

추적 시스템에 있어서 관성 모멘트 변화를
고려한 PMDC 모터의 부분 적응 제어

○ 신 성 호, 김 종 준, 윤 명 중
한국과학기술원 전기 및 전자공학과

Partial Adaptive Control of PMDC Motor in the Tracking System
Under the Variation of Moment of Inertia

○ Seong-Ho Shin, Jong-Joon Kim, Myung-Joong Youn
Dept. of Electrical Engineering, K A I S T

Abstract

In this paper, the control law for the system that has the variation of moment of inertia is designed.

The proposed method is that the control input is obtained by using optimal PI control and Partial adaptive control.

The partial adaptive control input is adjusted by estimating the variational quantity of moment of inertia.

This result gives us significant improvement of tracking ability.

1. 서 론

정밀 추적 시스템을 구동하기 위하여 제어를 설계하는데 있어서 중요한 문제는 정상 상태 오차를 유발하는 외란의 영향을 제거하는 것과 고정된 최적 제어 이득에 의한 제어 성능을 저하시키는 관성 모멘트의 변화를 보상하는 것이라 할 수 있다.

이러한 문제중에서 외란의 영향 제거에 대한 연구는 많은 성과를 가져와 견실한 제어기 (Robust Controller)를 설계하여 외란에 의한 성능저하를 크게 감소시킬 수 있게 되었다.

그러나 추적 시스템이 동작하는 동안 시스템의 부하변화와 복합 동작 등의 영향에 의하여 관성 모멘트가 변화되는데 이러한 변화에 대해서 일반적으로 사용되어 온 비례-미분-적분 제어 방식은 제어 이득 상수가 일정한 파라미터 값에 고정되어 있기 때문에 관성 모멘트 변화에 대한 보상을 할 수 없어 제어 성능 저하를 가져오게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 관성 모멘트의 변화량을 추정하여 그 값에 맞는 제어 입력을 최적 비례-적분 제어기의 입력량에 가감하는 부분적응 제어 방식을 개발하여 제어 성능 저하를 방지하도록 하였다.

이 방법은 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 매우 효과적인임을 알 수 있었으며 이 제어 방법은 부하 변화가 심하고 2축 구동에 의한 상호 영향이 있는 위성 추적 안테나 구동 시스템이나 태양 추적 구동 시스템 등에 매우 효과적일 것으로 기대된다.

2. 구동 시스템의 모델

DC 모터의 방정식은 다음과 같으며, 히스테리시스 전류 제어기 (Hysteresis Current Controller)를 사용한 DC 모터 회로의 블록선도는 그림 (1)과 같다.

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + K_e w_m \dots\dots\dots (1)$$

$$K_t i_a = J_m \frac{dw_m}{dt} + B_m w_m + F_m \text{sgn}(w_m) \dots\dots (2)$$

여기서 V_a : 모터 입력 전압

I_a : 모터 입력 전류

K_e : 전압 상수

K_t : 토크 상수

J_m : 모터의 관성 모멘트

B_m : 모터의 점성 마찰

F_m : 모터의 쿨롱 마찰

R_a : 아마추어 저항

L_a : 아마추어 인덕턴스

I_r : 전류 명령

w_m : 모터 회전 각속도

θ_m : 모터 위치

전류 제어기를 사용하는 경우에 전기적 다이내믹스는 기계적인 것에 비해 무시되므로 식 (1), (2)는 다음과 같이 쓸 수 있고 블록선도는 그림 (2)와 같다. [3]

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m \quad (3)$$

$$K_t i_a = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + B_m \omega_m + F_m \cdot \text{sgn}(\omega_m) \quad (4)$$

여기서 쿨롱 마찰을 무시하고 상태 방정식으로 나타내면

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$\text{단, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -B_m/J_m \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J_m} \end{bmatrix}$$

$$u = ia$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \end{bmatrix}$$

3. 제어 알고리즘

1) 부분 적용제어

그림 (2)에서 점성 마찰을 무시하고 입력과 출력의 관계를 구하면

$$\theta_m(s) = (K_t/K_r) I_a(s) \cdot \frac{1}{J s^2} \quad (5)$$

그리고 J 의 변화량을 dJ 라 하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$J \triangleq J_o + dJ$$

$$J_o ; \text{ Nominal value of } J$$

따라서

$$\frac{1}{J s^2} = \frac{1}{J_o s^2} \cdot \frac{1}{1 + dJ/J_o}$$

여기서

$$-1 < \frac{dJ}{J_o} < 1 \quad \text{이면}$$

$$\frac{1}{1 + dJ/J_o} \approx 1 - \frac{dJ}{J_o}$$

와 같이 근사화 시킬 수 있다.

