

시간 지연 궤환 두우프를 이용한 유도전동기의
속도 제어에 관한 연구

●신 위 범, 윤 명 중

한국 과학 기술원, 전기 및 전자 공학과

A Study on the Speed Control of the Induction Motor by
using the Time-Delayed Output Feedback

●Hwi-Beom Shin and Myung-Joong Youn

Department of Electrical Engineering, KAIST

Abstract

The squirrel-cage induction motor can be characterized as a nonlinear and multi-input, multi-output system, and has the unmeasurable states which are the rotor currents. In this paper, the time-delayed output feedback method is applied to the speed control of induction motor driven by the current-controlled PWM inverter and its performance is investigated by using the computer simulation.

1. 서 론

일반적으로 가변속 구동장치로 제어가 편리한 직류 전동기가 주로 사용되고 있다. 농형 유도전동기는 같은 출력을 갖는 직류전동기에 비하여 가격이 싸고, 부피가 작고, 가벼운 장점이 있고, 회전자 권선, 브러쉬 및 정류자가 없기 때문에 고속 운전이 가능하다. 또한 회전자 매우 튼튼하고, 보수 및 유지가 편리하며, 먼지 및 습기 등과 같은 불리한 작업 환경에서도 높은 신뢰도를 갖는 강점을 지닌다[1]. 그러나, 농형 유도전동기는 시스템 자체가 비선형, 다입력-다출력이고[2], 회전자의 전류를 측정할 수 없기때문에 제어가 설계가 복잡하고 어렵다는 단점을 지닌다.

그러므로, 본 논문은 유도전동기에 대해 견실한(Robust) 속도 제어기의 설계를 목적으로 d-q로 표현된 유도전동기의 선형화 모델을 바탕으로 디지털 제어기에 알맞은 알고리즘을 개발하여 이의 성능 및 구현 가능성을 시뮬레이션을 통하여 검토하고자 한다. 제어 알고리즘으로는 시간 지연 출력궤환 방식과 출력단에 적분기를 도입한 방식을 이용하고, 유도전동기의 구동장치는 전류 제어 PWM 인버터(Current-Controlled PWM Inverter)를 사용한다.

2. 전체 시스템 모델링

2.1 상태 방정식 유도

전류 제어 PWM 인버터는 그림1. 예시와 같이 고정자 전류의 크기와 주파수를 제어입력으로 갖고, 전류원 인버터와 유사한 속도-토포크 특성을 지닌다[2]. 따라서, 전류 제어 PWM 인버터-유도전동기 시스템은 전류원 인버터와 같은 3차의 상태 방정식으로 표현된다. 전류 제어 인버터의 동작 방식을 살펴보면 그림2. 예시와 같이 기준파 전류와 궤환된 실제 고정자 전류로부터 히스테리시스 비교기에 의해 펄스폭 변조가 이루어져 인버터 각 상의 스위칭 소자를 켜조시킨다. 이때 출력 전류 및 전압 파형은 그림3. 과 같이 전류에 리플이 나타나며, 이는 히스테리시스 비교기에 의해 크기를 조절할 수 있다.

한편 전류 제어 PWM 인버터전류의 고조파 성분은 유도전동기의 안정도 및 과도 응답특성에 영향이 작으므로 이를 무시하고 기본파 성분만을 고려하면 출력 전류는 다음과 같다[3].

$$i_{as} = I_c \cos(\omega_e t) \quad (1)$$

$$i_{bs} = I_c \cos(\omega_e t - 2\pi/3) \quad (2)$$

$$i_{cs} = I_c \cos(\omega_e t - 4\pi/3) \quad (3)$$

여기서, i_{as} , i_{bs} , i_{cs} 는 고정자 권선이 Y-결선일때 전동기의 상전류가 되고, I_c 와 ω_e 는 각각 고정자 전류의 기본파의 크기와 주파수를 나타낸다.

대칭 3상 유도전동기는 일반적으로 d-q축 이론을 바탕으로 다음의 가정하에 전압 및 토포크 방정식을 얻는다[4].

