

난류상태로 운전되는 저어날베어링에서의 THD 해석

이 독우 김 경웅

(KAIST 생산공학부)

1. 서론

최근 난류상태에서 운전되는 베어링의 사용이 많아짐에 따라, 윤활유재에서도 난류영역에 관한 연구의 필요성을 느끼게 되었다. 베어링내의 흐름이 난류상태가 되면 마찰손실의 증가등 승류상태에 비해 여러가지의 손실특성이 달라지는데, 특히 마찰열에 의한 윤활재의 온도증가는 베어링성능변화에 크나큰 영향을 줄 것으로 예측된다. 일반적으로 유막내에서의 온도변화가 크지 않은 경우는 재래의 등점도이론으로 어느정도 성능예측이 가능하나, 온도변화가 지배적인 경우에는 점도변화를 고려한 THD(Thermohydrodynamic) 해석이 성능예측에 보다 유용하다고 알려져 있으며 이에대한 많은 연구가 수행되고 있다.⁽¹⁾

난류영역에서의 THD 해석은 현재까지 난류자재의 복잡함과 온도특성의 비선형특성에 해석하는데 어려움이 많아, 단지 간단한 난류모델(Mixing Length 모델 또는 와점성모델등)을 이용한 무한장 베어링이나, 또는 평면온도장등에 대해서만 행해지고 있다.⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾ 그런데 이들 해석은 실제 온도상승이 가장 큰 평면에 인접한 영역에 대해서 불완전하며, 편심율이 큰 경우에서와 같이 축방향의 유동이 크거나, 역류가 발생하는 경우에는 적용이 곤란하다.

본 연구에서는 이런 점을 개선하기위해 k-ε 모델을 이용한 유한복 저어날베어링에서의 3 차원 THD 해석을 행하였다.

2. 이론전개

2-1. 지배방정식

이론해식은 연속방정식, 운동량방정식, 에너지방정식, k-ε 방정식을 연립하여 계산 한다. 이론전개를 위해 다음과 같이 가정한다.

- 1) 충분히 얇은 유막두께로 생각하여 유막두께방향을 제외한 다른방향의 Reynolds Stress 및 속도성분의 구배는 무시한다.
- 2) 정상상태이고 압대류항을 제외한 다른대류항 및 관성항은 무시한다.
- 3) 축방향 및 원주방향으로의 압전도를 무시한다.

4) Reynolds Stress 는 Eddy Viscosity 모델을 적용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$-\overline{uv} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \quad -\overline{vw} = \nu_t \frac{\partial w}{\partial y} \quad -\overline{v\epsilon} = \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \quad (1)$$

- | | |
|---------------------------------------|---|
| C : 축과 베어링사이의 평균간극 | ν : 유막방향유속의 변동성분 |
| Cp : 비열 | H : 축방향의 평균유속 |
| h : 유막두께 | W : 축방향유속의 변동성분 |
| k : 난류에너지 | x : 축외선방향 좌표 |
| Kt : 열전도 계수 | y : 유막방향 좌표 |
| L : 저어날 폭 | z : 축방향 좌표 |
| P : 평균압력 | ε : $\nu (\partial u_i / \partial x_j)^2$ 난류에너지 소멸율 |
| R : 저어날 반경 | μ : 점성계수 |
| Re : UC/ν Reynolds 수 | ν : 동 점성계수 |
| Rk : $k^2/\epsilon \nu$ 난류 Reynolds 수 | νt : 와류 점성 |
| T : 온도 평균성분 | ρ : 밀도 |
| t : 온도의 변동성분 | τ : 전단응력 |
| U : 원주방향의 평균유속 | Pr : Turbulent Prandtl 수 |
| Uτ : 축의 원주속도 | θ : x/R |
| u : 원주방향유속의 변동성분 | i, j : Tensor 표시 |

A. Reynolds Equation

비압축성 유체에 대한 Reynolds Stress 를 포함한 평균유동장에서의 운동량 방정식을 Tensor 형으로 나타내면 다음식과 같다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j}) \quad (2)$$

앞의 가정을 적용하고 경계조건으로 $y=0$ 에서 $U=0, W=0$ 와, $y=h$ 에서 $U=U_j, W=0$ 을 사용하여 연속방정식과 연결하면 다음의 Reynolds 방정식이 얻어진다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (G \frac{\partial P}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (G \frac{\partial P}{\partial z}) = U_j \frac{\partial F}{\partial x} \quad (3)$$

여기서 $G = \frac{\int_0^h \int_0^h \frac{dy dz}{\nu + \mu_t}}{\int_0^h \frac{dy}{\nu + \mu_t}} - \int_0^h \int_0^h \frac{y dz dy}{\rho(\nu + \mu_t)}$

이다. $F = \frac{\int_0^h \int_0^h \frac{y dz dy}{\nu + \mu_t}}{\int_0^h \frac{dy}{\nu + \mu_t}}$

B. 에너지방정식

평균유동장에서의 에너지방정식을 Tensor 형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho C_p} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} (k_t \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho C_p \overline{u_j T}) \right) + \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4)$$

여기서 $\tau_{ij} = (\mu + \mu_t) \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ 이다. (단, $\mu_t = \rho \nu_t$)

앞의 가정을 적용하여 다음의 지배방정식을 얻는다.

