{\partial \varphi \partial z} + \frac{\partial^2 \pi_{z \text{ e}_i}}{\partial \rho} \end{aligned}$$

$n \neq 0$ 인 경우의 TE_{nm} , TM_{nm} mode 의 eigen value equation.

A	B	C	D	E	F	G	H	K	L
$\frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} J_n(k\rho_1 a)$	$-\frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} J_n(k\rho_1 a)$	$-\frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} N_n(k\rho_1 a)$	○	○	○	○	○	○	○
$\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 a} J_n(k\rho_1 a)$	$-\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 a} J_n(k\rho_1 a)$	$-\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 a} N_n(k\rho_1 a)$	○	○	$k\rho_1^2 J_n'(k\rho_1 a)$	$-k\rho_1^2 J_n'(k\rho_1 a)$	$-k\rho_1^2 N_n'(k\rho_1 a)$	○	○
○	○	○	○	○	$k\rho_1^2 J_n(k\rho_1 a)$	$-k\rho_1^2 J_n(k\rho_1 a)$	$-k\rho_1^2 N_n(k\rho_1 a)$	○	○
$k\rho_1 J_n'(k\rho_1 a)$	$-k\rho_1 J_n'(k\rho_1 a)$	$-k\rho_1 N_n'(k\rho_1 a)$	○	○	$\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 a} J_n(k\rho_1 a)$	$-\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 a} J_n(k\rho_1 a)$	$-\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 a} N_n(k\rho_1 a)$	○	○
○	$\frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} J_n(k\rho_1 b)$	$\frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} N_n(k\rho_1 b)$	$-\frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} N_n(k\rho_1 b)$	$-\frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} N_n(k\rho_1 b)$	○	○	○	○	○
○	$\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 b} J_n(k\rho_1 b)$	$\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 b} N_n(k\rho_1 b)$	$-\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 b} J_n(k\rho_1 b)$	$-\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 b} N_n(k\rho_1 b)$	○	$k\rho_1^2 J_n'(k\rho_1 b)$	$k\rho_1^2 N_n'(k\rho_1 b)$	$-k\rho_1^2 J_n'(k\rho_1 b)$	$-k\rho_1^2 N_n'(k\rho_1 b)$
○	○	○	○	○	○	$k\rho_1^2 J_n(k\rho_1 b)$	$k\rho_1^2 N_n(k\rho_1 b)$	$-k\rho_1^2 J_n(k\rho_1 b)$	$-k\rho_1^2 N_n(k\rho_1 b)$
○	$k\rho_1 J_n'(k\rho_1 b)$	$k\rho_1 N_n'(k\rho_1 b)$	$-k\rho_1 J_n'(k\rho_1 b)$	$-k\rho_1 N_n'(k\rho_1 b)$	○	$\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 b} J_n(k\rho_1 b)$	$\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 b} N_n(k\rho_1 b)$	$-\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 b} J_n(k\rho_1 b)$	$-\frac{nkz}{\omega \epsilon_1 b} N_n(k\rho_1 b)$
○	○	○	$J_n(k\rho_1 c)$	$N_n(k\rho_1 c)$	○	○	○	$J_n(k\rho_1 c)$	$N_n(k\rho_1 c)$

그러나 $n = 0$ 인 경우를 고찰하면 다음과 같은 TE_{0m} , TM_{0m} mode 에 대한 각각의 eigen value equation을 얻을 수 있다.

$n = 0$ 일때 TM mode

$$E_r^1 = E_r^2, \quad E_r^3 = E_r^4, \quad H_\varphi^1 = H_\varphi^2, \quad H_\varphi^3 = H_\varphi^4, \quad E_z^1 = 0$$

$$\frac{k\rho_1^2}{j\omega \epsilon r_1} A J_0(k\rho_1 a) = \frac{k\rho_1^2}{j\omega \epsilon r_2} [B J_0(k\rho_1 a)]$$

$$\frac{k\rho_2^2}{j\omega \epsilon r_2} [B J_0(k\rho_1 b)] = \frac{k\rho_1^2}{j\omega \epsilon_0} [D J_0(k\rho_1 b) + E N_0(k\rho_1 b)]$$

$$+ k\rho_1 A J_0'(k\rho_1 a) = k\rho_2 [B J_0'(k\rho_1 a) + C N_0'(k\rho_1 a)]$$

$$k\rho_2 [B J_0'(k\rho_1 b) + C N_0'(k\rho_1 b)] = k\rho_1 [D J_0'(k\rho_1 b) + E N_0'(k\rho_1 b)]$$