- 1) 인가 전압 및 전류는 균형(Balance)되어 있고,
- 2) 공극내의 기자력 분포는 공간적으로 정현파이고,
- 3) 철심에서의 자기 포화 및 철손을 무시한다.

고정자 주파수와 같은 속도 즉, 동기 속도로 회전하는 d-q축을 기준속으로 선택하면 전압과 전류는 정상 상태에서 직류값이되어 한 동작점에서 선형화된 상태 방정식을 유도하기 수월해진다[5]. 따라서 abc-변수값을 동기 속도로 회전하는 d-q축으로 환산하고, 유도전동기의 전압 방정식을 정규화(Per-Unit)된 값으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} i_{qs}^e \\ i_{ds}^e \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_s + \frac{p}{\omega_b} X_s \frac{\omega_c}{\omega_b} X_s & \frac{p}{\omega_b} X_m \frac{\omega_c}{\omega_b} X_m \\ -\frac{\omega_c}{\omega_b} X_s r_s + \frac{p}{\omega_b} X_s & -\frac{\omega_c}{\omega_b} X_m \frac{p}{\omega_b} X_m \\ \frac{p}{\omega_b} X_m \frac{\omega_{s1}}{\omega_b} X_m & r_r' + \frac{p}{\omega_b} X_r' \frac{\omega_{s1}}{\omega_b} X_r' \\ -\frac{\omega_{s1}}{\omega_b} X_m \frac{p}{\omega_b} X_m & -\frac{\omega_{s1}}{\omega_b} X_r' r_r' + \frac{p}{\omega_b} X_r' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs}^e \\ i_{ds}^e \\ i_{qr}^e \\ i_{dr}^e \end{pmatrix} \quad (4)$$

- 여기서, r_s : 고정자 저항,
 X_s : 고정자 자기 리액턴스,
 r_r' : 고정자속으로 환산된 회전자 저항,
 X_r' : 고정자속으로 환산된 회전자 자기 리액턴스,
 X_m : 상호 리액턴스,
 ω_b : 기준 각속도,
 ω_c : 고정자의 각속도,
 ω_r : 회전자의 전기적 회전 각속도,
 ω_{s1} : 슬립 각속도.

또한, 식(4)에서 첨자 e 는 동기 속도로 회전하는 d - q 축으로 환산된 값을, p 는 d/dt 를 나타낸다. 식(1)-(3)에서 고정자 전류를 d - q 축으로 변환하면

$$i_{qs}^e = I_c \quad (5)$$

$$i_{ds}^e \equiv 0 \quad (6)$$

이고, 식(6)은 정상 상태에서뿐만 아니라 과도 상태에서도 항상 성립하고, 식(4)에서 고정자 전류는 회전자 전압 방정식에서 입력으로 볼 수 있으므로 이의 다이내믹스를 빼면 다음과 같다.

$$\frac{\omega_r}{\omega_b} X_m i_{ds}^e - \frac{p}{\omega_b} X_m i_{qs}^e = \frac{p}{\omega_b} X_r' i_{qr}^e + r_r' i_{qr}^e - \frac{\omega_r}{\omega_b} X_r' i_{dr}^e \quad (7)$$

$$-\frac{\omega_r}{\omega_b} X_m i_{qs}^e - \frac{p}{\omega_b} X_m i_{ds}^e = \frac{p}{\omega_b} X_r' i_{dr}^e + r_r' i_{dr}^e + \frac{\omega_r}{\omega_b} X_r' i_{qr}^e \quad (8)$$

그리고, 편의상 상태 변수를

$$i_q = i_{qr}^e + \frac{X_m}{X_r'} i_{qs}^e \quad (9)$$

$$i_b = i_{dr}^e + \frac{X_m}{X_r'} i_{ds}^e \quad (10)$$

으로 치환하면 다음의 전압 방정식을 얻는다[6].

$$\frac{p}{\omega_b} \begin{pmatrix} i_q \\ i_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{r_r'}{X_r'} & \frac{\omega_r}{\omega_b} \\ -\frac{\omega_r}{\omega_b} & -\frac{r_r'}{X_r'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_q \\ i_b \end{pmatrix} + \frac{r_r' X_m}{(X_r')^2} \begin{pmatrix} i_{qs}^e \\ i_{ds}^e \end{pmatrix} \quad (11)$$

