

자기회귀모형에 의한 무차원 일 지하수단위도 결정

Determination of Dimensionless Daily Unit Hydrograph for Groundwater Flow by Autoregressive Model

충남대 토목과 김 재 한
Kim, Jae Han

충북대 토목과 전 민 우
Jun, Min Woo

초 록

원강우를 여러가지 성분들이 포함된 백색잡음으로 가정하면, 이로부터 기저유출 성분을 분리하기 위하여 선형론이 적용될 수 있다. 선형론에는 단위충격응답이 요구되어지므로, 본 연구에서는 이를 추계학적 자기회귀모형에 의하여 추정한다. 자기회귀계수는 기지의 기저유출성분과 이에 해당하는 강우의 지하침투량으로부터 모멘트법이 의하여 결정한다. 기지의 기저유출성분은 주 지하수감수층선에 의하여 추정되어지며, 지하침투량은 호-지수 개념하에 전 강우기간에 걸쳐 일정 침투율의 방법으로 부터 구한다.

본 연구방법을 음강유역내 용달집수면적(937km²)에 적용한 결과 상당히 미끈한 수문곡선을 얻을 수 있었으며, 각 호우-유출 사상별 회귀계수의 차수는 공히 2차로 나타났다.

서 론

수문학적 방법에 의하여 강우와 유출을 해석함에 있어서 수문량이 작고 있는 오차는 무작위적으로 일어난다고 볼 수 있으며, 분리된 각 성분들 자체도 상당히 불확실성을 내포하고 있다. 따라서, 경험적인 판단하에 기지의 수문량으로부터 미지의 수문량을 보다 합리적으로 추정하고자 하는 연구가 개발되어 오고 있는 실정이다. 또한 방법론에서는 저수지 개념하에 선형론 또는 비선형론에 의하여 시도되고 있으나, 양자 사이에는 관련성과 정확성의 문제가 실제 적용면에 대두될 수 있으므로 어느 방법론 려하여 사용할 것인가는 지형적인 조건에 따라 이용자의 풍부한 경험적 판단에 의할 수 밖에 없다. 따라서, 정확성면에서는 선형론이

비선형론에 비하여 뒤 떨어진다고는 볼 수 있으나, 전자가 간편성의 장점을 갖고 있으므로 지금까지 널리 이용되고 있는 이유중의 하나이다.

강우가 유출에 기여하는 성분은 크게 세가지로 나누어질 수 있다. 즉, 지표유출, 지하지표유출 및 지하수 흐름이다. 이와 같은 각 유출성분 이외에도 침투, 증발 및 증발산 등의 절대 손실량과 모차성분들을 내포하고 있으므로, 강우로부터 상기 세 성분들을 정확하게 분리한다는 것은 거의 불가능하다고 하겠다. 그러므로, 이들을 동시적으로 보다 정확하게 구하기 위하여 과거의 각 성분별 연구가 최근에는 두개 또는 세개의 각 성분들을 동시적으로 해석하는 방법론으로 이르게 되었다(흙끼외 2인, 1979; Hino와 Hasebe, 1981; 이와 황, 1985).

이들 가운데서 보 연구와 관련된 Hino와 Hasebe의 유출모형은 추계학적 응답함수인 지하수단위도를 분리된 개유출성분들로부터 수치해법들(예를 들면, Burg algorithms)에 의하여 직접적으로 자기회귀계수들을 구하여 결정하였다. 일반적으로 이와 같은 직접적 수치해법들은 주어진 조건만을 만족하겠음 처리되어지므로, 이 조건들의 범위 밖에서는 실제치와 상당한 차이를 보일 수도 있다. 그 예로서, Hino와 Hasebe에 의하여 유도산점된 단위도 수문곡선은 일반적인 다항식의 수치해법에서 보여 주는 것처럼 그 후미부분에서 상당한 진동현상을 나타내는 물리적 비현실성을 주고 있다. 따라서, 보 연구에서는 이의 해결을 위하여 Klemeš와 Borůvka(1975) 또는 Klemeš(1978)에 의하여 제시된 바 있는 저수지 개념하의 추계학적 차분방정식의 자기회귀계수들에 의하여 지하수단위도를 유도한 뒤, 이 계수들의 결정은 Nash(1960)의 모멘트법에 의하여 이루어진다.

