

Multiprocessor 를 이용한 연속 동특성계의

실시간 시뮬레이션에 관한 연구

오 규 영 칩, 양 해 원
한 양 대 학 교 전 기 공 학 과

A Study on the Real Time Simulation of
Continuous Dynamic System Using a Multiprocessor

BYUNG - CHUL KWAK, HAI - WON YANG
Dept. of Elec. Engineering, Hanyang Univ.

1. 서 론

컴퓨터 기술의 발달에 따라 디지털 전산기는 연산처리 능력이 더욱 빨라지고, 더욱 큰 기억 용량을 갖게 되었다. 따라서 산업공정, 화학 프랜트, 원자력발전 및 항공분야 등의 복잡한 연속 동특성계에 대한 실시간 시뮬레이션이 가능하게 되었다. 특히 복잡한 연속 동특성계의 시뮬레이션 목적으로 Multiprocessor 형태의 전산기가 개발되었다. 이 Multiprocessor 형태의 전산기는 D/A 변환기와 A/D 변환기를 갖추므로써 실시간 실험 (A Real Time Hardware-in-the-Loop Simulation) 시의 컴퓨터와 외부장비와의 데이터 전달이 용이 하여 졌다. (1) (2)

본 연구에서는 비행체의 비행자세를 제어하기 위한 조종장치 (3) (4) 의 설계분석 및 성능 시험을 위하여 Multiprocessor 를 이용하여 실시간 실험 모의실험이 가능함을 보였다. 본 시뮬레이션에 사용된 전산기는 AD 10 전산기 (5) 이다.

2. 실시간 시뮬레이션 방법

(1) 실시간 시뮬레이션을 위한 적분 방식

일반적으로 연속 동특성계의 시뮬레이션 모델은 미분 방정식의 형태로 표현된다. 이러한 미분 방정식을 풀기 위한 적분 방식은 Adams-Bashforth (AB) 방식과 같은 Single-Pass Predictor Algorithm 과 Runge-Kutta (RK) 와 Adams-Moulton (AM) 방식과 같은 Multi-Pass Algorithm 으로 분류된다.

실시간 실험 모의실험시에는 컴퓨터와 외부와의 데이터 전달이 실시간에 수행되어야 하므로 적분 방식에 제약이 따른다. 연속 동특성계의 특성 방정식이 다음과 같다고 하자.

$$\dot{X} = f(X, U(t), t) \quad (1)$$

여기서 X 는 상태 벡터이고, U 는 입력 벡터이다.

식(1)을 풀기 위한 AB 방식과 RK 방식에 대하여 생각하자. 여기서 적분간격은 T 라 한다.

AB-2 방식 (2nd Order AB Method) :

$$X_{n+1} = X_n + \frac{T}{2} (3f(X_n, U_n) - f(X_{n-1}, U_{n-1})) \quad (2)$$

RK-2 방식 (2nd Order RK Method) :

$$X_{n+1} = X_n + \frac{T}{2} (f(X_n, U_n) + f(\bar{X}_{n+1}, U_{n+1})) \quad (3)$$

여기서

$$\bar{X}_{n+1} = X_n + T f(X_n, U_n) \quad (4)$$

AB-2 방식에서는 X_{n+1} 을 얻기 위하여 $f(X_n, U_n)$ 과 저장되어 있는 $f(X_{n-1}, U_{n-1})$ 으로부터 구하는 Single-Pass 적분 방식임을 알 수 있고, $t = (n+1)T$ 에서의 출력 X_{n+1} 은 $t = nT$ 에서의 입력 U_n 을 필요로 함을 안다.

RK-2 방식에서는 X_{n+1} 을 얻기 위하여 식 (4)를 계산하고, 그 결과를 이용하여 X_{n+1} 을 구하는 Two-Pass 적분 방식임을 알 수 있고, 또한 식 (3)으로부터 X_{n+1} 의 계산이 U_{n+1} 이 요구되므로 이는 실시간 시뮬레이션이 아니다. 즉 t_n 이전의 정보만 사용할 수 있으므로 실시간 실험시에는 적분 방식이 Explicit Form 의 형태이어야 한다. 따라서 AM 방식이나 일반적인 RK 방식은 실시간 시뮬레이션에서는 사용할 수 없고, AB 방식이나 변형된 RK 방식을 이용하여야 한다.

