

두 개의 표본시간을 갖는 산업용 로봇 제어 방식

* * ** *
 이 중수, 권옥현, 최경삼
 * 홍익 대학교 전기공학과, ** 서울 대학교 제어계측 공학과

Multirate Dynamic Control of Robotic Manipulator

Lee Jong-Soo* , Kwon Wook-Hyun** , Choi Kyoung-Sam*

* Department of Electrical Engineering, Hong Ik University

** Department of Control & Instrumentation Engineering, Seoul National Univ.

Abstract

A robust and efficient dynamic control algorithm for the position control of robotic manipulators is proposed. This algorithm consists of an open loop control and a closed loop control. The former may have a larger sampling time than the latter. The robustness and efficiency of this algorithm is demonstrated by the simulation about position control of a three-link manipulator with payload and parameter uncertainty.

1. 서 론

다관절 산업용 로봇은 각 관절간에 원심력, Coriolis력 등의 강한 비선형 상호 결합을 갖고 있으며, 속도가 커지면 이 값도 커지게 됨은 널리 알려져 있다. 그러나 실제의 제어기는 개개의 관절을 독립적인 PID 제어 방식으로 구동하고 있으므로, 무시된 비선형 결합은 위치와 속도에 따라 다양하게 변화하는 강한 외란으로 작용하게 되어, 빠른 속도의 정밀한 작업에 한계를 주게 된다 [1]. 따라서 로봇의 동태 방정식을 고려한 많은 효율적인 제어 방식들이 연구, 발표되고 있으며, 계산시간이 작으면서도 외란에 강하고 실제로 실현이 가능해야 한다는 것을 지향하고 있다 [2,3].

특히 순환형 뉴우론 오일러 (RNE) 알고리즘의 개발에 의하여 CTM (Computed Torque Method), RMAC (Resolved Motion Acceleratio Control) 등의 실현이 가능한 것으로 보이나, 순환형 알고리즘의 계산시간은 아직도 큰 부담이라고 할 수 있으며 [4], 부하의 변동과 무시된 모델링 및 측정 계수의 오차등이 남아있어 이러한 외란에 강한 제어 알고리즘이 필요하다.

본 논문에서는 가변 구조(Variable Structure)제어 이론을 이용한 새로운 제어방식을 제안하고자 한다. 이 알고리즘은 표본 시간이 다른 두 개의 제어기로서 구성되어 있다. 표본 시간이 긴 제어기는 개 루우프

제어로서, 원하는 규정 경로($q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$)에 대하여 RNE 알고리즘을 적용하여 규정 제어 토크를 계산하는 것이며, 로봇 관절간의 강한 비선형 상호 결합을 작게하고 때 루우프 제어기 이득의 하한을 작게해 주는 역할을 한다. 그리고 표본 시간이 작은 제어기는 때 루우프 제어로서, 가변 구조 방식의 간단한 알고리즘에 의하여 부하의 변동, 계수 측정 오차등의 외란에도 강한 특성을 주게 된다.

제안된 제어 방식의 효과를 보이기 위하여 3개의 자유도를 갖는 로봇 팔에 대하여, 부하의 변동이 있고 계수 측정의 오차가 있는 경우를 가정하여 시뮬레이션 하였고, 이 결과를 CTM 제어방식에 의한 결과와 비교하였다.

2. 문제 설정

로봇의 동태 방정식은 Lagrange 동식으로 부터 유도할 수 있으며, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$D(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = T \quad (1)$$

여기서 $T \in R^n$ 은 토크 벡터, $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ 은 관절의 위치, 속도, 가속도 벡터 이며, $D(q) \in R^{n \times n}$ 은 대칭 정지인 관성 행렬이다. 특히 $h(q, \dot{q}) \in R^n$ 은 Coriolis력, 원심력, 중력, 마찰력 등을 망라한 비선형 벡터로서 (1)식은 실제 로봇 시스템의 정확한 모델이라고 하자.