지하수단위도

Dooge(1959)가 유역상에서 Nash(1957)의 선형저수지 개념에다 선형 수로의 개념을 추가하여 유입량의 수로내 시간적 변이를 고려하므로써 저수지 개념하의 단위도에 대한 일반론을 제시한 바 있다 또한 Dooge(1973)는 이와 같은 선형저수지 개념이 지하수 흐름에도 적용할 수 있음을 언급한 바 있으며, 이에 대한 기본식을 제시하였다. Nash와 Dooge 등에 의하여 제시된 바와 같은 단위도는 주어진 시간 Δt 내에서 연속적인 시간함수형인 입력 $I(t)$ 와 출력 $y(t)$ 의 관계로부터 유도되어진 것이다. 그러나 실제적인 경우에 있어서 수문자료가 시간에 대하여 이산적(Discrete)으로 주어지는

것이 통례일 뿐만 아니라, Bras와 Rodríguez-Iturbe(1985)가 언급한 바와 같이, 모든 수문량들은 무작위적인 성질을 지니고 있다. 그러므로, 수문계 해석을 위하여는 무작위 과정론이 추천되어진다. Klemeš와 Borůvka(1975), O'Connor(1976) 및 Hino와 Hasebe(1981)들이 추계학적 차분방정식의 자기회귀모형으로부터 구한 단위도는 상기 이유들의 좋은 예라고 하겠다.

저수지 개념의 이산형 연속방정식은 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_i - y_i = s_i - s_{i-1} \quad (1)$$

윗식에서 I_i 와 y_i 는 i 번째 시간에서 물의 체적으로 나타낸 입력과 출력이다. 그리고 s_i 와 s_{i-1} 는 i 번째 시간의 종점과 시점에서 유역에 저류되어 있는 물의 체적을 뜻한다. 여기에 식(2)의 선형론의 운동방정식을 결합시키면 식(3)을 얻을 수 있다.

$$y_i = a s_i \quad (2)$$

$$y_i + K y_{i-1} = K y_{i-1} + I_i \quad (3)$$

윗식에서 K 는 a 의 역수로서 시간의 차원을 가지며, 입력치가 유출될 때까지 저수지에 저류될 평균지체시간과 같고 통상 상수로 취급된다. 또한 식(3)은 단 하나의 선형저수지의 경우에 해당되나, Klemeš와 Borůvka(1975) 또는 Klemeš(1978)가 제시한 바와 같이 일련의 n 개의 동등한 선형저수지의 경우는 식(4)와 같게 된다.

$$A_n y_i^{(n)} + A_{n-1} y_{i-1}^{(n)} + \dots + A_1 y_{i-n+1}^{(n)} + A_0 y_{i-n}^{(n)} = B_0 I_i \quad (4)$$

윗식에서 A_k 와 B_0 는 식(5)와 식(6)과 같다.

$$A_k = (-1)^{n-k} \binom{n}{k} r^{n-k} \quad (5)$$

$$B_0 = \sum_{k=1}^n (1-r)^{n-k+1} \quad (6)$$

식(5)에서 $\binom{n}{k}$ 는 조합(Combination)을 뜻하며, r 는 $K/(K+1)$ 이다.

식(4)는 식(7)과 같이 재정리 될 수 있다.

$$y_i - a_1 y_{i-1} - a_2 y_{i-2} - \dots - a_n y_{i-n} = u_i \quad (7)$$

윗식에서의 계수들은 식(4)의 계수들로부터 결정되어지며, $A_n = 1$, $-A_{n-1} = a_1$,

...., $A_0 = a_n$ 및 $B_0 I_i = u_i$ 에 각각 해당된다. 식(7)의 모든 계수들은 K 가 주어지면 결정될 수 있다.

상기 출력을 $\{y\}$ 를 무차원 단위도의 종거를 $\{h\}$ 로 나타내기 위하여 각 출력치 y_i 는 $u_1 / (1 - a_1 - a_2 - \dots - a_n)$ 로 나누어져야 한다. 따라서,

각 h_i 는 합, 즉 $\sum_{i=1}^{\infty} h_i$ 가 1이 된다. 여기서의 h_i 는 식(8)과 같은

주어진 조건들에 의하여 식(7)의 u_i 가 Kronecker delta sequence δ_{ij} 에 해당되는 경우이다.