그러므로 식(5)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\theta_m(s) = \frac{K_t}{J_o s^2} \left(1 - \frac{dJ}{J_o}\right) I_a(s) \quad (6)$$

$$(\text{단, } K_r = 1)$$

식(6)을 블록선도로 나타내면 그림(3)과 같으며, 식(6)을 지연 연산자 q^{-1} (backward shift operator q^{-1})를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\theta_m(k) = \frac{h^2}{2J_o} \left(1 - \frac{dJ(k)}{J_o}\right) \frac{K_t q^{-1}(1+q^{-1})}{1-2q^{-1}+q^{-2}} I_a(k) \quad (7)$$

여기서 다음과 같이 나타내면

$$\frac{K_t h^2}{2J_o} I_a(k) \triangleq I(k)$$

$$1 - \frac{dJ(k)}{J_o} \triangleq b(k)$$

$\hat{b}(k)$: $b(k)$ 의 추정 값

$\hat{\theta}_m(k)$: $\theta_m(k)$ 의 추정 값

따라서

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_m(k) &= 2\hat{\theta}_m(k-1) - \hat{\theta}_m(k-2) \\ &\quad + \hat{b}(k)(I(k-1) + I(k-2)) \end{aligned} \quad (8)$$

식(7)과 (8)을 이용하여 $\hat{b}(k)$ 를 추정할 수 있다. 이 추정 메카니즘은 다음과 같다. [1,4]

$$\hat{b}(k) = \hat{b}(k-1) + F(k)I(k-1)e^\circ(k) \quad (9)$$

$$F(k+1) = \frac{1}{\lambda_1} \left[F(k) - \frac{F^2(k) \cdot I^2(k-1)}{\lambda_2 + I^2(k-1)F(k)} \right]$$

$$\text{단, } 0 < \lambda_1 \leq 1, \quad 0 \leq \lambda_2 < 2$$

$$e^\circ(k) = \theta_m(k) - \hat{\theta}_m(k)$$

이러한 방법으로 얻은 $\hat{b}(k)$ 로 부터 dJ(k)를 얻으며 이것을 적정 제어량 변화에 이용할 수 있다. 즉 위치 명령을 $\theta_r(k)$ 라 하고 이에 해당하는 전류를 $I_r(k)$ 라 하면

$$I_r(k) = \frac{2J_o}{K_t h^2} \cdot \frac{1}{b(k)} \cdot \frac{1-2q^{-1}+q^{-2}}{q^{-1}(1+q^{-1})} \theta_r(k) \quad (10)$$

이 식(10)으로 부터 위치 명령에 대한 전류 명령의 값을 관성 모멘트의 변화에 따라 그 양을 변화시켜 제어 입력을 조절할 수 있다.

2) 최적 비례-적분 제어와 부분적용 제어

우선 관성 모멘트가 일정 값 J_0 로 고정되어 있는 상태에서 최적 비례-적분 제어기를 설계할 수 있다.

이때 최적 비례-적분 제어기의 이득 상수 K_p, K_i 는 다음의 성능지수를 최소로 하는 값으로 정해진다. [2]

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ (\theta_m(t) - \theta_r(t))^2 + r \cdot u^2(t) \} dt$$

여기서 설계된 제어기는 정상상태 오차와 입력 에너지를 최소화 하도록 시스템을 제어하며 이때 제어기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$i_a(t) = -K_p \theta_e(t) - K_i \int_0^t \theta_e(t') dt' \quad (11)$$

여기서

$$\theta_e(t) = \theta_m(t) - \theta_r(t)$$

이와 같이 설계한 최적 비례-적분 제어기와 앞에서 설계한 부분 적용제어를 합하여 전체 제어기를 완성한다. 이러한 제어기는 최적 비례-적분 제어기의 특성을 갖으면서 관성 모멘트의 변화 영향을 감소시키게 된다.