정규화된 토오크 방정식은

$$T_e = X_m (i_{qs}^e i_b - i_{ds}^e i_q) \quad (12)$$

$$= 2H_c p \frac{\omega_r}{\omega_b} + 2H_d \frac{\omega_r}{\omega_b} + T_L \quad (13)$$

이고, 여기서

$$H_c = \frac{1}{P} \cdot J \cdot \omega_b / T_b, \quad (14)$$

$$H_d = \frac{1}{P} \cdot F_v \cdot \omega_b / T_b, \quad (15)$$

- J : 관성 모멘트,
 F_v : 점성 마찰 계수,
 P : 극 수,
 T_b : 기준 토오크,
 T_L : 정규화된 외부 토오크,
 T_e : 정규화된 발생된 토크 토오크.

식(11)-(13)에서 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_q \\ i_b \\ \frac{\omega_r}{\omega_b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\omega_b r_r'}{X_r'} & -\omega_{s1} & 0 \\ \omega_{s1} & -\frac{\omega_b r_r'}{X_r'} & 0 \\ 0 & \frac{X_m}{2H_c} \cdot I_c & -\frac{H_d}{H_c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_q \\ i_b \\ \frac{\omega_r}{\omega_b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\omega_b r_r' X_m}{(X_r')^2} \cdot I_c \\ 0 \\ -\frac{T_L}{2H_c} \end{pmatrix} \quad (16)$$

이식은 전류 제어 PWM 인버터-유도전동기에 대한 비선형 상태 방정식을 나타낸다.

2.2 선형화된 시스템의 상태 방정식 유도

식(16)에서 보이는 바와 같이 유도전동기는 비선형 특성을 지니고 있으므로 속도 제어 시스템을 해석적인 방법으로 파악하기는 대단히 어려운 일이다. 그러나, 정상 상태에서의 한 동작점에 대해 미소섭동(Small Perturbation) 입력이 인가되었을때 유도전동기의 파라메타가 일정하게 유지된다고 가정하면 미소섭동에 대한 선형화 모델을 얻을 수 있다.

따라서, 각 변수를 한 동작점에서 정상분과 미소섭동분으로 나타내어 2차 이상의 섭동분을 무시하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Delta i_q \\ \Delta i_b \\ \frac{\Delta \omega_r}{\omega_b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\omega_b r_r'}{X_r'} & -\omega_{s10} & 0 \\ \omega_{s10} & -\frac{\omega_b r_r'}{X_r'} & 0 \\ 0 & \frac{X_m}{2H_c} \cdot I_{c0} & -\frac{H_d}{H_c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta i_q \\ \Delta i_b \\ \frac{\Delta \omega_r}{\omega_b} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} -i_{b0} \\ i_{q0} \\ 0 \end{pmatrix} \Delta \omega_{s1} + \begin{pmatrix} \frac{\omega_b r_r' X_m}{(X_r')^2} \\ 0 \\ \frac{i_{b0}}{2H_c} \end{pmatrix} \Delta I_c + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 2H_c \end{pmatrix} \Delta T_L \quad (17)$$

여기서 첨자 0 은 평형 상태의 값을 표시하며, ΔT_L 은 토오크 외란, $\Delta \omega_{s1}$ 와 ΔI_c 은 고정자 전류의 기본파의 크기와 슬립 주파수 섭동을 각각 나타낸다. 유도전 선형화 모델은 2개의 제어 입력을 갖고 있으나, 공의 자속을 일정하게 유지시키는 고정자 전류와 슬립 속도와와의 관계를 다음 식으로 근사화하여 $\Delta \omega_{s1}$ 만을 제어 입력으로 갖는 상태 방정식을 얻는다

$$\Delta I_c = \Delta i_{qs}^e = K_r \cdot \Delta \omega_{s1} \quad (18)$$

여기서 K_r 는 비례 상수이고, 식(17), (18)로 부터 전체 시스템의 선형화 모델은 다음과 같다.