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + W \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\frac{k_t}{\rho C_p} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \left(\frac{\mu + \mu_t}{\rho C_p} \right) \left(\left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (5)$$

C. K-ε 모델방정식

Jones, W.P. & Launder, B.E.⁽⁵⁾ 가 제안한 낮은 Reynolds 수에 대한 K-ε 방정식 모델을 S.Hassid & M.Poreh⁽⁶⁾ 가 수정하여 제시하였다. 이 모델을 유한폭 저어널 배어링에 응용하기 위해 앞의 가정을 적용하면 다음의 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial y} \left((\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \nu_t \left(\left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \right) - \epsilon - \frac{2\nu k}{b} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left((\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + C_1 \nu_t \left(\left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \right) \frac{\epsilon}{k} - C_2 \left(1 - 0.3 \text{EXP}(-R_k^+) \right) \frac{\epsilon^2}{k} - 2\nu \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right)^2 = 0 \quad (7)$$

$$\nu_t = C_m \frac{k^2}{\epsilon} \left(1 - C_d \text{EXP}(-A_m R_k^+) \right) \quad (8)$$

$$b = \min(y, h-y)$$

여기서 σ_k , σ_ϵ , C_1 , C_2 , C_m , C_d , A_m 는 모델상수로 각각 1., 1.3, 1.45, 2.0, 0.09, 1.0, 0.0015 이다.

2-2. 경계조건

난류에너지 및 그의 소멸율에 대해서는 Jones & Launder 가 제안한 것과 같이 양 박면인

$$y = 0, h \text{ 에서 } \epsilon = 0, k = 0 \text{ 이며,}$$

입력은 Half Sommerfeld 조건을 사용하여

$$x = 0, \pi R \text{ 에서 } P = 0$$

$$z = 0 \text{ 에서 } P = 0$$

$$z = (1/2)L \text{ 에서 } \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \text{ 이고,}$$

온도는 급유구에서 재급유(Recirculation)을 고려하는 경우와 고려하지 않는 경우로 나누어서 계산하고 벽면에서는 단열조건을 사용한다. 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$x = 0 \text{ 에서 } T = \frac{Q_r}{Q_o} T_r + (1 - \frac{Q_r}{Q_o}) T_i \text{ (재급유 고려)}$$

$$T = T_i \text{ (재급유 무시)}$$

$$y = 0, h \text{ 에서 } \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$z = (1/2)L \text{ 에서 } \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

여기서 Q_r 는 재급유유량, Q_o 는 급유유량, T_i 는 급유온도, T_r 는 재급유온도 이다.

2-3. 수치해석

지배방정식을 무차원하고 중앙차분법으로 수식을 전개한다. 계산기법으로는 S.O.R.을 사용한다.

수렴성의 판정조건은 입력에 관해 다음식과 같다.

$$\frac{\sum |P_i^{(n)} - P_i^{(n-1)}|}{\sum |P_i^{(n)}|} \times 10^{-3}$$

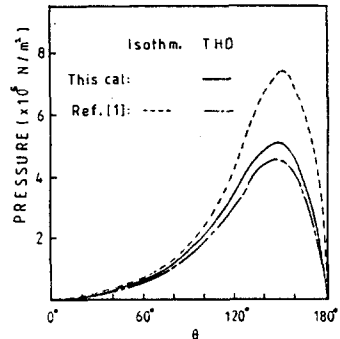
계산에서 등분수는 원주방향으로 $0 < x < \pi R$ 에서 25 등분, 유막두께방향으로 $0 < y < h$ 에서 45 등분, 축방향으로 $0 < z < L/2$ 에서 6 등분한다.

해석에서의 조건은 축직경 7.62 Cm, 저어날길이 3.81 Cm, 간극 0.128 mm, 편심율 0.7, 회전수 3000rpm, 윤활재의 점도식 $\log(\log(\nu + 0.6)) = -4.15 \log T + 10.36$, $Kt = 0.145 \text{ J/ms}^\circ\text{C}$, $C_p = 1930 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, 밀도 0.89 이다.

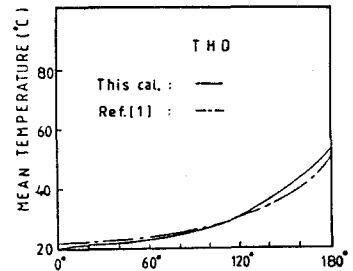
3. 결과 및 고찰

Figs. 1, 2의 A, B에서는 배어림승양부에서의 압력 및 온도의 원주방향에 대한 분포를 나타내고 있다. B에서의 온도는 유막두께방향의 평균치이다.

