

다변수 제어 시스템의 동조에 관한 연구

주용진* · 시영섭* · 김경기**

한양대학교 공과대학 전자통신공학과*
공과대학 전자공학과**

A Study on the Multivariable Control System Tuning

Yong Joo JOO*, Byung Seop SHI*, Kyung Gi KIM**

Dept. of Electron. Comm. Eng., Han Yang Univ.,
Dept. of Electronic Eng.

Abstract

A method for on-line tuning of the PID-controller parameters for a discrete-time multivariable process system is presented. And it is based on a step change in the controller set point.

The system is presumed to be a linear, open loop stable and known one.

The controller parameters are determined by the performance criterion and Fletcher-Powell methods.

1. 서론

오늘날 공정제어에서 가장 중요시 하고 있는 PID-제어기기의 동조(tuning)에 관한 연구는 중요한 연구 과제가 되어왔다.

단일입력 단일출력(SISO) 시스템의 경우 제어기 동조는 Ziegler 와 Nichols(1942)⁽¹⁾의 loop tuning 방법이나 Cohen 과 Coon(1953)⁽²⁾의 process reaction curve 방법 등이 널리 쓰이고 있다.

여기서 loop tuning 방법은 외란에 의해 프로세스가 임계안정 상태로 되는 문자점과, 최종이득과 최종주기를 얻기위해 많은 시행착오를 거쳐야 하는 단점이 있다. 그리고 process reaction curve 방법은 추정모델 함수를 구하기 위해 정확한 기동기를 결정해야 하는 단점이 있으며 개루우퍼에 대해서만 사용 될수있는 문자점도 내포한다.

그러나 이 문자점들을 근본적으로 해결하기 위해 Yuwana 와 Saborg(1967)⁽³⁾, Yano⁽⁴⁾에 의해 좀더 해석적인 방법이 제시되었다.

그러나 다입력 다출력(MIMO) 시스템의 경우는 아직까지 주목할만한 동조방법이 제시되어 있지 않은 실정이다. 비교적 최근에 다변수 프로세서를 위한 PI-제어기기 동조방법에 대한 연구가 Koivo 와 Pohjolainen(1985)⁽⁵⁾에 의해 있었다.

여기서는 unknown 다변수 시스템을 고려하여 이를 먼저 식별한후 PI-제어기기를 동조시켰다.

여기서 시스템 식별은 입력력의 orthogonal 관계여 의한 일반적인 선형시스템 식별 방법을 사용 하였고 동조방법은 먼저 PI-제어기기 만을 식별된 프로세서에 연결하여 변수값을 매우 작은값 부터 순차적으로 증가 시켜 응답이 가장 만족될때의 변수값으로 PI-제어기기를 동조시킨후 PI-제어기기도 이와 유사한 방법으로 동조시키는 것이므로, 이론적인 면이 깊어 되어 있고 반복시행에 의해 시간을 과다 소비하게 되는 단점이 있으며 PID-제어기기에 적용할 경우에는 더 많은 시간을 소비하게 되며 또한 최적화된 변수값을 얻을수 있다는 보장도 없다

본 논문에서는 위에서 언급한 Koivo 와 Pohjolainen의 동조방법의 문자점들을 개선시킬수 있는 이론화된 해석적인 방법을 제시하고자 한다

다변수 시스템은 일반적으로 P -canonical form과 M -canonical form 등으로 표현할수 있는데,

본 연구에서는 M -canonical form의 프로세서를

갖는 discrete-time 다변수 제어시스템에서 동조 변수를 구하기 위해 quadratic performance criterion 과 Fletcher-Powell 방법을 사용한 새로운 동조방법을 제시하였다.

2. 피드백 관계식 유도

다변수 프로세서에 제어를 연결한 경우의 전체 피드백 시스템 모델은 Fig.1 과 같다. 여기서 프로세서는 2-입력 2-출력의 P-canonical form으로 표현하였으며 시스템 내에서의 외란(disturbance) 에 의한 영향은 무시한다.