$$\dot{X} = AX + BU + F \cdot \Delta T_L \quad (19)$$

$$Z = DX \quad (20)$$

여기서,

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{\omega_b \cdot r_r'}{\chi_r'} & -\omega_{s1_0} & 0 \\ \omega_{s1_0} & -\frac{\omega_b \cdot r_r'}{\chi_r'} & 0 \\ 0 & \frac{X_m}{2H_c} I_{c_0} & -\frac{H_d}{H_c} \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$B = \begin{pmatrix} -i_{D_0} + \frac{\omega_b \cdot r_r' \cdot \chi_m}{(\chi_r')^2} \cdot K_r \\ i_{Q_0} \\ \frac{K_r}{2H_c} \cdot i_{D_0} \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2H_c} \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$D = [0 \quad 0 \quad \omega_b] \quad (24)$$

$$X = [\Delta i_Q \quad \Delta i_D \quad \Delta \omega_r / \omega_b]^T \quad (25)$$

$$U = \Delta \omega_{s1} \quad (26)$$

$$Z = \Delta \omega_r \quad (27)$$

을 나타내며, 평형상태에서의 각 변수값은 식(16)으로 부터 계산된다.

3. 시간 지연 출력 제어기 설계

2장에서 유도한 선형화 모델에서 회전자 전류를 실제 측정할 수 없으므로 상태 변수 i_Q , i_D 역시 측정할 수 없다. 그러므로, 회전자 출력속도 ω_r 을 지연시켜 모든 상태 변수를 궤환시키는 효과를 얻을 수 있다. 시간 지연 출력 제어기는 각 상태 변수를 출력 변수의 미분항으로 표현하여 이를 근사화된 미분기 즉, 시간 지연의 형태로 치환하여 출력을 궤환하는 방식으로, 다음식에 의해 미분항으로 표현한다.

$$\begin{pmatrix} D \\ DA \\ DA^2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} Z \\ \dot{Z} - DBU \\ \ddot{Z} - DABU - DB\dot{U} \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$X = [\Delta i_Q \quad \Delta i_D \quad \Delta \omega_r / \omega_b]^T = [X_1 \quad X_2 \quad X_3]^T \quad (29)$$

$$\dot{Z} = (Z(t) - Z(t-T)) / T \quad (30)$$

$$\ddot{Z} = (Z(t) - 2Z(t-T) + Z(t-2T)) / T^2 \quad (31)$$

여기서 T 는 샘플링 시간을 나타낸다.

식(30)과 식(31)을 식(28)에 대입하여 각 변수를 출력의 지연항으로 치환하는데 있어서 입력의 미분항이 발생하므로 그림4.와 같이 입력단에 적분블 첨가한다. 따라서, 측정할 수 없는 각 상태 변수를 출력의 시간 지연으로 표시할 수 있으며, 출력단에 적분기를 도입하여 정상 상태 오차를 없애게 한다. 그리고, 최적 제어 이득 상수는 Riccati 방정식의 해로 구할 수 있으며, 새로운 제어 입력 v 는 다음과 같다.

$$v = -(K_1 Z(t) + K_2 Z(t-T) + K_3 Z(t-2T) + K_4 X_4 + K_5 X_5) \quad (32)$$

여기서, X_4 , X_5 는 원 시스템에 추가된 변수로 측정 가능하여 이를 직접 궤환 시키면 그림4. 의 구조를 갖는다.

4. 시뮬레이션 결과 및 검토

시뮬레이션 대상 유도전동기는 3상, 208(V), 4극, 5[HP]이고, 각 파라메타는 $r_s = 0.0516$, $r_r' = 0.0344$, $X_m = \chi_r' = 3.031$, $X_m = 2.969$ (pu), $H_c = 0.3$ (sec)이다. 정상 상태의 한 동작점들 $\omega_{s1} = 8\pi$ (rad/sec), $i_Q = 0.04$, $i_D = 0.235$, $T_L = 0.913$ (pu)이고, 비례 상수 $K_r = 0.075$ 로 선정하여 얻은 이득 상수는

$$K' = [330 \quad 95.7 \quad 1236 \quad 11.48 \quad 9.43]$$

이다.

