

관측기에 의한 유압 서어보 시스템의 최적제어

조 승 호
홍익대학교 공과대학 기계공학과

Optimal control of a Hydraulic Servosystem
by an Observer

Seung Ho Cho
Department of Mechanical Engineering, Hongik University

Abstract

State variables of an observer were made use of to realize the optimal position control of a hydraulic servosystem with the inherent nonlinearities. The range of eigenvalues of an observer suitable for the hydraulic servosystem was investigated through computer simulation.

The effect of direct state feedback of hydraulic servosystem was compared with that of estimated state feedback using observer to ascertain the possibility of performance increase using observer.

1. 서 론

정밀한 위치 제어용 유압 시스템에서는 일반적으로 전기 유압식 서어보 밸브가 사용된다. 이 밸브는 전기적 입력신호로 스푸울을 작동시켜 유량과 방향을 제어한다. 이 때 유압 작동체(actuator)의 변위가 변위변환기에서 전기적으로 검출되어 제어기로 피이드백된다. 이러한 위치제어 시스템에서는 단순한 비례 제어가 사용되거나 제어계의 안정성과 성능을 향상시키기 위하여 부하압력, 또는 필터링 된 부하압력이 피이드백되는 경우가 많다. 유압 서어보 시스템은 내재된 감쇠(inherent damping)가 매우 낮은 것이 주요한 특징이므로 감쇠를 증가시키기 위하여 누설유량이 큰 개방중립형 밸브가 사용되기도 한다.¹⁾ 그러나 개방중립형 밸브

를 사용하는 경우 동력손실이 크다는 단점이 있다. 그런데 제어계의 성능을 향상시키기 위하여 이론적으로는 시스템내의 모든 상태변수들을 피이드백 시키는 것이 우수한 방법이다.^{3,6)}

유압 서어보 시스템에서는 서어보 밸브 스푸울의 변위 및 속도, 유량, 부하압력, 유압 작동체의 가속도, 속도 및 변위가 상태변수로 사용될 수 있다.

본 연구에서는 이러한 상태변수들을 관측기(observer)를 사용하여 추정하고, 추정된 상태변수들을 피이드백 제어에 이용한다.

본 연구에서 제어대상으로 설정된 유압 서어보 시스템은 비선형 시스템이므로, 실제로 측정된 상태변수와 관측기에서 추정된 상태변수를 비교하여 이 둘이 서로 일치하는 것을 보임으로써 관측기에서 추정된 다른 상태변수들에 대한 신뢰도를 높일 수 있다. 따라서 본 논문에서는 전자수 관측기(full order observer)를 사용한 경우에 대하여 고찰한다. 서어보 밸브의 동특성을 비례특성으로 보고, 누설이 없는 상태에서 작동유체를 비압축성으로 이상화시킨 2차 선형 유압 서어보 시스템에 대하여 2차 선형 관측기를 구성한다. 그리고 서어보 밸브의 동특성을 1차 지연요소로 보고, 작동유체의 압축성을 고려한 실제에 가까운 4차 선형 유압 서어보 시스템에 대하여는 4차 선형 관측기를 구성한다. 다음에는 관측기에서 추정된 상태변수들을 이용하여 비선형 유압 서어보 시스템을 피이드백 제어한 경우에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션

수행한다.

2. 유압 서어보 시스템의 해석

본 논문에서 고려된 유압 서어보 시스템의 도식적 표현이

Fig. 1 에 주어져 있다.

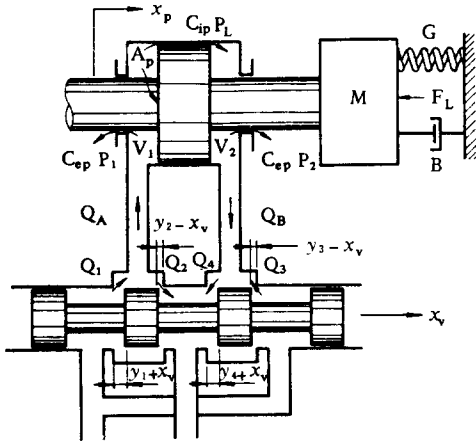


Fig. 1 Valve-piston combination

전기 유압식 서어보 밸브의 입력전류 i 와 스푸들의 변위 X 와의 관계는 (1)식과 같이 표현된다.⁷⁾

$$\frac{dx_v}{dt} + \frac{1}{T_v} x_v = \frac{K_{sv}}{T_v} i = \frac{K_{sv} K K_a}{T_v} v \quad (1)$$