$$D J_0(k\rho_1 c) + E N_0(k\rho_1 c) = 0$$

$$\begin{aligned} E_{z1} = E_{z \text{ m}_1} &= \frac{1}{j\omega \epsilon_1} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + R_1^2 \right) \pi_{z \text{ m}_1} \\ H_{\varphi 1} = H_{\varphi \text{ m}_1} + H_{\varphi \text{ e}_1} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \pi_{z \text{ m}_1}}{\partial \varphi} + \frac{1}{j\omega \mu_0} \frac{\partial^2 \pi_{z \text{ e}_1}}{\partial \rho \partial z} \end{aligned} \quad (2)$$

$$H_{\varphi 1} = H_{\varphi \text{ m}_1} + H_{\varphi \text{ e}_1} = -\frac{\partial \pi_{z \text{ m}_1}}{\partial \rho} + \frac{1}{j\omega \mu_0 \rho} \frac{\partial^2 \pi_{z \text{ e}_1}}{\partial \rho \partial z}$$

$$H_{z1} = H_{z \text{ e}_1} = \frac{1}{j\omega \mu_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + R_1^2 \right) \pi_{z \text{ e}_1}$$

원형도파관의 각 영역의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho = a & & \rho = b & & \rho = c \\ E_{z1}^1 = E_{z1}^2 & & E_{z1}^2 = E_{z1}^3 & & E_{z1}^3 = 0 \\ E_{\varphi 1}^1 = E_{\varphi 1}^2 & & E_{\varphi 1}^2 = E_{\varphi 1}^3 & & E_{\varphi 1}^3 = 0 \\ H_{z1}^1 = H_{z1}^2 & & H_{z1}^2 = H_{z1}^3 & & \\ H_{\varphi 1}^1 = H_{\varphi 1}^2 & & H_{\varphi 1}^2 = H_{\varphi 1}^3 & & \end{aligned} \quad (3)$$

2.2. Eigen Value Equation

식(1)을 (2)에 대입하고 $\rho = a, b$ 에서의 Continuity Condition 및 $\rho = c$ 에서의 boundary condition을 적용하므로써 연립 방정식을 얻을 수 있다.

이 연립방정식이 하나의 해(non-trivial solution)을 갖기 위해서 연립방정식의 계수행렬의 Determinant 값은 0가 되어야 한다. 이와 같은 조건으로부터 다음과 같은 식(4)의 eigen value equation이 유도되며 이것을 풀면 이 도파관내에 존재하는 모든 모드들에 대한 해를 구할 수 있다.⁴⁾

TE mode

$$H_z^1 = H_z^2, \quad H_z^2 = H_z^3, \quad E_\varphi^1 = E_\varphi^2, \quad E_\varphi^2 = E_\varphi^3, \quad E_\varphi^3 = 0$$

$$k\rho_1^2 F J_0(k\rho_1 a) = k\rho_2 [G J_0(k\rho_1 a)]$$

$$k\rho_2^2 [G J_0(k\rho_1 b) + H N_0(k\rho_1 b)] = k\rho_1^2 [K J_0(k\rho_1 b) + L N_0(k\rho_1 b)]$$

$$k\rho_1 F J_0'(k\rho_1 a) = k\rho_2 [G J_0'(k\rho_1 a) + H N_0'(k\rho_1 a)]$$

$$k\rho_2 [G J_0'(k\rho_1 b) + H N_0'(k\rho_1 b)] = k\rho_1 [K J_0'(k\rho_1 b) + L N_0'(k\rho_1 b)]$$

$$K J_0'(k\rho_1 c) + L N_0'(k\rho_1 c) = 0$$

위식에서 TE_{0m} , TM_{0m} mode 의 eigen value equation은 다음과 같다.

TE_{0m} mode

$$\begin{pmatrix} k\rho_1^2 J_s(k\rho_1 a) - k\rho_1^2 J_s'(k\rho_1 a) - k\rho_1^2 N_s(k\rho_1 a) & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & k\rho_1^2 J_s(k\rho_1 a) & k\rho_1^2 N_s(k\rho_1 b) - k\rho_1^2 J_s'(k\rho_1 b) - k\rho_1^2 N_s(k\rho_1 b) & \dots & \dots \\ k\rho_1 J_s'(k\rho_1 a) - k\rho_1 J_s(k\rho_1 a) - k\rho_1 N_s'(k\rho_1 a) & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & k\rho_1 J_s'(k\rho_1 b) & k\rho_1 N_s'(k\rho_1 b) - k\rho_1 J_s'(k\rho_1 b) - k\rho_1 N_s(k\rho_1 b) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & J_s'(k\rho_1 c) & N_s'(k\rho_1 c) \end{pmatrix} = 0$$