그림5.과 그림6.은 지연 시간이 각각 0.01, 0.1(sec), 속도 명령이 350(rpm)이고, 3초와 5초에서 외부 토크에 30[%]의 계단 외란을 인가했을때 속도응답 곡선을 보이고있다. 0.01초의 지연 시간일때 계단 속도 응답의 정착 시간은 약 1.12[초], 토크 외란 의한 정착 시간은 약 0.26[초]이고, 0.1초의 지연 시간에 대해서는 각각 1.25[초], 0.44[초]이며, 지연 시간 T 가 커질 수록 정착 시간은 길어지고, 속도 응답특성에 리플이 발생함을 알 수 있다.

그림7.은 지연 시간 $T=0.01$ [초]에서 속도 명령을 250(rpm)으로 감소시켰을때의 속도 응답곡선으로 계단 속도 명령 및 외란 토크에 대한 정착 시간은 약 1.16[초], 0.34[초]가 걸리며, 정상 상태 오차는 위의 모든 경우 거의 영이다.

5. 결 론

본 논문에서 전류 제어 PWM 인버터-유도전동기 시스템에 대하여 시간 지연 출력 궤환 방식과 출력단에 적분기를 도입함으로써 견실한 속도 제어기를 설계하였으며, 이에 대한 시뮬레이션 결과를 제시하였다.

제시된 알고리즘은 오버슈트 및 정착 시간등의 설계 사양을 만족하는 궤환 이득상수를 비교적 쉽게 얻을 수 있으며, 마이크로프로세서를 이용하여 쉽게 구현할 수 있다.

참고 문헌

- [1] J.M.D. Murphy, "Thyristor Control of AC Motor", Pergamon press, 1972.
- [2] A.B. Plunkett, "A Current-Controlled PWM Transistor Inverter Drive", IEEE/IAS Annual Meeting Conference Record, pp. 785-792, 1979.
- [3] P.C. Krause, T.A. Lipo, "Stability Analysis of a Rectifier-Inverter Induction Motor Drive", IEEE/PAS, vol. PAS-87, No. 1, pp. 227-234, Jan. 1968.
- [4] P.C. Krause, T.A. Lipo, "Simulation of Symmetrical Induction Machinery", IEEE/PAS, vol. PAS-84, pp. 1038-1053, Nov. 1965.
- [5] E.P. Cornell, T.A. Lipo, "Modelling and Design of Controlled Current Induction Motor Drive Systems", IEEE/IA, vol. IA-13, pp. 321-330, July/Aug. 1977.
- [6] T.A. Lipo, E.P. Cornell, "State-Variable Steady-State Analysis of a Controlled Current Induction Motor Drive", IEEE/IA, vol. 11, pp. 704-712, Nov./Dec., 1975.

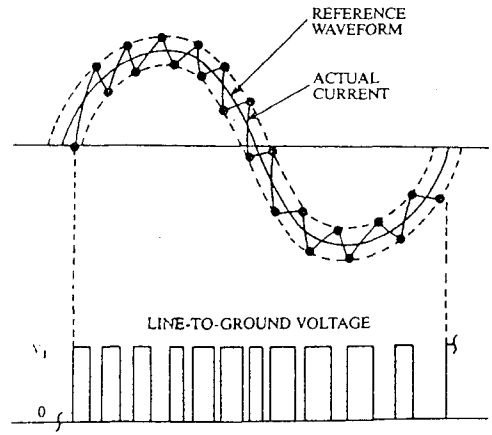


그림3. 직류 제어 PWM 인버터의 출력 파형.

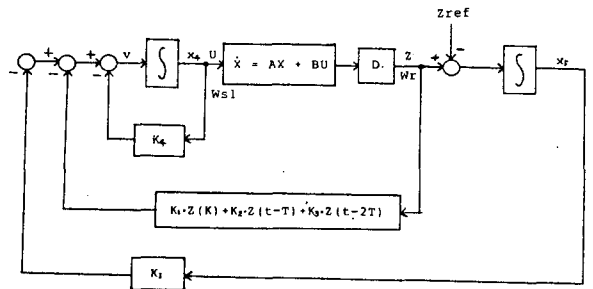


그림4. 전체 시스템 구성도.