서어보 밸브의 각 포트에 대한 오리피스 유량방정식, 유압실린더의 각 실에 대한 연속방정식 그리고 부하방정식은 각각 식(2), 식(3), 식(4)로 표현된다.

$$Q_1 = \frac{1}{2} B_v [1 + \text{sign}(y_1 + x_w)] (y_1 + x_w) \text{sign}(P_3 - P_1) \sqrt{|P_3 - P_1|} \quad (2a)$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} B_v [1 + \text{sign}(y_2 - x_w)] (y_2 - x_w) \sqrt{P_1} \quad (2b)$$

$$Q_3 = \frac{1}{2} B_v [1 + \text{sign}(y_3 - x_w)] (y_3 - x_w) \text{sign}(P_3 - P_2) \sqrt{|P_3 - P_2|} \quad (2c)$$

$$Q_4 = \frac{1}{2} B_v [1 + \text{sign}(y_4 + x_w)] (y_4 + x_w) \sqrt{P_2} \quad (2d)$$

$$\text{한 } B_v = C_d w \sqrt{\frac{2}{\rho}}$$

$$Q_1 - C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep} P_1 = A_p \frac{dx_p}{dt} + \frac{V_c}{2\beta_e} \frac{dP_1}{dt} \quad (3a)$$

$$C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep} P_2 - Q_3 = -A_p \frac{dx_p}{dt} + \frac{V_c}{2\beta_e} \frac{dP_2}{dt} \quad (3b)$$

$$A_p(P_1 - P_2) = M \frac{d^2 x_p}{dt^2} + B \frac{dx_p}{dt} + G x_p + \text{sign}\left(\frac{dx_p}{dt}\right) F_c + F_s \quad (4)$$

및 식들을 이용하여 실제에 가까운 4차 선형 유압 서어보 시스템과 이상화된 2차 선형 유압 서어보 시스템에 대한 상태방정식을 유도하면 다음과 같다. 단 서어보 밸브는 임계 중립형으로 가정한다.

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_v} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4\beta_e K_s}{V_c} & -\frac{4\beta_e K_{ce}}{V_c} & 0 & -\frac{4\beta_e A_p}{V_c} \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 \\ 0 & \frac{A_p}{M} & -\frac{G}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{K_{sv} K K_a}{T_v} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (5)$$

$$= \underline{A} \underline{x} + \underline{b} u \quad (5)$$

$$\text{한 } \underline{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [x_v \ P_1 \ x_p \ \dot{x}_p]^T, \quad u = v$$

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1.0 \\ -\frac{G}{M} & -\frac{K_c B + A_p^2}{K_c M} \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_s K_{sv} A_p K K_a}{K_c M} \end{bmatrix} u \quad (6)$$

$$\text{한 } \underline{x} = [x_1 \ x_2]^T = [x_p \ \dot{x}_p]^T, \quad u = v$$

3. 관측기에 의한 피드백 제어

시스템이 복잡할수록 추정하기 어렵거나, 측정할 수 없는 상태변수가 내재되어 있으며, 이와같은 상태변수들을 추정하기 위한 것이 관측기이다. 관측기의 상태변수를 이용하여 플랜트를 피드백 제어하는 과정이 Fig. 2 에 도시되어 있다.