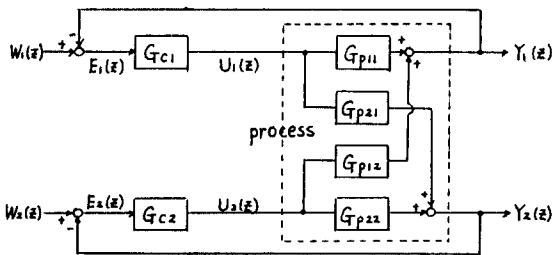


Fig 1. Block diagram of the two-variable closed loop system.

Fig.1 에서 단위 계단(unit step) 신호를 양측이 동시에 기준입력 $W_i(z)$ ($i=1,2$) 로 가할때 피드백 시스템의 입력-출력 관계는 (1)식과 같다.

$$Y_1(z) = P_{11}(z) \cdot W_1(z) + P_{12}(z) \cdot W_2(z) \quad \dots (1)$$

$$Y_2(z) = P_{21}(z) \cdot W_1(z) + P_{22}(z) \cdot W_2(z)$$

여기서

$$P_{11}(z) = \frac{G_{p11} \cdot G_{c1} + G_{c1} \cdot G_{c2} (G_{p11} \cdot G_{p22} - G_{p12} \cdot G_{p21})}{R(z)}$$

$$P_{12}(z) = \frac{G_{p12} \cdot G_{c2}}{R(z)} \quad P_{21}(z) = \frac{G_{p21} \cdot G_{c1}}{R(z)}$$

$$P_{22}(z) = \frac{G_{p22} \cdot G_{c2} + G_{c1} \cdot G_{c2} (G_{p11} \cdot G_{p22} - G_{p12} \cdot G_{p21})}{R(z)}$$

그리고

$$R(z) = (1 + G_{p11} \cdot G_{c1}) (1 + G_{p22} \cdot G_{c2}) - G_{p12} \cdot G_{p21} \cdot G_{c1} \cdot G_{c2}$$

여기서 두 루프 간의 결합(coupling)을 고려하기 위하여 결합요소를 아래의 식(2)와 같이 정의할때, 특성방정식(characteristic eq.) $R(z)=0$ 는 식(3), 식(4)와 같이 변한 시립수 있다.

$$K(z) = \frac{G_{p12}(z) \cdot G_{p21}(z)}{G_{p11}(z) \cdot G_{p22}(z)} \quad \dots (2)$$

$$1 + G_{p11} \cdot G_{c1} \cdot (1 - K \cdot \frac{G_{p22} \cdot G_{c2}}{(1 + G_{p22} \cdot G_{c2})}) = 0 \quad \dots (3)$$

$$1 + G_{p22} \cdot G_{c2} \cdot (1 - K \cdot \frac{G_{p11} \cdot G_{c1}}{(1 + G_{p11} \cdot G_{c1})}) = 0 \quad \dots (4)$$

그러므로 결합을 고려하여 Fig.1 과 동일한 의미를 갖는 새로운 프로세서를 가정할 수 있으며 이는 Fig.2 와 같이 나타낼 수 있다.

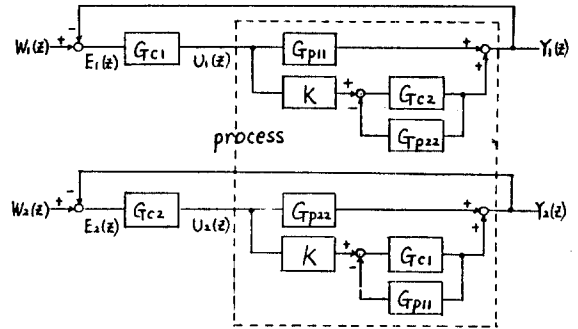


Fig 2. Closed loop system for the resulting controlled process.