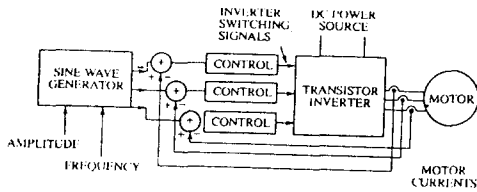


그림1. 직류 제어 PWM 인버터의 블록선도.

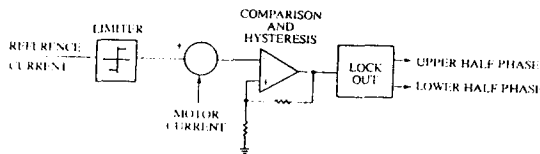


그림2. 한 상에 대한 전류 제어 회로.

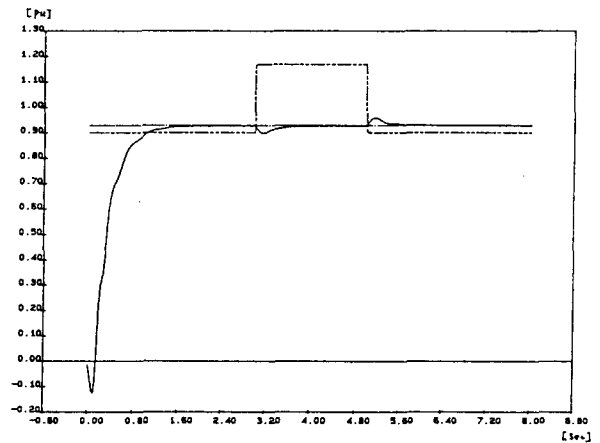


그림5. T=0.01(sec)일때의 속도 응답 특성.
 — : 의 기본 속도,
 - - - : 의 기본 속도,
 — : 의 부토크.

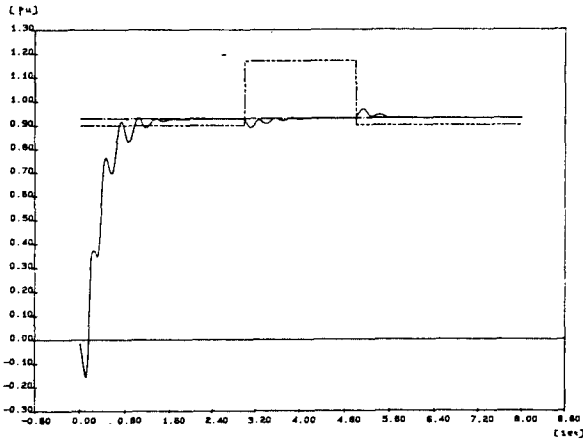


그림6. $T=0.1(\text{sec})$ 일때의 속도 응답 특성.
 : 외부 토크,
 ——— : 실제 속도,
 : 외부 토크.

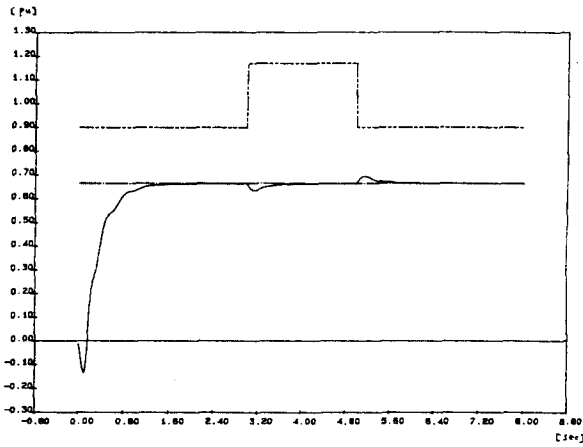


그림7. $T=0.01(\text{sec})$ 이고 속도 명령을 달리 했을때의
 속도 응답 특성.
 : 외부 토크,
 ——— : 실제 속도,
 : 외부 토크.