한편 제어용 위치 q_c , 속도 \dot{q}_c , 가속도 \ddot{q}_c 가 주어진 경우 RNE 방식에 의하여 제어 입력 토크를 구하는 것이 가장 효율적이라고 할 수 있으나, 실제 시스템 (1)에 존재하는 미지의 파찰력, 부하의 변동, 측정 계수의 불확실등의 이유로, 정확한 계산을 할 수가 없다. 이를 고려하여 RNE 알고리즘을 다음과 같이 표현할 수 있다 [5].

$$\hat{D}(q_c)\ddot{q}_c + \hat{h}(q_c, \dot{q}_c) = T \quad (2)$$

여기서 " $\hat{\quad}$ "은 실제 시스템과 RNE에 의한 제어용 모델과는 차이가 있다는 것을 나타낸다. 이 때 $\hat{D}(q_c)$ 역시 대칭 정지 행렬로서 주어지게 된다.

1재 로보트가 운동해야 할 규정경로가 $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ 으로 주어졌다고 하고 경로오차 $e = q - q_d$ 를 작게 하는 제어방식을 생각하기로 하자.

CTM 제어 방식에서는 $\hat{D}(q) = D(q)$, $\hat{h}(q, \dot{q}) = h(q, \dot{q})$ 를 가정하여 입력 토오크를

$$T = \hat{D}(q_c) \ddot{q}_c + \hat{h}(q_c, \dot{q}_c) \quad (3)$$

$$q_c = q, \dot{q}_c = \dot{q}, \ddot{q}_c = \ddot{q}_d - k_v \dot{e} - k_p e$$

으로 하여 다음과 같은 오차 방정식을 얻는다.

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e = 0 \quad (4)$$

그러나 실제로는 부하의 변동등 외란에 의하여 $\hat{D} \neq D$, $\hat{h} \neq h$ 이므로, 외란이 있는 경우 CTM은 결과가 좋지 않다 [6]. 또한 (3)식에서 상태 정보 q, \dot{q} 은 RNE의 계산에 필요한 시간(Tr) 만큼 지연되어 제어 입력에 나타나므로 Tr이 클수록 좋지 못한 결과로 나타나게 된다. 따라서 로보트의 경로 제어는 실제 시스템 (1)과 제어용 모델 (2)가 같지 않음과, RNE 계산에 필요한 지연 시간 Tr을 고려하여야 외란에 강한 제어를 얻을 수 있다.

새로운 제어 알고리즘의 유용도를 위하여 다음과 같은 활동 표면(Sliding Surface) 벡터 s 를 정의하자.

$$s = \dot{e} + k e, \quad k > 0 \quad (5)$$

가변구조 제어방식의 일반적인 정리를 이용하면, (5)식으로 정의되는 벡터 s 가 충분히 작은 값 r 에 대하여 $\|s\| < r$ 을 만족하게 되면, 오차 e 도 역시 $\|e\| < hr$ 를 만족하는 h 가 존재하게 된다[7]. 따라서 본 논문의 제어 알고리즘은 주어진 작은 값 r 에 대하여 로보트 시스템 (1)이 $\|s\| < r$ 을 만족하며 운동하도록 한다는 것을 보이는 것으로 충분하게 된다.

3. 제어 알고리즘

다음과 같은 제어 입력을 생각하기로 하자.

$$T = T_0 + T_c \quad (6)$$

$$T_0 = \hat{J}(q_d) \ddot{q}_d + \hat{h}(q_d, \dot{q}_d) \quad (7)$$

$$T_c = \hat{J}(q_d) \{-k \dot{e} - k_p s - k_v s / (\|s\| + c)\} \quad (8)$$

이러 $\hat{J} = \hat{J}(q_d)$, $\hat{h} = \hat{h}(q_d, \dot{q}_d)$ 를 나타내는 것으로 한다. (7)식의 제어 입력은 RNE에 의한 계산으로서 Tr 시간 간격으로 계산하는 게 푸우프 제어이고, (8)식의 제어 입력은 $tr (< Tr)$ 시간 간격으로 계산하는 페우프 제어이다. 이때 (8)식의 \hat{J} 은 (7)식과 마찬가지로 Tr마다 계산하면, 궤호 안의 계산만이 tr 마다 계산하는 것으로 한다.