$$\delta_{ij} \begin{cases} = 1, & j=1 \\ = 0, & j \neq 1 \end{cases} \quad (8a)$$

$$h_0 = h_{-1} = h_{-2} = \dots = 0 \quad (8b)$$

상기 조건들로부터 식(7)의 출력치 h_i 를 한 단계씩 구하여 가면 식(9)와 식(10)과 같다.

$$h_1 = u_1 / B \quad (9)$$

위식에서 $B = 1 - a_1 - a_2 - \dots - a_n$.

$$h_2 = a_1 h_1$$

$$\vdots$$

$$h_k = \sum_{j=1}^n a_j h_{k-j}, \quad k \geq 2 \quad (10)$$

자기회귀계수의 결정

Dooge(1977)는 선형시불변계에 대하여 이미 Nash(1960)에 의하여 적용 예로 사용된 바와 같이 입력과 출력응답 및 출력의 삼각 사이에는 특별한 모멘트의 관계가 있다고 언급한 바가 있다. O'Connor(1976)은 본 연구에서 적용한 식(11)의 이산형 추계학적 차분방정식의 단위충격응답을 모멘트법을 이용함으로써 유도하였다.

$$(1 + K \nabla)^n y_i = X_i \quad (11)$$

왔식에서 X_i 는 i 번째 시간의 백석잡음인 입력의 증가치를 뜻하고, 이 계는 초기에 어떤 값도 갖지 않는 이완(Relaxation)된 상태로 되어 있다고 한다. 또한 ∇ 는 후진차분요소로서 식(12)와 같은 성질을 가진다.

$$\nabla y_i = y_i - y_{i-1} \quad (12)$$

O'Connor는 이와 같은 경우에 모멘트 포함수로서 전달함수 $H(Z)$ 를 사용하
므로서 단위충격응답분의 중심과 원점에 대한 R차 모멘트들을 유도하였다. 여기
서, $H(Z)$ 는 입력과 출력의 Z-변환의 성질을 적용하므로써 쉽게 구하여질 수
있다. 이와 같이 하여 원점에서부터 구한 단위충격응답의 1차 모멘트와 중심에서부터
구한 2차 모멘트는 각각 식(13)과 식(14)와 같다.

$$M'_{1u} = nK \quad (13)$$

$$M_{2u} = nK(K+1) \quad (14)$$

여기서, 만약 입력과 출력의 원점에서의 1차와 중심에서의 2차 모멘트들이
주어진다면 Nash의 이론으로부터 식(13)과 식(14)의 관계가 얻어질 수 있
고, 이 양식을 연립적으로 풀으므로 n 과 K 를 구할 수 있다. O'Connor
는 이 n 과 K 의 값을 여러가지 시험적으로 주면서 각 경우에 대한 충격응답
의 모양을 제시한 바 있다. 본 연구에서의 자기회귀계수들은 K 만에 의하여
종속되는 값들로서, 상기 모멘트법으로부터 이 K 가 결정되어진다.

적용 예 및 검토분석

본 연구에서 지하수단위도를 위하여 제시된 추계학적 차분방정식의 계수를
구하고자 금강유역내 용담배수면적(937 km²)의 일 수문자료들을 이용하였다. 사
용된 자료는 건설부의 수문조사년보(1969-1974)에서 발췌하였으며, 일유량은
1971년도의 년보에만 기록되어 있으므로 이를 이용하여 그림 1과 같이 수위-
유량관계곡선을 작성하였다. 일반적으로 수위-유량관계곡선은 지형학적 요소들의
시간적 변화에 의하여 시기별 각 곡선이 다를 수도 있을 뿐만 아니라, 또한
동일 수위에 대하여 수위의 상승시와 하강시의 유량이 일치하지 않는 환상(
Loop)형으로 이루어진다고 알려져 있다. 그러나 사용된 자료로서는 이의 추
정이 불가능하였으므로 부득이 그림 1과 같이 동일 수위에 대한 유량들의 대
략 평준치라고 간주될 수 있는 점들을 택하여, 이 유량들을 시간에 따라서

주간별 직선 또는 곡선화하므로써 근사화하였다. 또한 년도도 1971년을 기준으로 약 3년내의 기한으로 제한하였다.