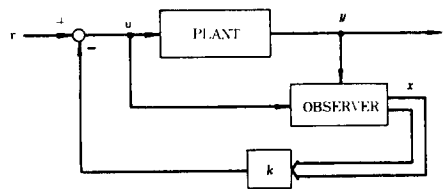


Fig. 2 State feedback introduced through an observer

우리가 원하는 고유치(eigenvalue)를 갖는 관측기를 구성하기 위해서는 주어진 플랜트가 가재어성 및 가관측성 조건을 만족시켜야 한다. 출력에 유압 실린더의 변위일 때

유압 서어보의 2차 선형 모델과 4차 선형 모델은 제어가능하고 관측가능함이 증명되었다.⁵⁾

플랜트의 상태변수를 x , 관측기의 상태변수를 \hat{x} 라 할 때 플랜트와 관측기를 포함하는 전체 시스템의 항법식은 다음과 같다.³⁾

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & -b\ell \\ \ell c & A - \ell c - b\ell \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \hat{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ b \end{pmatrix} \gamma, \quad \begin{pmatrix} x(0) = \hat{x}_0 \\ \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$y(x) = c x \quad (8)$$

관측기-제어기의 결합형에 대한 특성 방정식, 즉 식(7)의 특성 방정식은 식(9)로 표현되며, 간략하게 나타내면 식(11)로 된다. 이로부터 관측기의 모우드(mode)와 제어기의 모우드(mode)가 서로 분리됨을 알 수 있다.

$$a_{o-c}(s) = \det \begin{pmatrix} sI - A & b\ell \\ -\ell c & sI - A + \ell c + b\ell \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$a_{o-c}(s) = \det(sI - A + b\ell) \det(sI - A + \ell c) \quad (10)$$

$$= a_{cont}(s) a_{obs}(s) \quad (11)$$

다음에는 최적 상태변수 피이드백 이득을 구하는 과정에 대하여 고찰한다.

본 연구에서는 피스톤의 위치제어가 급격한 목표이므로 최적화 문제는 상태변수들이 원하는 값에 가까이 따라가도록 하는 추적(tracking)문제가 된다. 시스템의 상태방정식이 식(12)로 표현되고, 최소화할 성능지수가 식(13)과 같다고 하자.

$$\dot{\underline{x}} = A \underline{x} + b u \quad (12)$$

$$J = \frac{1}{2} [\underline{x}(T) - \underline{r}(T)]^T H [\underline{x}(T) - \underline{r}(T)] + \frac{1}{2} \int_0^T \{ [\underline{x}(t) - \underline{r}(t)]^T Q [\underline{x}(t) - \underline{r}(t)] + u^T R u \} dt \quad (13)$$

식(13)에서 $R(t)$ 는 Positive definite 하고, H 와 $Q(t)$ 는 positive semidefinite하며, $\underline{r}(t)$ 는 요구되는 상태벡터(desired state vector)를 나타낸다. 그러면 최적 제어 입력과 최적 피이드백 이득은 식(14)와 식(15)로 표

현된다.^{3,4)}

$$u = -R^{-1} b^T \ell \underline{x} - R^{-1} b^T \underline{s} \quad (14)$$

$$\dot{\underline{\ell}} = -\underline{\ell} A - A^T \underline{\ell} - Q + \underline{\ell} b R^{-1} b^T \underline{\ell} \quad (15a)$$

$$\dot{\underline{s}} = -[A^T - \underline{\ell} b R^{-1} b^T] \underline{s} + Q \underline{r} \quad (15b)$$

$$\text{단 } \underline{\ell}(T) = H, \underline{s}(T) = -H \underline{r}(T)$$

4. 컴퓨터 시뮬레이션

유압 서어보 시스템은 비선형성이 강하고 고차지연 요소의 특성을 나타내므로 컴퓨터 시뮬레이션이 해석 및 설계의 중요한 수단이 된다. 시뮬레이션을 이행하는 컴퓨터로서는 아날로그 컴퓨터와 디지털 컴퓨터가 주로 이용되고 있다.

4.1 아날로그 컴퓨터 시뮬레이션

4.1.1 변위 피이드백에 의한 응답

본 연구에서는 유압 실린더의 변위를 피이드백시켜 단순 비례제어하였을 때 진동현상을 보이는 비선형 유압 서어보 시스템을 제어대상 플랜트로 설정하였으며 그 응답이 Fig. 3에 도시되어 있다.