이제 (6), (7), (8)식으로 주어지는 제어 입력을 시스템 (1)에 인가하면 다음과 같다.

$$\ddot{e} = -k \dot{e} - k_p s / (\|s\| + c) - k_v s + n \quad (9)$$

여기서 외란 벡터 n 은

$$n = \hat{J}^{-1} \{ [\hat{h} - h] + [\hat{J} - J] \ddot{q} \} \quad (10)$$

으로서 경로 오차 e, \dot{e} 가 적고, 모델 (2)가 정확할수록 $\|n\|$ 이 작게 된다. (9)식을 활동표면 s 에 대하여 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \ddot{e} + k \dot{e} \\ &= -k_p s / (\|s\| + c) - k_v s + n \end{aligned} \quad (11)$$

집합 $S_r = \{ s : \|s\| < r \}$ 이라고 정의하자.

정리 1: k 가 다음의 조건

$$k > \|n\|_{\infty} (1 + c/r) \quad (12)$$

을 만족할 때 로보트 시스템(1)은 (6), (7), (8)식으로 주어지는 제어입력에 의하여 지정수 $1/k_p$ 보다 빨리 지수적으로 S_r 이내로 수렴한다. 즉,

$$\|s(t)\| < \exp [k_p (t-t_0)] \|s(t_0)\| \quad (13)$$

이다. 여기서 $\|n\|_{\infty}$ 은 (10)식에서 모든 $q_d, \dot{q}_d, q, \dot{q}, \ddot{q}$ 에 대한 벡터 n 의 최대 norm이다.

증명: Lyapunov 함수로서 $V(s) = s^T s$ 를 선택하여 시간에 대하여 미분을 하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2s^T \dot{s} \\ &= 2[s^T n - \{k_p s^T s / (\|s\| + c) + k_v s^T s\}] \end{aligned}$$

이 되므로

$$\dot{V} \leq 2[\|s\| \|n\|_{\infty} - k_p \|s\|^2 / (\|s\| + c)] - 2k_v s^T s \quad (14)$$

과 같이 쓸 수 있다. 따라서 k_p 가 조건 (12)를 만족하면 모든 $s \in S_r$ 에 대하여 (14)식의 괄호는 음의 값이 되므로

$$\dot{V} < -2k_v s^T s$$

임을 알 수 있고

$$-V/\dot{V} < s^T s / 2k_v s^T s = 1/2k_v$$

이 되어 (13)식이 성립한다. * 증명 끝

페 푸우프 제어 (8)식은 $c = 0$ 이면 일종의 가변구조 제어방식이 되며 c 에 의하여 입력 토오크의 떨림 현상을 방지할 수 있다. 그리고 r 을 작게 하면 s 는 0에 더욱 가까워 갈 수 있으나 (12)식에서 이득의 하한이 커지게 됨을 알 수 있다. 특히 게 푸우프 제어 (7)은 (10)식의 $\|n\|$ 을 작게 하여 이득의 하한을 작게 하는 역할만을 하고 있으므로 비교적 긴 표본 기간을 가져도 된다. 정리 1의 제어 방식을 도식하면 그림 1과 같이 된다.

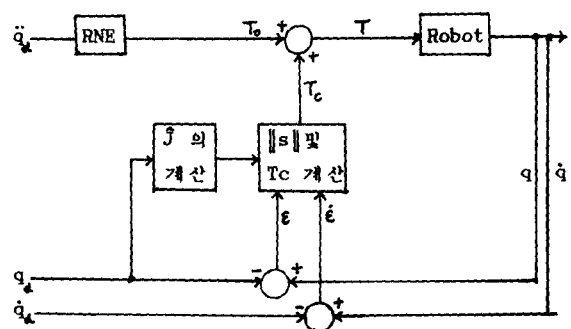


그림 1

정리 1에서는 때 무우프 제어 (8)을 위하여 $\|s\|$ 를 계산해야 하는 부담을 덜기 위하여 다음의 정리 2를 생각해 보기로 하자.