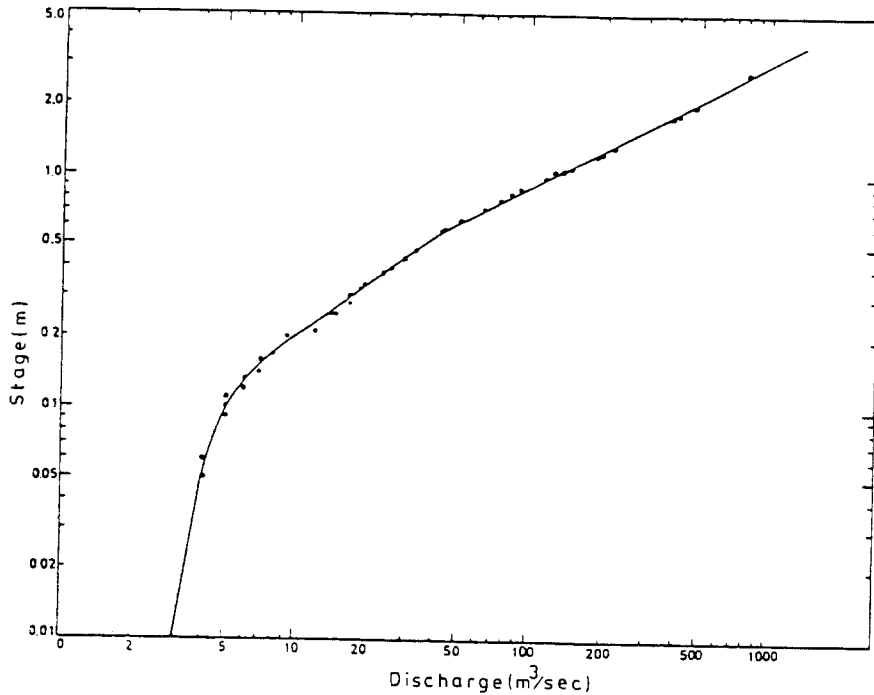


그림 1 용담지점의 수위-유량관계 곡선

주 감수곡선의 결정. 기저유출의 장시간 후의 추정치는 그림 2와 같은 주 감수곡선(Composite recession curve)을 작성하여 사용하였다. 그림 2에 서의 일련번호는 이를 위하여 사용된 강우-유출 사상별 수문자료들을 뜻하며, 그 내역은 다음과 같다: ① 1969. 5. 19-5. 24, ② 1969. 6. 7-6. 13, ③ 1970. 9. 29-10. 8, ④ 1970. 10. 13-10. 22, ⑤ 1971. 4. 17-4. 27, ⑥ 1971. 5. 15-5. 19, ⑦ 1971. 8. 25-9. 1, ⑧ 1971. 9. 11-9. 17, ⑨ 1971. 9. 29-10. 7, ⑩ 1971. 10. 11-10. 16, ⑪ 1972. 10. 5-10. 13, ⑫ 1972. 10. 16-10. 21, ⑬ 1972. 10. 23-10. 29, ⑭ 1973. 7. 6-7. 14, ⑮ 1973. 8. 9-8. 16, ⑯ 1973. 8. 19-8. 24, ⑰ 1974. 6. 23-7. 1, ⑱ 1974. 8. 10-8. 20, ⑲ 1974. 9. 5-9. 13, ⑳ 1974. 9. 17-9. 23.

여기서, 주 감수곡선의 도식화는 Linsley의 2인(1958)의 저서를 참고로 하여 수행되어진 것이며, 직접유출 플럼 추정은 Brutsaert와 Nieber(1977)의 연구

논문을 참고로 하였다.