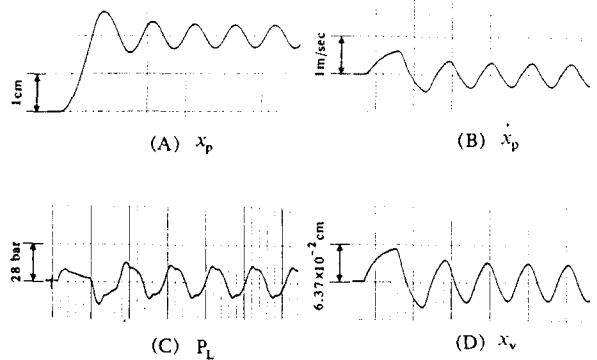


Fig.3 Response of the nonlinear model with position feedback, $K_f = (0.0 \ 0.0 \ 1.0 \ 0.0)$, $K=20$, $F_c^* = 0.005$, Time Scale = 60 ms/DIV.

정규화된 클론마찰력(F_c^*)은 식(16)로 표현된 양이며, 식(16)에서 P_{sm} 은 최대공급압력(140bar)을 나타낸다. 그리고 p_c 는 클론마찰력에 상응하는 피스톤 양단의 압력차를 나타낸다.

$$F_c^* = \frac{F_c}{P_{sm} A_p} = \frac{P_c A_p}{P_{sm} A_p} = \frac{P_c}{P_{sm}} \quad (16)$$

4.1.2 상태변수를 직접 피드백 시켰을 때의 응답
2차 선형 모델에 대하여 구하여진 최적 상태변수 피드백 벡터 $K_f = (3.16, 6.67)$ 를 비선형 모델의 상태변수인 변위 및 속도에 직접 적용하여 시뮬레이션 한 결과가 Fig. 4 에 도시되어 있다.

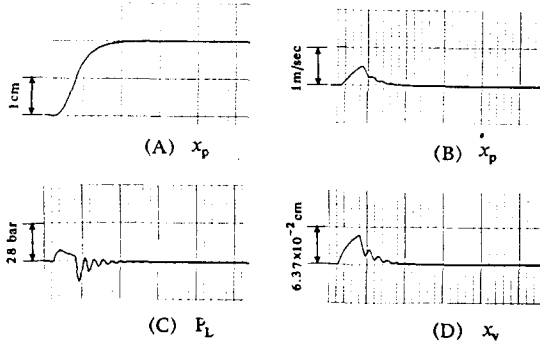


Fig. 4 Response of the nonlinear model with direct state feedback $K_f = (3.16 \ 6.67)$, $K=20$, $F_c^* = 0.005$, Time Scale = 60 ms/DIV.

제어기의 이득(K)이 20.0일때 유압 실린더의 변위를 피드백시켜 단순히 비례제어하면 진동 현상이 발생하였는데 반하여, 변위 및 속도를 상태변수로 피드백시키면 안정한 응답을 나타내며 응답특성이 매우 향상되는 것을 알 수 있다.

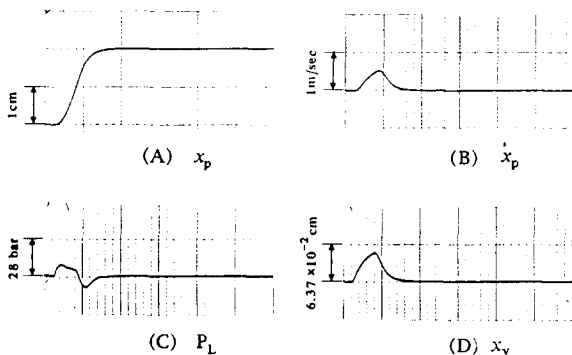


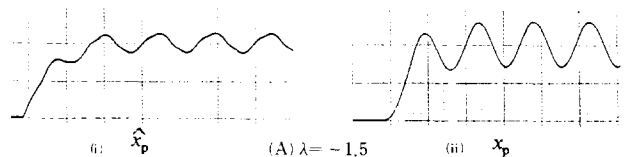
Fig. 5 Response of the nonlinear model with direct state feedback $K_f = (0.15 \ 0.021 \ 1.0 \ 0.66)$, $K=20$, $F_c^* = 0.005$, Time Scale = 60ms/DIV.