$s = [s_1, \dots, s_n]^T$ 이라고 할 때 $Zr = \{s : |s_i| < r, i=1, \dots, n\}$ 이라고 한다.

정리 2 : k_0 가 다음의 조건(15)식을 만족하면 로봇 시스템(1)은 (6), (7), (16)식으로 주어지는 제어 입력에 의하여, $\|s\|$ 가 $1/k_0$ 보다 작은 시정수를 가지고 지수적으로 Zr 이내로 수렴한다.

$$k_0 > \max \{ |n_i|_{\mu} (1 + c/r) \} \quad (15).$$

$$s_{c_i} = s_i / (|s_i| + c)$$

$$T_c = \hat{J} [-k_e - k_0 s_c - k_0 s] \quad (16).$$

여기서 $|n_i|_{\mu}$ 은 모든 $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$ 에 대한 $|n_i|$ 의 최대값이다.

증명: (6), (7), (16)식을 시스템(1)에 인가하여 활동 표면 s 에 대하여 정리하면

$$\dot{s} = -k_0 s_c - k_0 s + n \quad (17).$$

이 된다.

Lyapunov 함수를 $V(s) = s^T s$ 로 선택하여 시간에 대하여 미분을 취하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= d(\sum s_i^2) / dt = \sum 2s_i \dot{s}_i \\ &= 2 \sum [s_i n_i - k_0 s_i / (|s_i| + c)] - 2 \sum k_0 s_i^2 \end{aligned}$$

이 된다. 따라서

$$\begin{aligned} V &\leq 2 \sum [|s_i| |n_i|_{\mu} - k_0 |s_i| / (|s_i| + c)] \\ &\quad - 2 \sum k_0 s_i^2 \quad (18) \end{aligned}$$

과 같이 쓸 수 있다. 따라서 k_0 가 조건(15)를 만족하면, 모든 $s \in Zr$ 에 대하여 $\dot{V} < -2k_0 s^T s$ 가 되고 $\|s\|$ 는 $1/k_0$ 보다 작은 시정수를 가지고 지수적으로 Zr 이내로 운동한다. * 증명 끝

위의 정리 2에서 (16)식의 \hat{J} 은 Tr 마다 계산하면 되고, 궤호안의 항은 각 관절이 독립적으로 계산되므로 tr 이 매우 작아도 된다.

4. 사례 연구 및 검토

시뮬레이션을 위하여 새개의 자유도를 갖는 로봇 팔을 고려하였다. 모델과 위치각은 다음과 같다 [8].

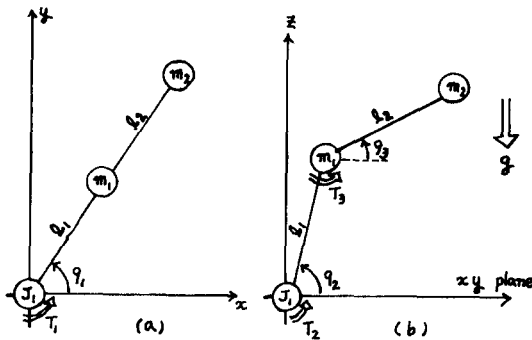


그림 2

기저에 관성 모멘트 $J_1 = 0.0243 \text{ kg m}$ 를 추가로 고려하였고, $m_1=0.624 \text{ kg}, m_2=0.782 \text{ kg}, l_1=l_2=0.23 \text{ m}$ 를 사용하였다. 이러한 물리적인 측정치들은 1%의 오차를 갖는 것으로 가정하였고, 부하의 변동에 따라 m_2 의 실제 시스템 값을 변화시키며 시뮬레이션 하여, 기존의 CTM 방식과 비교하였다.