여기서 적분간격과 실시간과의 관계를 살펴보자. 시뮬레이션 모델의 One Step Evaluation 에 걸리는 시간을 Frame Time (FT) 이라 정의하고, FT 과 실시간과의 빠르기 정도를 나타내는 수를 S 라 하면, 적분간격 T 와의 관계는 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$T = N * S * FT \quad (5)$$

식 (5) 에서 N 은 적분방식의 적분간격당

의 Function Evaluation 수로서 RK-4 방식이면 $N=4$, RK-3 방식이면 $N=3$, AM 과 RK-2 방식은 $N=2$ 이고 모든 AB 방식은 $N=1$ 이다. 따라서 실시간 시뮬레이션을 위하여는 다음의 관계식을 만족하여야 한다.

$$PT \leq \frac{1}{N} * T \quad (6)$$

즉, $S=1$ 인 경우가 실시간 빠르기이다.

(2) 적분방식과 안정도

적분 방식의 안정도와 적분 간격과의 관계는 Benyon (6) 에 의한 안정도 곡선으로부터 알 수 있다. 다음 그림 7 은 안정도 곡선이다.

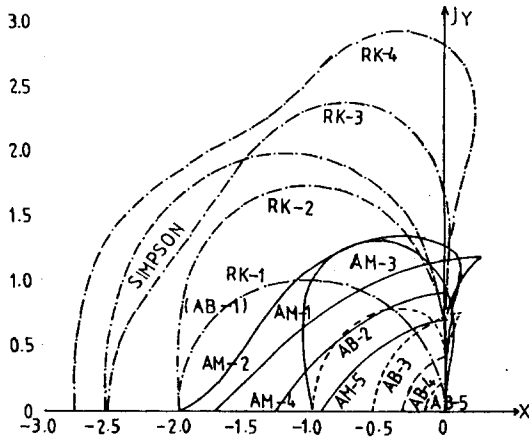


그림 7. 각 적분방식의 안정도 곡선

(Fig.1 Stability Boundaries of Various Methods)

여기서 AB-2 방식에 대한 안정도 곡선을 구하는 방법을 생각한다. AB-2 방식은 다음과 같으며, T 는 적분 간격이다.

$$Y_{n+1} = Y_n + T \left(\frac{3}{2} \dot{Y}_n - \frac{1}{2} \dot{Y}_{n-1} \right) \quad (7)$$

시뮬레이션 모델을 식 (8)과 같이 생각하자.

$$\dot{Y} = \lambda Y + \beta X \quad (\text{혹은 } \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\beta}{s-\lambda}) \quad (8)$$

그러면 식 (8)의 시뮬레이션 모델에 식(7)의 AB-2 방식을 적용하고, Z - 변환하면 다음을 얻는다.

$$\left(Z^2 - (1 + \frac{3}{2}\lambda T)Z + \frac{1}{2}\lambda T \right) Y = \left(\frac{3 - Z^{-1}}{2} \right) \beta T X(Z) \quad (9)$$

따라서 시뮬레이션 모델의 특성근 은 $Z^2 - (1 + \frac{3}{2}\lambda T)Z + \frac{1}{2}\lambda T = 0$ 으로 부터 얻는다. 이와 같은 시스템이 안정하기 위하여서는 Z -영역에서 근이 $|Z|=1$ 인 단위원내에 존재하여야 한다. 특성방정식 $Z^2 - (1 + \frac{3}{2}\lambda T)Z + \frac{1}{2}\lambda T = 0$ 으로 부터 $|Z|=1$ ($Z = e^{j\theta}$) 에 대한 λT 의 궤적을 구할 수 있으며, 이 궤적이 λT -평면에서의 안정도 곡선이다. 이 안정도 곡선으로

부터 시뮬레이션 모델의 안정한 시뮬레이션을 위한 적분 간격을 알 수 있다.

3. 연구 사례

(7) 적용 모델

본 연구에 적용된 시뮬레이션 모델은 그림2와 같은 비행체의 자세제어를 위한 Pitch 조종 장치이다.

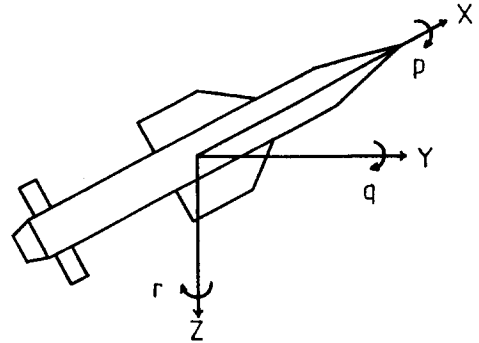


그림 2. 비행체 모델

(Fig.2 Flight Vehicle Model)

Pitch 조종 장치의 구성은 비행운동이 발생하였을 때 자세의 움직임을 감지할 수 있는 감지기 (Rate Sensor, Accelerometer) 와 원하는 방향으로 비행자세를 잡아주도록 조종날개를 움직여주는 구동장치 및 보상회로로 구성이 된다.