Fig.1 에서 프로세서가 zero-order hold를 가지면 1차의 경우 전달함수를 식(5)와 같이 쓸수있고 제어기는 PID의 경우 전달함수를 식(6) 또는 차등방정식 형태로 식(7)과 같이 쓸수 있다.

$$G_i(z) = \begin{bmatrix} \frac{b_{i1} \cdot z^{-1}}{(1+a_{i1} \cdot z^{-1})} & \frac{b_{i2} \cdot z^{-1}}{(1+a_{i2} \cdot z^{-1})} \\ \frac{b_{21} \cdot z^{-1}}{(1+a_{21} \cdot z^{-1})} & \frac{b_{22} \cdot z^{-1}}{(1+a_{22} \cdot z^{-1})} \end{bmatrix} \quad \dots (5)$$

여기서 a_{ij}, b_{ij} ($i=1,2 \quad j=1,2$) : 프로세서 상수

$$G_{ci}(z) = \frac{U_i(z)}{E_i(z)} = \frac{\theta_{0i} + \theta_{1i} \cdot z^{-1} + \theta_{2i} \cdot z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (i=1,2) \quad \dots (6)$$

$$U_i(k) - U_i(k-1) =$$

$$\theta_{0i} \cdot E_i(k) + \theta_{1i} \cdot E_i(k-1) + \theta_{2i} \cdot E_i(k-2) \quad (7)$$

여기서 θ_{ji} ($j=0,1,2 \quad i=1,2$) : PID-제어기 변수

PID-제어기의 근사적인 방정식이 식(8)과 같을때 식(7)과 식(8)의 관계에 의해 PID 변수들인 비례이득 K , 적분시간 T_i , 미분시간 T_d 는 식(9)로 주어진다.

$$U_i(k) = K_i \cdot E_i(k) + \frac{T_o}{T_i} \cdot \sum_{j=0}^k E_i(j-1) + \frac{T_d}{T_o} \cdot (E_i(k) - E_i(k-1)) \quad \dots (8)$$

$$K_i = \theta_{0i} - \theta_{2i}$$

$$T_i = T_o \cdot K_i / (\theta_{0i} + \theta_{1i} + \theta_{2i}) \quad \dots (9)$$

$$T_d = T_o \cdot \theta_{2i} / K_i \quad (i=1,2)$$

여기서 T_o : Sampling time.

Fig.2 에서 피드백 시스템의 전달함수를 G_{t1} , G_{t2} 라고 하면 이는 식(10), 식(11)과 같이 계산된다.

$$G_{t1} = \frac{Y_1(z)}{W_1(z)} = \frac{d_{11} z^{-1} + d_{12} z^{-2} + \dots + d_{1g} z^{-g}}{1 + c_{11} z^{-1} + c_{12} z^{-2} + \dots + c_{1g} z^{-g}} \quad (10)$$

$$Y_2(z) = \frac{0.253z^{-1} - 0.222z^{-2}}{1 - 0.369z^{-1}} + \frac{0.275z^{-1} - 0.275z^{-2}}{1 - 0.092z^{-1}} \quad (12)$$

여기서 계수 a_{11} 와 a_{12} 는 식(11)과 식(12)를 비교하여 프로세서 상수 a_{11} 와 a_{12} 의 값을 구할 수 있다. 또한 이의 제어기 계수 b_{11} 와 b_{12} 의 값을 식(10)과의 관계에 의해 결정된다.

3. 제어기 동조방법

동조를 위한 최적화 기준으로 Quadratic Performance Criterion을 사용하였다. 위의 식(10)과 식(11)을 차등방정식 형태로 고친 식(10)에 의해 $Y_1(z)$ 를 계산할 때 $W_1(z)$ 는 식(13)과 같으며, 여기서 $W_1(z)$ 를 제공하여 settling time T_s 까지 한한 식(14)를 Performance Criterion으로 둔다.

$$Y_1(k) = a_{11} \cdot Y_1(k-1) + a_{12} \cdot Y_1(k-2) + b_{11} \cdot W_1(k-1) + b_{12} \cdot W_1(k-2) \quad (13)$$

$$W_1(z) = W_1(z) - Y_1(z) \quad (13)$$

$$Se^2 = \sum_{k=1}^2 W_1^2(k) \quad (14) \quad (i = 1, 2)$$

따라서 제어기 변수 a_{ij} 는 식(14)의 Se^2 을 최소화 시키는 값으로 결정된다.