Fig. 1에서는 동은이론과 THD 이론에 대한 계산결과를 비교하고 있는데, THD 이론에 의한 계산결과가 동은이론에 의한 계산결과보다 전체적으로 감소된 입력값을 나타내며, 최대압력은 30%정도의 감소를 나타내고 있다. 본 연구와 E.R. Bowen & J.O. Medwell⁽²⁾의 해석을 비교하여 보면, 압력분포에서는 본 연구가 더 큰 값으로 계산되었으며 B.의 온도분포에서는 두 계산결과가 거의 일치하고 있다. 본 연구에서는 k-ε 모델을 이용하여 유막두께방향의 온도 분포를 고려한 3차원해석인 것에 대해 E.R. Bowen & J.O. Medwell⁽²⁾은 Mixing Length 모델을



[A]



[B]

Fig. 1 압력분포 및 평균온도분포

이용하여 유막두께방향의 온도분포를 무시한 평면온도장에서의 해석이므로, 압력분포에서의 차이는 해석방법이 다름에 의한 결과이다. 실제로 유막두께방향의 온도 변화가 존재함에 따라 다른 배어평특성에 상당한 영향이 있을 것으로 예측되므로 유막두께방향의 온도분포를 고려하지 않은 경우의 계산은 정확한 배어평성능예측을 하기엔 부족한 면이 있다. 또한 Mixing Length 모델은 심심저층에서의 Reynolds Stress에 대한 평가가 행해져 있지 않으므로 전단응력 및 속도분포에 대한 해석에 많은 오차가 포함되어 있고 온도분포에 대한 해석에도 같은 오차를 나타낼 것으로 생각된다. 그러므로 k-ε 방정식모델에 의한 3차원 THD 해석이 난류상태인 배어평의 성능해석에 보다 유용하다고 생각된다.

Fig.2는 급유구에서의 경계조건으로 재급유(Recirculation Flow)를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대한 해석결과를 나타내고 있다.

A.에서 보인 재급유를 고려한 경우의 입력값이 낮게 계산되었으며 B.의 온도분포에서는 급유구에서 9°C 정도의 재급유에 의한 온발재의 온도 상승이 있음을 볼 수 있다. 또한 부하용량은 20% 정도의 감소되는 결과를 얻었다. 재급유를 고려한 경우가 재래의 해석과 같이 급유구에서의 경계조건으로 단지 급유온도뿐만 아니라 경우에 비해서는 좀더 실제상황에 적합한 해석인 것으로 생각된다.

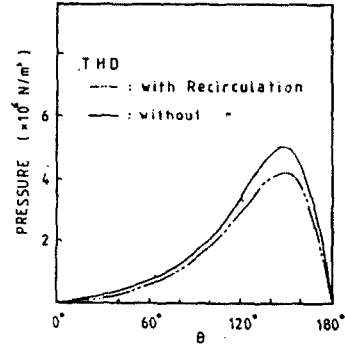
Fig.3은 유막두께방향의 온도분포를 나타내고 있다. 해석에서 양벽면의 경계조건으로는 단일조건을 사용하고 있는데 대개 회전속도가 고속인 경우나, 대형배어평에서의 THD 해석에서는 벽면에서의 경계조건으로 단일조건을 많이 사용하고 있다. 결과에서 보듯이 배어평면에 인접한 부분에서 대부분의 일이 발생하고 있는 것으로 계산되었으며 급유구에서 하류로 갈수록 온도상승이 급격한 것을 볼 수 있다.

4. 결 론

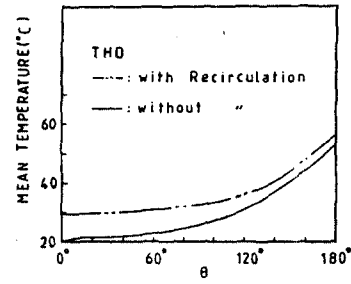
1. 유한층 저어닐배어평에서 3차원 온도분포를 고려한 난류온발분재에 대해 k-ε 모델을 적용하여 해석하는 방법을 제시하였으며, 이 해석의 유용성을 확인하였다.
2. THD 해석에서 부하용량은 등경도이론에 의한 해석에 비해 낮아졌다.
3. 저어닐배어평에서의 성능특성은 원주방향의 온도에 관한 경계조건에 따라 크게 변화한다.

참고문헌

1. O.Pinkus : Israel J. of tec. vol22(1984/5) pp120-141
2. E.R.Bowen & J.O.Medwell : Wear, vol51(1978) pp 345-353 .
3. T.Suganami & A.Z.Szeri : A S M E J.of Lub. Tec. vol 101(1979) pp21
4. F.Dipasquantonio & R Sala : A S M E J. of Tri. vol 106(1984) pp368
5. W.P.Jones & B.E.Laundrer : Int.J.Heat Mass Transfer vol 15 (1972) pp301
6. S.Hassid & M.Poreh : Trans.A S M E , J.Fluids Eng. vol 100 (1978) pp107



[A]



[B]

Fig.2 입력분포 및 평균온도분포

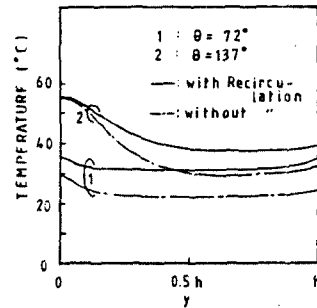


Fig.3 유막두께방향의 온도분포