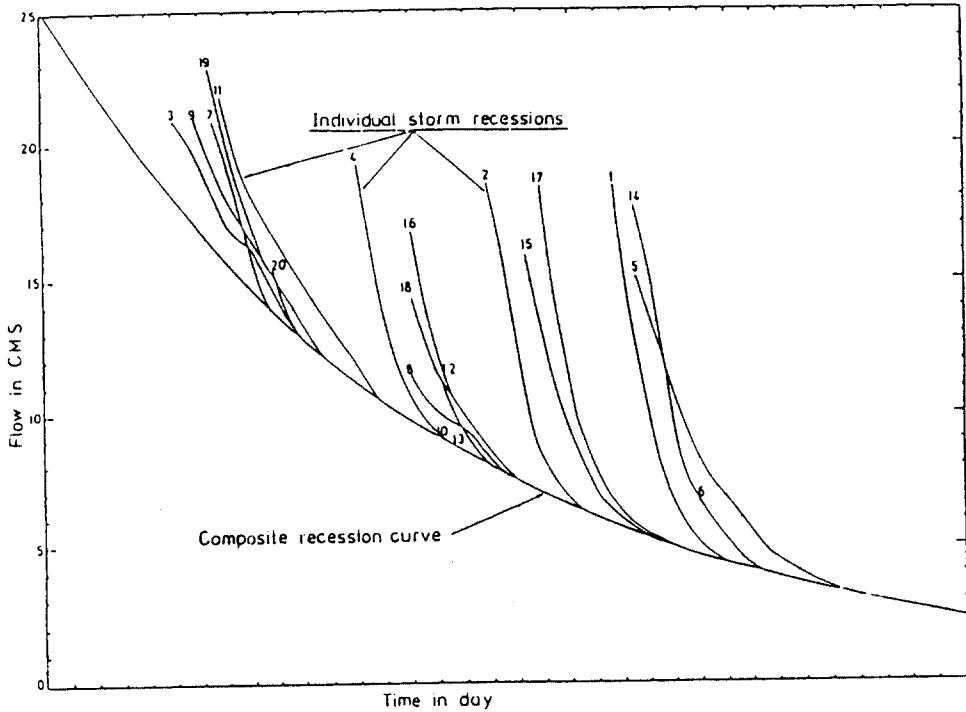


그림 2 용담지점의 주 감수곡선

그림 2와 같은 주 감수곡선은 지수곡선형을 가지므로 무한시간까지 값을 나타낼 수 있다. 따라서, 모멘트법을 적용시키기 위하여는 감수곡선의 후미부분의 적절한 곳에서 절단하여야만 한다. 이 절단치에 대하여는 Frind(1969)가 초기치 q_0 의 약 1%보다 적은 값을 가질 때에 해당된다고 논한 바 있으며, Reed와 2인(1975)은 시간길이를 가능한 한 길게 잡으므로써 다음 초과강우가 발생한 시점을 택하여 절단하였다. 본 연구에서는 전자의 경우가 사용된다.

기저유출분리와 강우의 지하유입량. 지금까지 소개되고 있는 기저유출분리 방법은 여러가지가 있으나, 각 유역별 지형학적 특성들로 인하여 어느 방법이 그 유역에 적합한지를 결정한다는 것은 상당히 어려운 문제라고 하겠다. 따라서, 본 연구에서는 상기 주 감수곡선을 이용하여 직접유출의 끝점을 결정한 다음, 제방저류(Bank storage)의 개념을 고려하는 수정 N-day법을 이용하였다. 그러므로, 해당시간의 강우로부터 지하유입량만에 의하여 발생하는 기저유출성

본은 쿨두유량의 발생시점 이후부터 고려된다. 지하유입량만에 의한 기저유출성분을 구하기 위하여는 이 성분이 발생되기전의 선형기저유량(Antecedent underlying flow)이 구하여야 한다. 이는 유량상승기점 이전의 감수곡선을 주 감수곡선에 접힌후 이 곡선을 연장하므로써 얻어질 수 있으며, 이 값을 상기 시간별 기저유량에 제하므로써 지하유입량만에 의한 기저유출성분을 결정할 수 있다. 이들로부터 물의 체적치로 환산된 강우의 총 지하유입량을 구할 수 있다. 이 양을 α -지수의 개념하에 전 강우지속기간에 걸쳐 일정점투율로 환산하면 시간별 지하유입량을 얻을 수 있다.

수치결과. 상기 과정들로부터 획득된 수문량들에 대하여 모멘트법을 적용시킴으로써 식(13)과 식(14)의 연립적인 관계를 얻을 수 있다. 이와 같이 하여 각 강우-유출 사상들에 대한 n 과 K 를 구한 것이 표 1에 제시한 바와 같다. 표 1에서 나타낸 바와 같이, n 은 1과 2 사이의 값을 가짐을 알 수 있다. 그러나 본 연구의 성격상 n 의 값은 정수(Integer)이어야 하므로, 표 1의 결과로부터 모든 경우의 n 은 1보다 커야만 한다는 사실을 고려하여 그 정수치를 2로 택하였다. 이때 표 1에서 나타낸 바와 같이 물론 K 의 값도 수정되어진다; 계산된 $M'_{1u} = nK$ 에서 $K = M'_{1u} / \text{채택된 } n$.