이를 블록선도로 나타내면 그림 3 과 같다.

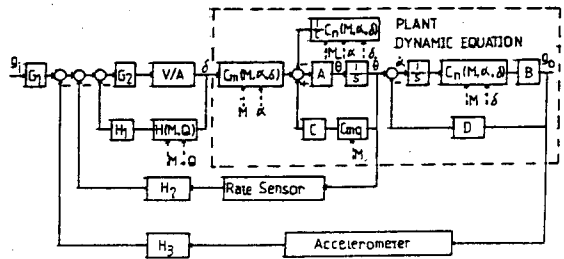


그림 3. Pitch 조종장치 블록선도

(Fig.3 Block Diagram of Pitch Control System)

다음은 조종장치 각 블록의 전달함수 및 이득이다.

$$G_1 = 2.09 (S + 0.9) / (S + 0.64)(S + 22.4)(S + 52.2)$$

$$G_2 = 65.3 (S + 15) / (S + 31)$$

$$H_1 = \frac{.668 S (S + 2.3)(S + 117.6)(S + 177)}{(S + 4.6)(S + 3.5)(S + 34.6)(S + 648)}$$

$$H_2 = \frac{11. S (S + 9.72)(S + 38.9)}{(S + 0.6)(S + 10.9)(S + 22.4)(S + 52.2)}$$

$$H_3 = \frac{218.2 (S + 0.9)}{(S + 0.64)(S + 22.4)(S + 52.2)}$$

$$V/A : (\text{Valve and Actuator}) = \frac{K \omega_n^2}{S^2 + 2\zeta \omega_n S + \omega_n^2}$$

$$(\zeta = 1.2, f = 258 \text{ Hz}, K = 23.2)$$

$$H(M, Q) = \frac{21.16 Q - 3846. (1 - 1/(\eta M^2))^{1/2}}{46.66 Q + 187740. (1 - 1/(\eta M^2))^{1/2}} \quad (\text{단 } M \gg 1)$$

$$\text{Rate Sensor} = \frac{K\omega_n^2}{S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2}$$

$$(\zeta = 0.6, f = 37 \text{ (Hz)}, K = .12)$$

$$\text{Accelerometer} = \frac{K\omega_n^2}{S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2}$$

$$(\zeta = 0.6, f = 200 \text{ (Hz)}, K = 1.2)$$

A, B, C, D 는 비행체의 형상 및 비행조건에 따라 결정이 되는 값이고, Cm, Cn, Cmq 는 풍동실험 (Wind Tunnel Test) 에 의하여 얻어지는 수치들이다.

(2) 실시간 실험 모의실험 방법

그림 3 과 같이 구성된 조종장치의 실시간 실험 모의실험을 위하여 시뮬레이션 블록을 구성한다. 조종장치의 시뮬레이션 블록은 크게 세가지로 나눌 수 있다. 첫째는 프랜트의 운동방정식을 계산하기 위한 전산기 블록이고, 둘째는 비행자세를 표현해줄 수 있는 비행운동 테이블로서 조종장치의 보상회로 및 감지기를 장악할 수 있어야 한다. 셋째는 구동장치이다.

여기서 각 블록의 데이터 입출력 관계는 다음과 같다. 비행운동 테이블에 장악된 보상회로의 입력은 비행운동이 일어났을 경우 가속도 감지기로 부터 측정된 가속도 $\ddot{\theta}$ (deg/sec) 와 구동장치로 부터의 조종날개 편향각 δ (deg) 이며, 보상회로의 출력은 구동장치 구동을 위한 구동 신호이다. 운동 방정식을 풀기 위한 전산기 블록의 입력은 구동장치로 부터의 δ 이며, 출력은 비행운동 테이블을 움직여줄 θ 이다. 실험을 위한 실험장치의 구성도는 그림 4 와 같다.

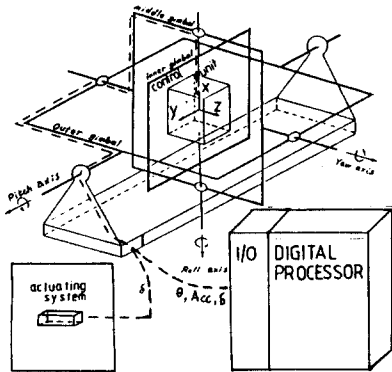


그림 4. 실험 장치 구성

(Fig.4 Construction of Hardware-in-the-Loop Testing Facilities)

여기서 비행운동 테이블은 3-축 비행운동 테이블 (3-Axis Flight Motion Table)(7)을 이용하였고, 전산기는 AD 10 을 이용하였다.