식(10)을 다음과 같이 나타내고 전체 제어 시스템을 블록선도로 나타내면 그림 (4)와 같다.

$$I_r(s) = AD \cdot H(s) \cdot \theta_r(s)$$

전체 제어기는 다음과 같이 나타내진다.

$$i_a(t) = i_r(t) - K_p \theta_e(t) - K_i \int_0^t \theta_e(t') dt'$$

4. 시뮬레이션

다음과 같은 파라미터 값을 갖는 PMDC 모터에 최적 비례-적분 제어와 부분적용 제어를 결합한 제어기를 설계하였다.

$$B_m = 0.12 \text{ [lb-in/rad/sec]}$$

$$K_t = 3.57 \text{ [lb-in/Amp]}$$

$$J_0 = 0.23 \text{ [lb-in-sec]}$$

그림(5)는 관성 모멘트가 변화하는 형태를 나타내고 있다.

이와 같이 변화하는 관성 모멘트를 갖는 시스템에 대하여 이 변화를 보상하지 않은 최적 비례-적분제어기에 의한 응답 특성과 부분적용 제어를 적용한 제어기에 의한 응답 특성을 그림(6)

과 그림(7)에 나타내었다.

여기에서 우리는 최적 비례-적분 제어기는 제어 이득상수가 고정되어 있고 제어기는 제어이득 상수 값에 민감하기 때문에 관성 모멘트가 변화하는 시스템에서는 충분한 역할을 하기 어렵고 부분적용 제어를 보강하면 그 특성이 현저히 개선됨을 알 수 있다.

5. 결 론

앞의 시뮬레이션 결과에서 보듯이 관성 모멘트와 같은 파라미터가 변화하는 경우에 부분 적용제어 방식을 첨가한 제어기는 그 추적 성능이 매우 개선될 수 있으며 또한 본 논문에서 제시한 제어기는 다음과 같은 잇점들이 있다.

우선 대부분의 적용제어는 식(9)와 같은 형태의 적응 메카니즘에 중요한 부분인 추정 메카니즘의 많은 계산량으로 인하여 실시간 제어를 어렵게 한다. 그러나 식(9)에 나타난 부분 적용 제어에서의 추정 메카니즘은 상수의 곱하기 연산만을 하게 됨으로 실시간 제어가 가능하다.

또한 부분 적용제어의 활용은 제어기를 복잡하게 확장시키지 않고도 관성 모멘트 등의 변화에 대하여 보상해주게 되어 기존의 비례-적분 제어기의 특성을 활용할 수 있다.

마이크로 프로세서를 사용하는 경우 이러한 제어기는 간단한 계산 프로그램에 의하여 설계됨으로 제어기 설계가 용이하다. 또한 이러한 제어 방식을 외란의 영향을 제거하는 제어방식과 결합하면 매우 좋은 제어기가 되어 추적 성능은 더욱 개선될 것이다.

참 고 문 헌

- [1] GRAHAM C. GOODWIN and KWAI SANG SIN, Adaptive Filtering Prediction and Control, pp. 47-100, Prentice-Hall, 1984
- [2] DONALD E. KIRK, Optimal Control Theory, pp. 209-227, Prentice-Hall, 1970
- [3] 박희정, 직류 서보 모터를 이용한 최적 시간 위치 제어의 성능 개선에 관한 연구, 한국과학기술원 석사학위 논문, 1986
- [4] R. LOZANO and I. D. LANDAU, Redesign of explicit and implicit discrete time model reference adaptive control schemes, INT.J. CONTROL, VOL. 33, No. 2, pp.247-268, 1981