4차 선형 모델에 대하여 구하여진 최적 피드백 벡터 $K_f = (0.15 \ 0.021 \ 1.0 \ 0.66)$ 을 사용하여, 비선형 모델을 제어한 경우의 시뮬레이션 결과가 Fig. 5 에 나타나 있다. 감쇠비가 충분히 큰 것으로 나타나며 응답 특성이 매우 좋다.

4.1.3 관측기의 상태변수 피드백에 의한 응답

상태변수를 직접 피드백 시키는 대신, 관측기에서 추정된 상태변수를 이용하여 비선형 유압 서보 시스템 (=포텐트)을 피드백 제어하였을 때 어떠한 응답이 나타나는 가를 시뮬레이션에 의하여 조사한다.

2차 선형 관측기를 이용한 경우와 4차 선형 관측기를 이용한 경우에 대하여 각각 시뮬레이션을 실행한다. 이때 피드백 이득은 선형 모델로부터 구한 최적 상태변수 피드백 이득을 이용한다. 관측기의 고유치가, 제어기의 고유치중 가장 왼쪽에 위치한 고유치보다, 더 왼쪽에 위치하도록 관측기의 이득을 정하면, 이득의 크기가 너무 커져서 마날로그 컴퓨터의 포텐시오메타(potentiometer)에서 포화(saturation)가 발생 할 때가 있다. 이러한 경우에 있어서의 시뮬레이션은 디지털 컴퓨터가 적합하며 이에 대하여는 4.2절에서 다루기로 하고, 여기서는 관측기의 고유치가 제어기의 고유치중 가장 왼쪽에 위치한 고유치보다, 더 오른쪽에 위치하도록 관측기의 이득을 정하고 이에 대한 아날로그 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한다. Fig. 6의 (A), (B), (C), (D)는 관측기의 고유치가 각각 -1.5, -2.0, -6.0, -12.0일 때 관측기와 비선형 유압 서보 시스템의 출력을 나타낸다.



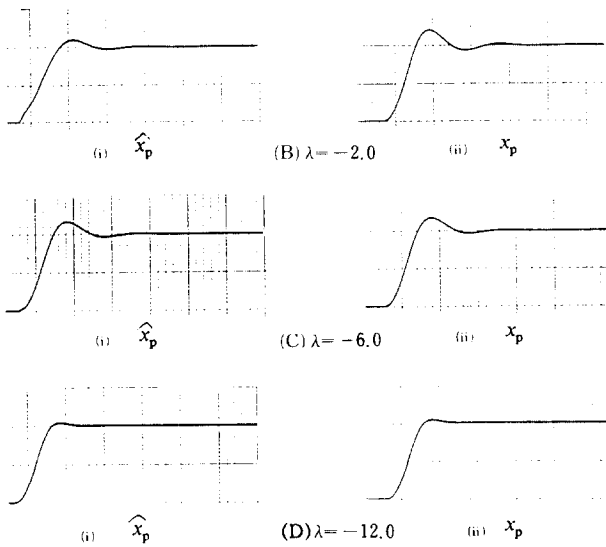


Fig.6 Responses with state feedback using the second order linear observer for different eigenvalue, $K_f = (3.16 \ 6.67)$, $K=20$, $F_c^* = 0.0$. Time Scale=60ms/DIV.

Fig.6 로 부터 2차 선형 관측기의 고유치가 원점 가까이 있을 수록 관측기와 플랜트의 상태변수가 잘 일치하지 않는다는 것을 알 수 있다.

4.2 디지털 컴퓨터 시뮬레이션

4.2.1 관측기의 고유치 변화에 따른 응답

2차 선형 관측기를 이용하였을 때의 응답이 Fig.7 에 나타나 있다. 부하질량이 49.0 Kg일 때 제어기의 고유치중 가장 왼쪽에 위치한 것은 -50.0이며, 관측기의 고유치가 이보다 오른쪽에 위치한 경우에 대하여 디지털 컴퓨터 시뮬레이션한 경우가 Fig.7(A)에 도시되어 있으며, 왼쪽에 위치한 경우에 대하여는 Fig.7(B)에 도시되어 있다. 전자의 경우에 약간의 오버슈트 현상을 보이고 있다.