작업의 수행시간은 2초로 하고, $q_i = (-0.3, 0.4, 0.15) \text{ rad}$ 에서 출발하여 $q_f = (-0.8, 1.1, -0.4) \text{ rad}$ 까지의 규정경로는

$$q_i(t) = q_i + (q_f - q_i)t/2 - (q_f - q_i)(\sin \pi t)/2\pi \text{ [rad]}$$

$$\dot{q}_i(t) = (q_f - q_i)/2 - (q_f - q_i)(\cos \pi t)/2 \text{ [rad/sec]}$$

$$\ddot{q}_i(t) = \pi (q_f - q_i)(\sin \pi t)/2 \text{ [rad/sec]}$$

로서 설정하였다.

그리고 RNE 계산에는 $Tr=10 \text{ msec}$, 때무우프 제어(8) 혹은 (16)식의 계산에는 $tr=1 \text{ msec}$ 의 시간이 소요되는 것으로 산정하였다. 정리 1이나 정리 2의 시뮬레이션을 도식화하면 다음과 같다.

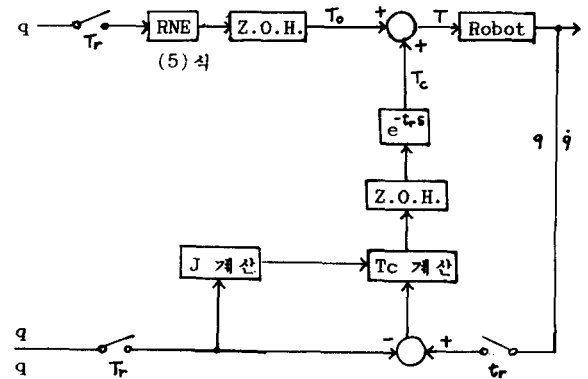


그림 3

로봇팔의 부하가 0 kg, 1 kg, 2 kg 인 경우로 나누어 시뮬레이션 하였고, 정리1 과 정리2 에서 이득들을 $k=100., k_0=10., k_0=100., c=0.01$ 로 정하였고, CTM 방식의 이득은 $k_v=100., k_p=100.$ 으로 하였다. 정리1 과 정리2 의 경우에는 To 및 \hat{J} 을 계산하는데 필요한 표본시간(Tr)을 10 msec 인 경우와 100 msec 인 두가지 경우를 다루었고, 각 경우에 $tr = 1 \text{ msec}$ 으로 하였다.

시뮬레이션 결과는 무부하인 경우가 그림4 - a, b, c 이며, 부하가 1kg 인 경우는 그림5 - a, b, c 이고, 부하가 2kg 인 경우는 그림6 - a, b, c 와 같다.

각 경우에 최대 위치 오차(e_m) 및 최대 인가 토크(T_m)를 다음 표1에 도시하였다.

위의 결과에서 나타난 것과 같이 무부하의 경우에도, RNE의 계산에 의한 입력의 시간 지연($Tr=10 \text{ msec}$)과 물리적인 계수의 측정오차 등이 외란으로 작용하여,

제어 방식 부하 최대오차 & T_m		CTM(k=k=100) Tr=10 msec	정리1(k=k=100, k=10) tr=1msec		정리2(k=k=100, k=10) tr=1msec	
			Tr=10msec	Tr=100msec	Tr=10 msec	Tr=100msec
0 kg	e	0.00727	0.00313	0.0564	0.00316	0.0567
	T_m	3.43	3.45	2.98	4.03	2.98
1 kg	e	0.347	0.00416	0.0567	0.00416	0.0573
	T_m	5.17	4.95	5.00	4.95	4.99
2 kg	e	0.864	0.00932	0.0573	0.00931	0.0580
	T_m	7.59	6.97	7.09	6.97	7.08

표 1

CTM 방식보다 정리 1, 정리 2의 결과가 좋으며, 부하가 커질수록(외란이 커질수록) 새로 제시한 알고리즘의 적용이 유리함을 알 수 있다.