TM_{0m} mode

$$\begin{pmatrix} \frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} J_s(k\rho_1 a) - \frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} J_s'(k\rho_1 a) - \frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} N_s(k\rho_1 a) & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} J_s(k\rho_1 b) & \frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} N_s(k\rho_1 b) - \frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} J_s'(k\rho_1 b) - \frac{k\rho_1^2}{\epsilon_1} N_s(k\rho_1 b) & \dots & \dots \\ k\rho_1 J_s'(k\rho_1 a) - k\rho_1 J_s(k\rho_1 a) - k\rho_1 N_s'(k\rho_1 a) & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & k\rho_1 J_s'(k\rho_1 b) & k\rho_1 N_s'(k\rho_1 b) - k\rho_1 J_s'(k\rho_1 b) - k\rho_1 N_s(k\rho_1 b) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & J_s'(k\rho_1 c) & N_s'(k\rho_1 c) \end{pmatrix} = 0$$

3. 수치해석의 결과 및 검토

본 논문의 수치결과의 타당성을 조사하기 위해 먼저 특수한 몇 가지 경우들을 조사하였다.

즉 본 논문의 $E_r = E_s = E_3 = 1$ 인 경우와 $E_r = E_s = E_3 = 10$ 인 경우의 수치결과는 각각 $E_r = 1, E_s = 10$ 인 유전체로 균일하게 채워진 반경이 같은 원형도파관의 전파상수값과 일치하여야 한다.

그 결과는 그림 (2)와 (3)에 나타내었으며 잘 일치함을 알 수 있다.

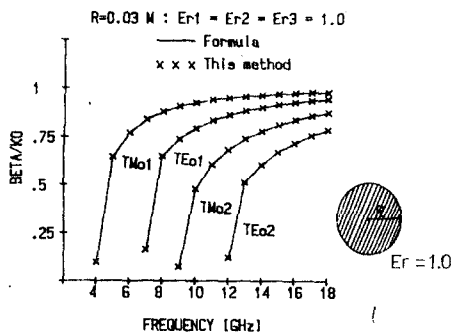


그림 2. $E_r = 1$ 인 유전체로 균일하게 채워진 원형도파관의 전파상수

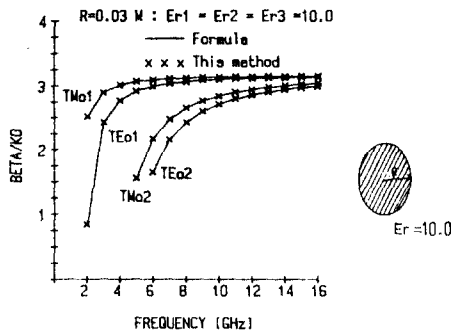


그림 3. $E_r = 10$ 인 유전체로 균일하게 채워진 원형도파관의 전파상수

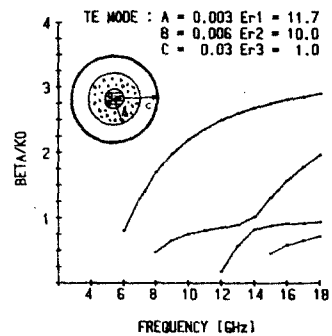


그림 4. TE_{0m} mode의 표준화된 전파상수

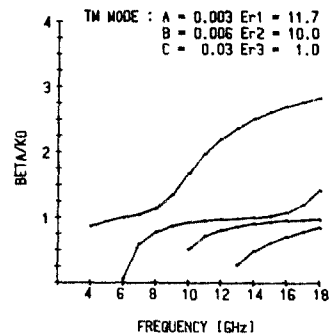


그림 5. TM_{0m} mode의 표준화된 전파상수

그림 (4)와 (5)는 각각 $E_r = 11.7, E_s = 10, E_3 = 1$ 이고 반경 $a = 0.003(m), b = 0.006(m), c = 0.03$ 일때 TM_{0m}, TE_{0m} mode의 표준화된 전파상수값을 나타내며 그림 (6)과 그림 (7)은 b 의 크기가 변화할 때 TE_{0i} mode와 TM_{0i} mode의 전파상수값의 변화를 나타냈다.

그림 (6)과 (7)에서 주파수가 높아질수록 b 의 크기에 따른 전파상수값의 차이는 줄어들음을 알 수 있다.

또한 그림 (8)~(10)은 각 영역의 유전율 변화에 따른 $TM_{0i}, \sim TM_{0s}$ mode의 β/K_0 값을 고찰하였다.