4차 선형 관측기의 고유치 변화에 따른 응답이 Fig.8 에 도시되어 있다. 질량부하가 49.0Kg일 때 제어기의 고유치중 가장 왼쪽에 위치한 것은 -21.5 이다. 관측기의 고유치가 이 보다 오른쪽에 위치한 경우에 대하여 디지털

컴퓨터 시뮬레이션한 결과가 Fig.8(A)에 도시되어 있으며, 왼쪽에 위치한 경우에 대하여는 Fig.8(B)에 도시되어 있다. 이 때의 출력들을 비교하면 관측기의 고유치가 -8.0일 때의 출력이 거의 일치한다.

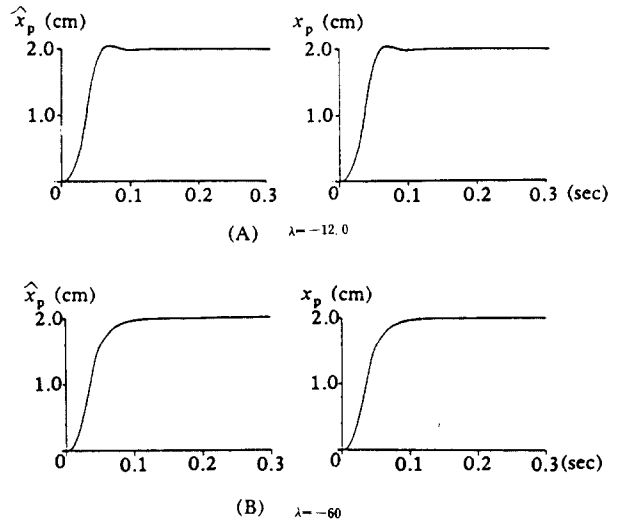


Fig.7 Outputs of the plant and the second order linear observer according to the change of eigenvalue of observer. ($M=49\text{Kg}$, $K=20$, $F_c^*=0.005$) $K_f=(3.16 \ 6.67)$

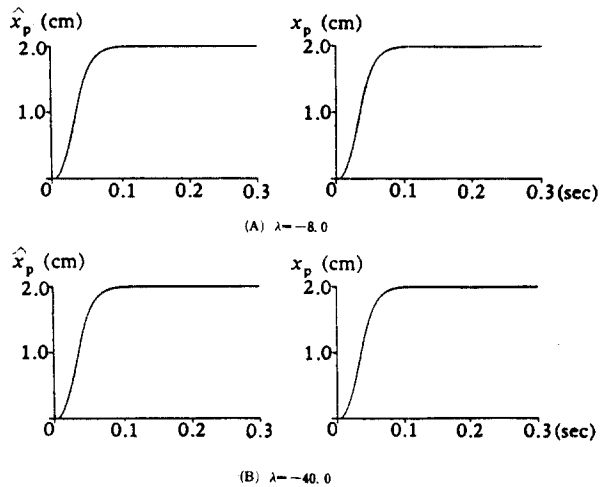


Fig.8 Outputs of the plant and the fourth order linear observer according to the change of eigenvalue of observer. ($M=49\text{Kg}$, $K=20$, $F_c^*=0.005$), $K_f=(0.15 \ 0.021 \ 1.0 \ 0.66)$

4.2.2 쿨롱마찰력의 변화에 따른 응답

디지털 컴퓨터는 마찰력의 시뮬레이션에 유리하므로, 마찰력의 넓은 변화 영역에 있어서 2차 및 4차 선형 관측기에 의한 시스템의 응답특성이 Fig.9 과 Fig.10 에 각각 도시되어 있다. 이들은 쿨롱마찰력(F_c^*)을 0.005-0.1-0.2로 변화 시키면서 디지털 시뮬레이션한 결과를 나타낸다.