정리1 과 정리2 는 성능이 거의 같으므로, 계산 시간이 짧은 정리2가 실제의 적용에 유리할 것이다.

또한 그림4, 그림5, 그림6 에서와 같이 입력 토오크의 변화가 크지않아 실제로 실현 가능성이 있으며 개루우프 제어 및 폐루우프 제어의 \hat{J} 을 Tr=100 msec 토서 주어도 결과가 비교적 양호하게 나옴을 알수있다.

5. 결 론

본 논문에서는 알고리즘이 간단하여 계산 시간이 적은 폐루우프 제어와 비교적 큰 계산시간을 가져도 되는 개루우프 제어를 포함하는 두개의 표본 시간을 가지는 제어방식을 유도하였다. 정리1 과 정리 2 는 실제로 실현하기에 계산시간 상의 어려움이 없으며, 부하의 변동이나 측정계수의 오차 등의 외란에도 강한 특성을 나타냄을 시뮬레이션을 통하여 보았다.

그리고 입력 토오크의 변화가 작아 실제의 적용 가능성이 많으며, 정리 1 보다 정리 2 가 계산 시간이 적으면서도 결과는 비슷하게 얻을 수 있으므로 적용에 유리하다.

참 고 문 헌

[1] J.Y.S.Luh, "An Anatomy of Industrial Robots & Their Controls", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-28, pp 133-153, Feb., 1983.
 [2] M.Vukobratovic, and D.Stokic, "Is Dynamic Control Needed in Robotic Systems, and, if so, to What

Extend?", The Int. Journal of Robotics Research, Vol.2, pp 18-34, Summer, 1983.

[3] V.D.Tourassis, and C.P.Neuman, "Robust Nonlinear Feedback Control for Robotic Manipulators", IEE Proc.D, Vol.132, pp 134-143, July, 1985.

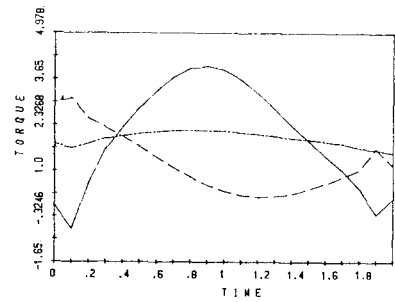
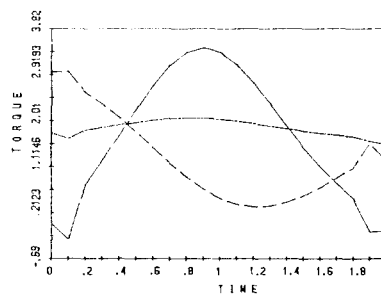
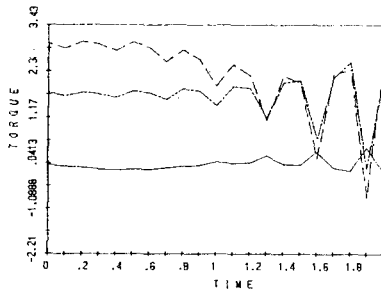
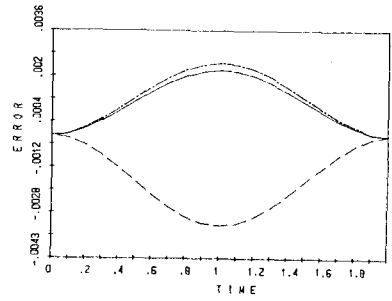
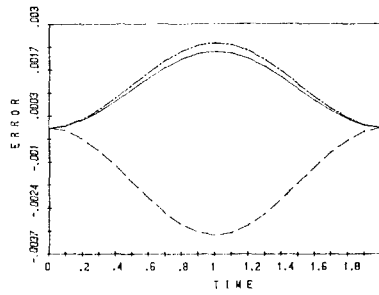
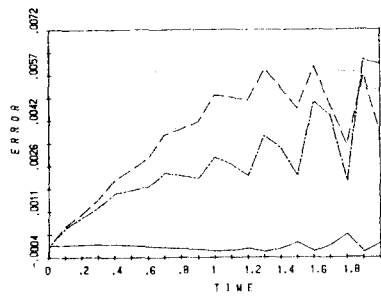
[4] C.Liu, and Y.Chen, "Multi-Processor Based Cartesian-space Control Techniques for a Mechanical Manipulators", IEEE J. of Robotics & Automation, Vol.RA-2, pp110-115, June, 1986.