표 1 각 강우-유출 사상별 n 과 K 의 산정치 및 채택치

사상별 번호와 기간	산정치		채택치	
	n	$K(\text{일})$	n	$K(\text{일})$
1. 1970. 4. 15-5. 1	1.68	9.94	2	8.35
2. 1970. 5. 4-5. 20	1.89	9.31	2	8.80
3. 1971. 8. 31-9. 17	1.74	9.78	2	8.51
4. 1971. 10. 5-10. 16	1.19	11.20	2	6.66
5. 1972. 10. 8-10. 21	1.35	10.76	2	7.26
6. 1973. 8. 12-8. 24	1.71	9.60	2	8.21
7. 1974. 9. 9-9. 23	1.41	10.54	2	7.43
8. 1974. 10. 10-10. 30	1.17	11.52	2	6.74

Hino와 Hasebe(1981)는 그들이 적용한 자료들에 의할 때, 지하수의 추계학적 차분방정식의 차수인 n 은 일반적으로 10 또는 그 이상의 값을 가진다고 밝힌 바 있다. 그러나 본 연구의 결과에 의할 때, 반드시 그와 같은

값은 갖지 않는다는 것을 알 수 있다. 이는 n 이 모든 계산방법들에 대하여 불변인 물리적 특성치라기 보다는 계산방법에 따라서 좌우되어지는 값들이라고 판단된다. 그러나 이 n 과 K 값이 동일유역내 호우사상별로 심한 변화를 주는 직접유출의 경우에는 대조적으로 각 사상별 비슷한 값을 나타내고 있다는 사실은 유입량에 대한 유출량의 지체시간이나 침투치가 지하수의 경우는 상당히 안정되어 있다고 생각할 수 있다. 이와 같은 현상은 호우시의 지표수가 홍수파의 영향에 의하여 지체시간의 변화성이 강한 반면에, 지하수 흐름의 속도성분은 통상 상당히 적은 값을 가지게 되는데 기인된다고 판단된다. 지하수 흐름에서 홍류의 경우에만 적용될 수 있는 Darcy의 법칙이 지체까지 널리 이용되고 있다고 하는 것도 이와 이 유를 뒷받침해 주는 좋은 예라고 하겠다.

결론으로, 각 강우-유출에 대한 사상별 단위도의 대표치는 표 1의 각 n 과 K 값을 평균하여 결정하였다. 이때의 평균치 n 과 K 는 2와 7.75일이다. 이를로부터 구한 대표단위도는 그림 3과 같다. 그림 3에서 나타난 바와 같이, 무차원 일 지하수단위도는 시간에 대하여 상당히 미끈한 곡선임을 알 수 있다.

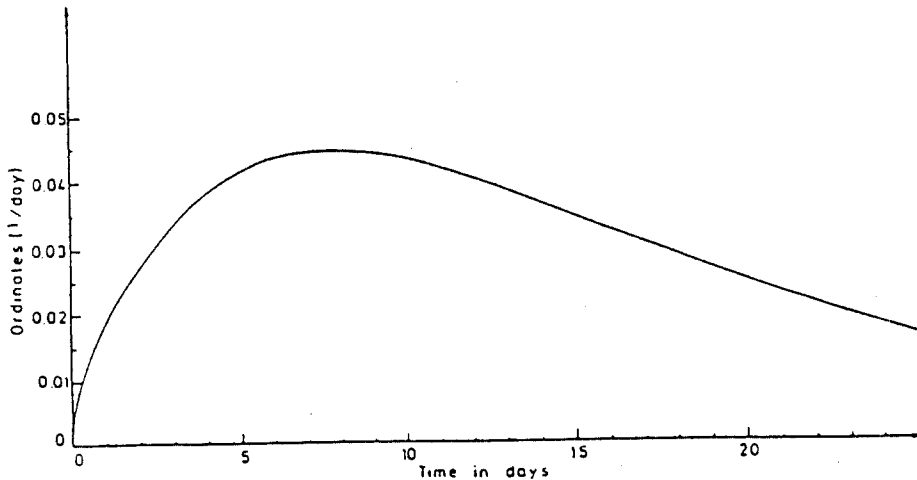


그림 3 용담지점의 무차원 일 지하수단위도

결 론

본 연구에서 제시된 단위층격에 대한 추계학적 차분방점식의 해인 지하수 단위도 이론을 금강유역내 용담 유량관측점의 일 수문자료들에 대하여 적용한 결과

다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. Hino와 Hasebe의 직접적 수치해법으로 결정된 자기회귀계수들에 의한 단위도는 그 후미부분에서 진동현상을 나타내는데 반해, 본 연구의 결과로부터 얻어진 계수들에 의할 때 이와 같은 진동현상을 배제시키는 상당히 미끈한 수문곡선을 얻을 수 있었다.