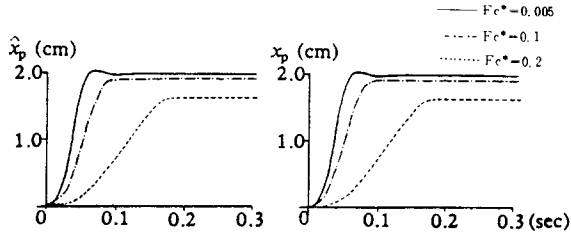


Fig.9 Outputs of the plant and the second order linear observer according to the change of Coulomb friction ($M=49\text{Kg}$, $K=20$, $\lambda=-12.0$), $K_f=(3.16 \ 6.67)$

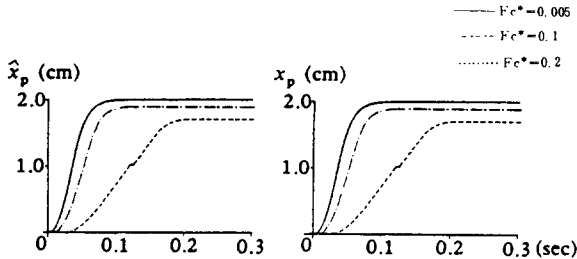


Fig.10 Outputs of the plant and the fourth order linear observer according to the change of Coulomb friction ($M=49\text{Kg}$, $K=20$, $\lambda=-8.0$), $K_f=(0.15 \ 0.021 \ 1.0 \ 0.66)$

쿨롱마찰력이 커질 수록 정상상태 오차가 증가하며, 초기 시간 지연특성이 두드러진다.

5. 결 론

(1) 컴퓨터 시뮬레이션 결과, 실린더 변위 만을 피드백 하여 비례제어 하였을 때 잔동현상을 보이는 비선형 유압 서어보 시스템에서, 4차 선형 시스템으로 모델링하여 구한 최적 피드백 이득을 사용하여, 상태변수들, 즉 서어보 밸브의

변위, 부하유량, 실린더의 변위 및 속도를 직접 피드백 시켰을 때 매우 우수한 응답특성을 얻을 수 있었으며, 4차 선형 관측기를 사용하여 상태변수를 추정하고, 이를 피드백 시켰을 때도 위와 동일한 결과를 얻을 수 있었다. 또한 2차 선형 시스템으로 모델링하여 구한 최적 피드백 이득을 사용하여, 상태변수인 실린더의 변위 및 속도를 직접 피드백 시켰을 때와 관측기를 사용하여 상태변수를 추정하고, 이를 피드백 시켰을 때에도 응답특성을 크게 향상시킬 수 있었다.

(2) 플랜트가 비선형 유압 서어보 시스템인 경우, 관측기의 고유치가, 제어기의 고유치중 가장 왼쪽에 위치한 두개의 고유치사이에 위치하여도 안정된 응답을 얻을 수 있었다. 즉 관측기의 고유치가 제어기의 고유치중 가장 왼쪽에 위치한 고유치보다, 더 왼쪽에 위치하지 않아도 안정된 응답을 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

1. H.E.Meritt, Hydraulic control system, John Wiley & Sons, New York, 1967.
2. K.I.Lee, Dynamisches Verhalten der Steuerkette Servoventil-Motor-Last, Dez.1977, Aachen.
3. T.Kailath, Linear Systems, Prentice Hall, 1980.
4. J.L.Shearer, Digital Simulation of a Coulomb-Damped Hydraulic Servosystem, J.of Dynamic Systems, Measurement and Control, Trans. ASME, Vol.105, June 1983, pp. 215-221.
5. 조 승호, 관측기의 상태변수 피드백을 이용한 유압 서어보 시스템의 위치제어, 서울대학교 대학원 공학박사 학위논문, 1985.
6. H.Kwakernaak and R.Sivan, Linear Optimal Control Systems, John Wiley & Sons, Inc., 1972.
7. W.J.Thayer, Transfer Functions for Moog Servovalves, Moog Technical bulletin 103, Servocontrols, Inc., 1965.