실험 데이터는 임의로 아래와 같이 설정하였다.

마하 2.34, 비행속도 2430 (ft/sec)

관성모멘트 5000 (slug-ft²), 동압력 3880 (psf)

이며 입력은 4 (g-Acceleration) 이다.

실험은 이와 같은 실험 조건에서 필요한 데이터를 입력시키고, 전산기의 모드 제어에 따라 프로그램을 수행한다.

4. 실험결과 및 고찰

실험결과에 대한 타당성을 검토하기 위하여 우선 기준이 되는 데이터를 다음과 같이 얻었다.

실험 조건에서 조종장치의 수학적 모델에 대한 시간 응답특성은 그림 5 와 같으며, 그림에서

δ (deg) 는 조종날개 편향각, α (deg) 는 양각,

$\dot{\theta}$ (deg/sec) 는 각속도이며 g_0 는

입력에 대한 응답곡선이다.

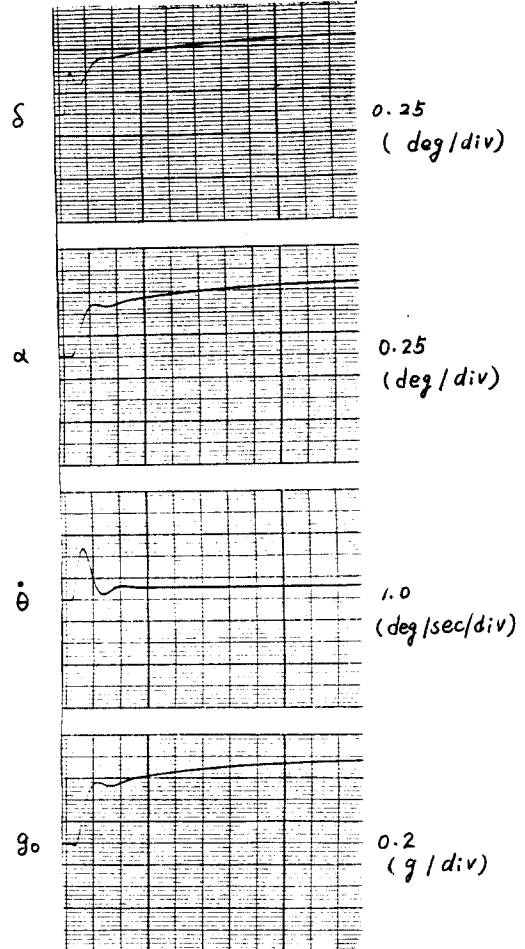


그림 5. 수학적모델의 시뮬레이션 결과

(Fig.5 Simulation Results of Mathematical Model)

여기서 시뮬레이션이 실시간으로 수행되었는지를 검토하기 위하여 적분방식과 적분간격에 대한 관계를 표 1 과 같이 얻었다.

표 1. 적분방식과 적분 간격

(Table 1. Integration Methods and Step Size)

적분방식	(λT) _{max}	T _{max} (sec)	S _{max} (이론치)	S _{max} (실험치)
AB-2	- 1.	1.54E-3	3.74	3.7
AB-3	- .545	8.41E-4	2.04	2.1
AB-4	- .3	4.63E-4	1.12	1.26

(Frame Time = 4.121E - 4 (sec))

표 1에서 $(\lambda T)_{max}$ 는 그림 1의 안정도곡선 상의 값으로써, 시뮬레이션 모델의 근이 실수근 만큼 가는 경우 AB-2 방식에서는 -1임을 안다.

T_{max} 는 시뮬레이션 모델의 가장 큰 극점의 $\lambda = -648$ 을 $(\lambda T)_{max} = -1$ 에 대입하므로써

AB-2 방식에서의 $T_{max} = 1.543E-3$ (sec) 를 얻었다. S_{max} 이론치는 식(5)에 시뮬레이션 모델의 FT 와 $N=1$ 을 대입하여 얻은 수치이며,

S_{max} 실험치는 S 의 값을 변화시킬 경우 시뮬레이션 결과에 영향을 주지 않는 가장 큰 값이다. 따라서 AB-2 방식을 이용할 경우 안정한 시뮬레이션을 위하여서는 적분 간격이 $1.543E-3$ (sec) 이상이어서는 안된다.