참고로 본 논문의 모든 수치결과는 오차한도를 1×10^{-3} 정도로 하였으며, 더 정확한 계산을 요할 경우 오차한도를 그 계산에 맞

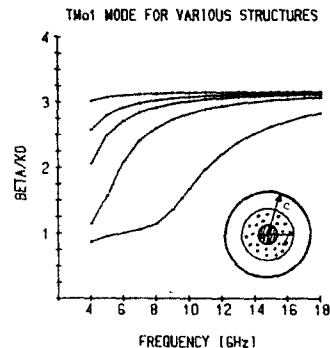


그림 6. 반경 b 의 변화에 따른 TM_{0i} mode

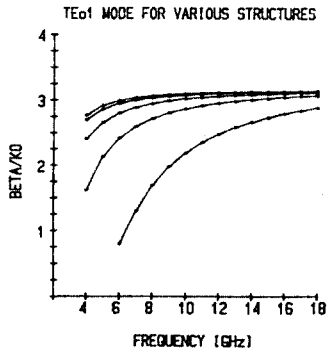


그림 7. 반경 b의 변화에 따른 TE_{01} mode

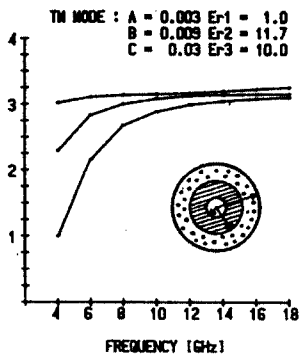
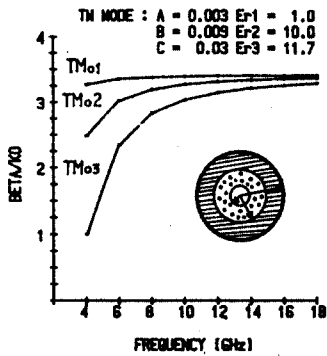
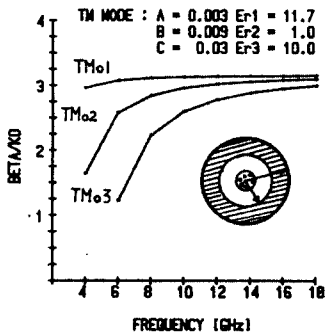


그림 8-9-10. 각 영역의 유전율변화에 따른 $TM_{01} \sim TM_{03}$ mode의 β/K_0 .

도록 줄이므로써 원하는 정확도의 수치결과를 얻을 수 있다. 또 연산과정의 모든 Bessel 및 Neumann Function은 다항 근사식⁶⁾ (Polynomial approximation)을 이용 하였으며 그 함수의 argument가 허수가 될 경우 modified Bessel Function $I(x)$ 및 Neumann Function $K(x)$ 를 이용하였다.

4. 결 론

이제까지 부분적으로 유전체가 채워진 원형도파관의 해석은 보통 하나의 유전체인 경우 해석적 약산방법에 의한 것이 대부분이었으나 본 논문에서는 정확한 수치해석법에 의해서 N층의 유전체를 가진 원형도파관의 전송특성을 고찰하였다.

N개의 유전체로 채워진 원형도파관의 전송특성을 연구하기 위해서 본 논문에서는 3개의 유전체층으로 이루어진 원형도파관의 전송특성을 해석하였다.

이와 같은 방법으로 유전체층을 임의의 N층으로 확장하여 N층 유전체로 채워진 원형도파관의 전송특성도 해석할 수 있다.

몇가지 경우로써 본 논문의 수치결과와 타당성을 입증하였으며, 여러가지 구조의 변화에 대한 TE_{0n} , TM_{0n} mode들의 변화를 고찰하였다.

이러한 수치해석의 결과는 차폐된 유전체 공진기의 해석과, 도체면까지의 거리를 충분히 크게하고 a, b의 Dimension을 줄이므로써 자유공간의 유전체 도파관(Dielectric wave guide) 및 optical fiber의 해석에도 이용될 수 있을 것이다.⁷⁾

REFERENCE

1. P.J.B., Clarricoate, R.Z. Waldron, "Non-Periodic Slow-Wave and back Ward-Wave Structures", J.Elec. Contr. 8, pp.455 ~ 458, 1960.
2. E.H.Fooks, "propagation in a dielectric-lined circular Wave guige". IEEE, Microwave and optics AND Acoustics, JULY 1978, VOL. 2, No.4
3. SINDEY Frankel, "TM 0.1 Mode in Circular Wave guides with coaxial Dielectrics", IEEE, 1947.
4. 홍의석, "유전체공진기를 이용한 마이크로웨이브 필터 제작" '84 전기통신학술연구과제, 1985.
5. ROBERT E. COLIN "FIELD THEORY OF GUIDED WA WAVES" ch.5. MC GRAW-HILL
6. Abramo witz/Stegum "Handbook of Mathe matical Func-tions" Dover publications, INC., NEW YORK.
7. S.Y.LIAO "MICROWAVE DEVICES AND CIRCUITS. "ch.4. PRENTICE-HALL 1985.
8. DANIEL PASQUET, JEAN-LUCGAUTIER, AND PIERRE POUVEL, "TM Modes in oversized planar Metal-lic Wave guides". IEEE, VOL. MTT-34, No.1, JANUARY 1986.