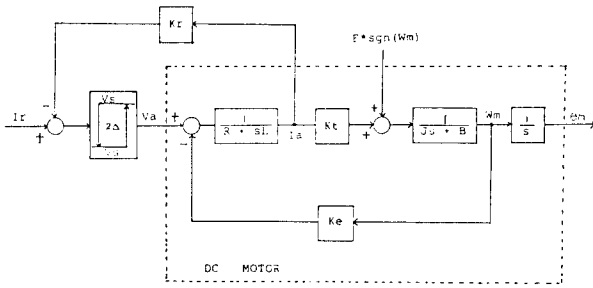


그림 (1) 전류 제어를 사용한 구동 시스템의 블록선도

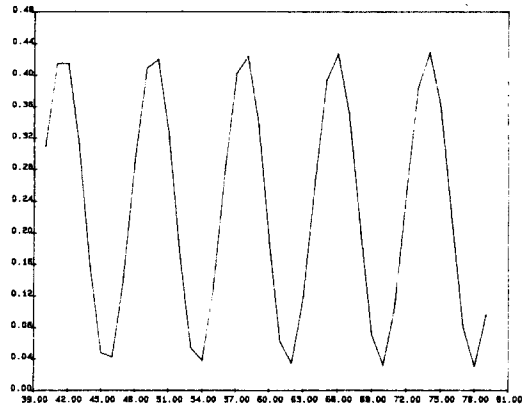


그림 (5) 관성 모멘트의 변화 ($J_0 = 0.23$)

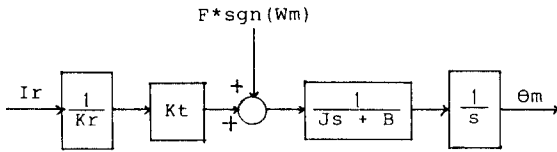


그림 (2) 간략화된 구동 시스템의 블록선도

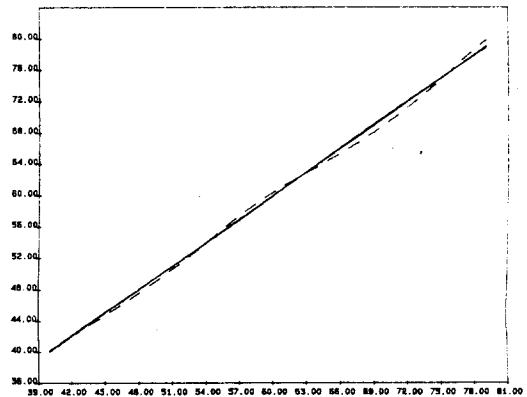


그림 (6) Ramp 입력에 대한 응답 특성

- (————— : 위치 명령
- : 최적 비례-적분 제어에 의한 응답
- . - . : 최적 비례-적분 제어와 부분적응제어 제어 결합에 의한 응답)

그림 (3) 관성 모멘트 변화를 추정하기 위한 근사화된 블록선도

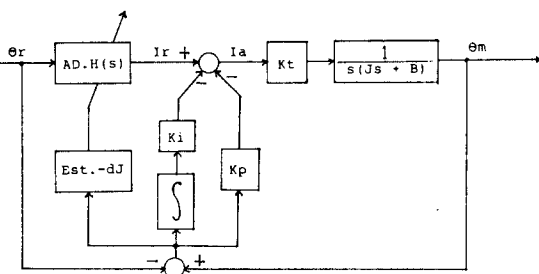


그림 (4) 최적 비례-적분 제어와 부분 적응제어를 결합한 제어 시스템

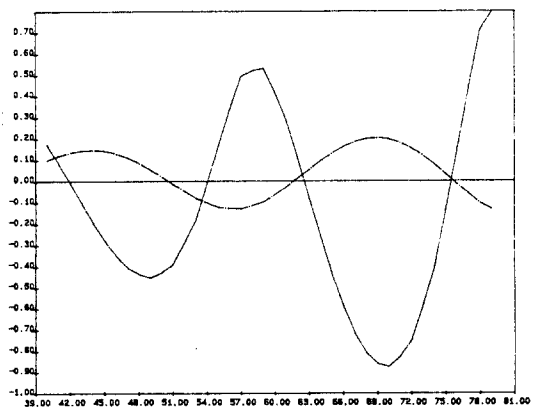


그림 (7) 위치 명령에 대한 응답 오차

- (————— : 최적 비례-적분 제어에 의한 오차
- . - . : 최적 비례-적분 제어와 부분적응 제어 결합에 의한 오차)