또한 S_{max} 는 실험치와 이론치가 거의 유사함을 볼 수 있으며, $S_{max} = 3.7$ 은 실시간보다 3.7배의 빠른기로 계산이 가능함을 의미한다.

이는 식(6)을 만족하는 실시간 시뮬레이션이 수행되었음을 뜻한다.

실물 모의실험 결과로는 그림 6을 얻었다.

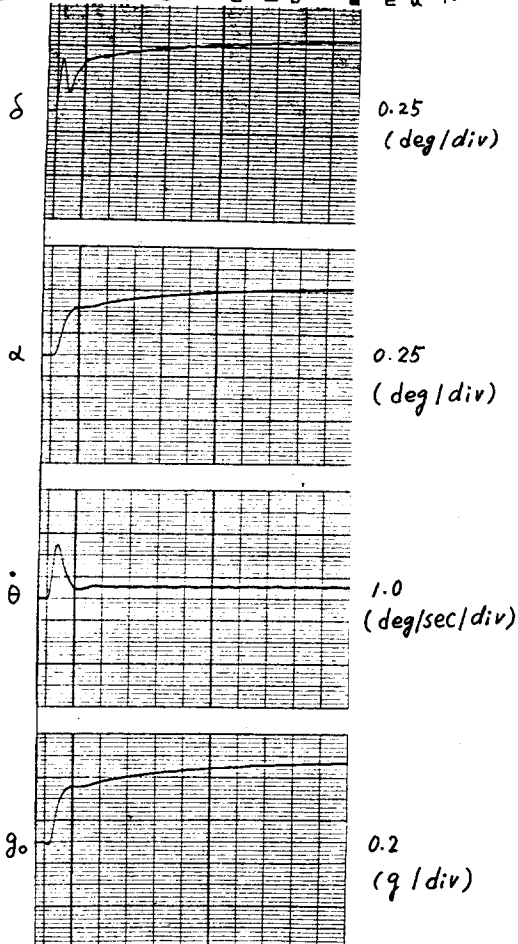


그림 6. 하드웨어 실험 결과
(Fig.6 Hardware Simulation Results)

위의 두 실험결과로부터 다음을 알 수 있다.

- 1) 하드웨어의 실험결과에 약간의 진동현상을 볼 수 있는데 이는 구동장치의 특성에 의한 현상이며, 이로 인하여 θ , α 및 γ 에 까지 영향을 줄 수 있다.
 - 2) 조종장치를 구성하는 하드웨어 즉, 보싱회로, 감지기 및 구동장치가 올바르게 구성이 되었음을 알 수 있다.
 - 3) 각 하드웨어의 수학적 모델링이 잘 되었다고 사료된다.
5. 결 론

이상의 실험 결과로부터 Multiprocessor 를 이용하여 연속 동특성계의 실시간 시뮬레이션이 가능함을 보였고, 실시간 실험 모의실험을 통하여 비행체 조종장치의 설계확인 은 물론 조종장치를 구성하는 각 하드웨어의 성능 및 전체 조종장치의 성능 해석이 가능함을 보였다.

또한 반복 실험을 통해서 조종장치를 구성하는 각 하드웨어의 특성을 파악하므로써 정확한 모델링이 가능하며, 조종장치의 설계수정 및 보안에 이용하므로써 설계목적을 최적화 할 수 있다.

- 참 고 문 헌 -

- (1) Harold L. Paetrick, Charles M. Will, 'Hardware-in-the-Loop Simulation: A Guidance System Optimization Tool', AIAA Mechanics and Control of Flight Conference ANAHEIM, CA. Aug 5-9, 1974
- (2) Chester Ludlam, 'Hardware-in-the-Loop Simulations: Answer to Cost-Effective Weapon Development', EG Engineering Journal, July-August, pp 16-24, 1981
- (3) Joh H. Blakelock, 'Automatic Control of Aircraft and Missile', John Wiley & Sons, 1965
- (4) Jan Roskam, 'Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls', Roskam Aviation and Engineering Corporation, 1977
- (5) 'AD 10 Hardware Reference Manual', Applied Dynamics International, Ann Arbor, Michigan
- (6) Peter R. Benyon, 'A Review of Numerical Methods for Digital Simulation', Simulation, Vol6, No5. PP 219-238, 1968
- (7) Carco Electronics, 'Instruction Manual: 3-Axis Flight Simulator', 1975