2. 모멘트법에 의하여 획득된 n 의 값은 적용된 모든 자료들에 대하여 음의 1과 2 사이에 있으며, 이들의 변화성은 직접유출의 경우에 비해 상당히 안정된 현상을 보여 주었다.

3. 대표단위도는 각 강우-유출 사상별로 획득된 n 과 K 의 값들을 평균하여 얻을 수 있었으며, n 과 K 의 평균치는 2와 7.75일이다.

4. 본 연구의 결과는 용암지점에 대하여 얻어진 것이나, 앞으로 이의 일 반성을 제시하기 위하여 여러 유역내 다지점의 수문자료들에 대하여 처리되어야 할 것이다. 또한 지속기간에 대해서도 시간과 같은 보다 짧은 시간의 경우에 연장되어야 할 것이다.

5. 본 연구의 결과는 앞으로 선형론에 의한 가저유출산정에 기여될 수 있으리라 판단된다.

참 고 문 헌

건설부, 한국수문조사연보, 1969-1974

이재형, 황만하, "유출모델에 의한 손실함수의 결정," 대한토목학회 논문집, 5(4), pp. 57-64, 1985

Bras, R. L. and I. Rodríguez-Iturbe, Random Functions and Hydrology, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., p. 1, 1985

Brutsaert, W. and J. L. Nieber, "Regionalized Drought Flow Hydrographs a Mature Glaciated Plateau," Water Resour. Res., 13(3), pp. 637-643, 1977

Dooge, J. C. I., "A General Theory of the Unit Hydrograph," J. Geophysical Res., 64(2), pp. 241-256, 1959

Dooge, J. C. I., Linear Theory of Hydrologic Systems, US Dept. of Agriculture Tech., Bulletin No. 1468, US Govt. Printing Office, pp. 283-291, 1973

- Dooge, J.C. I., "Problems and Methods of Rainfall-Runoff Modelling," In: Mathematical Models for Surface Water Hydrology, T. A. Ciriani, U. Maione and J. R. Wallis, eds., New York, John Wiley & Sons, pp. 71-108, 1977
- Frind, E. O., "Rainfall-Runoff Relationships Expressed by Distribution Parameters," J. Hydrol., 9, pp. 405-426, 1969
- Hino, M and M. Hasebe, "Analysis of Hydrologic Characteristics from Runoff Data-A Hydrologic Inverse Problem," J. Hydrol., 49, pp. 287-313, 1981
- Klemes, V. and L. Boruvka, "Output from a Cascade of Discrete Linear Reservoirs with Stochastic Input," J. Hydrol., 27, pp. 1-13, 1975
- Klemes, V., "Physically Based Stochastic Analysis," In: Adv. Hydroscience, V. T. Chow, ed., 11, pp. 285-356, 1978
- Linsley, Jr., R. K., M. A. Kohler and J. L. H. Paulhus, Hydrology for Engineers, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, pp. 151-155, 1958
- Nash, J. E., "The Form of the Instantaneous Unit Hydrograph," Internat. Assoc. Sci. Hydrol., Pub. 45(3), pp. 114-121, 1957
- Nash, J. E., "A Unit Hydrograph Study, with Particular Reference to British Catchments," Proc. I. C. E., 17, pp. 249-282, 1960
- O'Connor, K. M., "A Discrete Linear Cascade Model for Hydrology," J. Hydrol., 29, pp. 203-242, 1976
- Reed, D. W., P. Johnson and J. M. Firth, "A Nonlinear Rainfall-Runoff Model, Providing for Variable Lag Time," J. Hydrol., 25, pp. 295-305, 1975
- 吉川秀夫, 砂田豪吾, 7"エッ・ツッ・フン, "洪水流量遞減曲線の特性を考慮した流出モデルに関する研究," 日本土木学会論文報告集, 283, pp. 23-32, 1979