이때 식(10), 식(11)에서 알수 있듯이 피루우프 시스템 전달함수가 0차에 이르는 고차이므로 식(14)을 계산하여 이를 최소화시키는 값을 구하기 위해 미분법과 유한차분법을 사용하였다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션

본 연구에서 제시한 동조방법의 유용성을 알아보기 위하여 다음 예제를 고려하였다.

$$G_p(z) = \begin{bmatrix} \frac{0.129 \cdot z^{-1}}{1 - 4.54E-05 \cdot z^{-1}} & \frac{0.253 \cdot z^{-1}}{1 - 0.369 \cdot z^{-1}} \\ \frac{0.389 \cdot z^{-1}}{1 - 0.135 \cdot z^{-1}} & \frac{0.275 \cdot z^{-1}}{1 - 0.092 \cdot z^{-1}} \end{bmatrix}$$

이고 T_s 가 1초 일때 단위 계단 입력에 대한 제어기 변수값은 위의 동조방법에 의해 Table1과 같이 계산된다.

Fig 3. 여는 첫번째 출력 $Y_1(k)$ 에서의 동조된 출력 파형을 나타냈으며, Fig 4. 여는 두번째 출력 $Y_2(k)$ 에 대해 나타내었다.

Table 1. Controller Parameters for Example 1

\hat{a}_{01}	\hat{a}_{11}	\hat{a}_{21}
\hat{a}_{02}	\hat{a}_{12}	\hat{a}_{22}

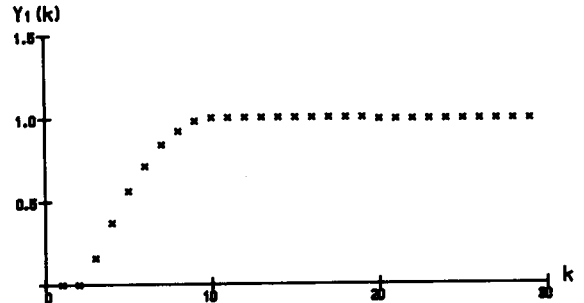


Fig 3. The closed loop step response for $Y_1(k)$

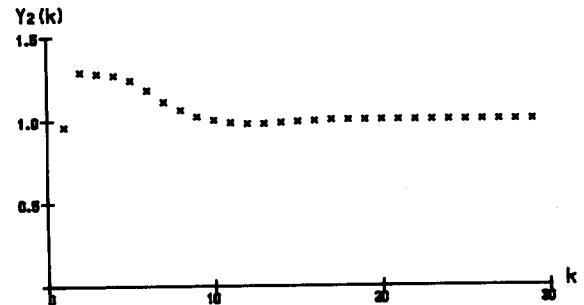


Fig 4. The closed loop step response for $Y_2(k)$

5. 결론

본 연구에서는 M-olve와 Model-align의 동조 방법을 개선한 새로운 제어기 동조방법을 제시하였다. 이 방법은 M-olve의 동조방법과 비교해 볼때 반복시행이 아닌 해석적인 방법이므로 시행착오가 거의 없어 빠른 시간내에 정확하게 동조시킬수 있는 장점이 있다. 그리고 앞으로는 V 및 다른 canonical form으로 표현된 프로세서에 대한 동조방법의 연구가 필요하다고 본다.

6. 참고문헌

- (1) Ziegler, J. G. and N. B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers.", Trans. AICHE, Vol. 54, No. 11, pp. 759, 1942.
- (2) Cohen, B. K. and G. A. Coon, "Theoretical Considerations of Retarded Control.", Taylor Instrument Companies Bulletin, TIS-100, 100, 1953.
- (3) Minna Yuwana, and Dale E. Seborg, "A New Method for On-line Controller Tuning.", AICHE Journal, Vol. 29, No. 5, pp. 874, 1982.
- (4) Byung Gwi OUM, "A Study on the Controller Tuning.", J. of KIST, Vol. 21, No. 3, pp. 48, 1984.
- (5) M. V. Keive and E. Fridman, "Tuning of Multivariable PI-Controllers for Unknown Systems with Input Delay.", Automatica, Vol. 21, No. 1, pp. 91, 1985.