[5] M.Brady, J.M.Hollerbath, T.L.Johnson, T.L.Perez, and M.T.Mason, Robot Motion: Planning and Control, The MIT Press, Massachusetts, 1982.

[6] M.Sahba, and D.Q.Mayne, "Computer-Aided Design of Nonlinear Controllers for Torque Controlled Robot Arms", IEE Proc.D, Vol.131, pp 8-14, Jan., 1984.

[7] V.I.Utkin, "Equations of Sliding Mode in Discontinuous Systems, 1", Auto.Remote Contr., No.12, pp 1897-1907, 1971.; and "Equations of Sliding Mode in Discontinuous Systems, 2", Auto.Remote Contr., No.2, pp 211-219, 1972.

[8] R.G.Morgan, and U.Ozguner, "A Decentralized Variable Structure Control Algorithm for Robotic Manipulators", IEEE J. of Robotics & Automation, Vol. RA-1, pp 57-65, Mar., 1985.



CTM

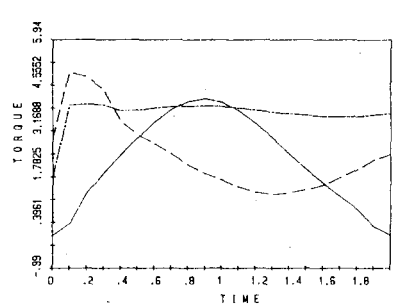
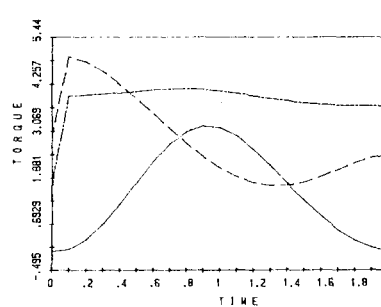
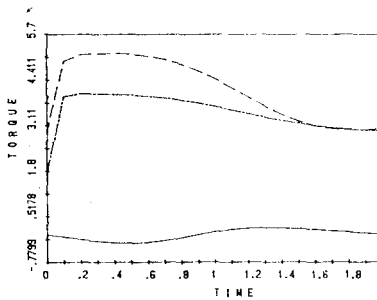
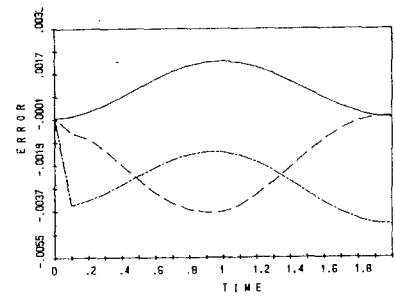
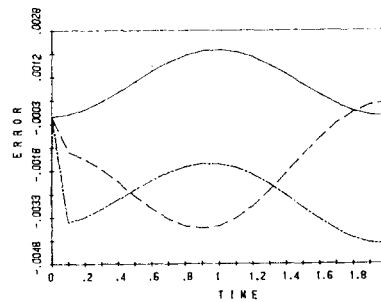
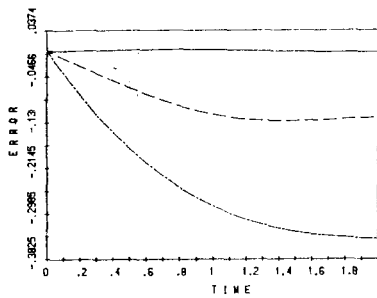
정리 1

$$T_r = 10 \text{ msec}$$

정리 2

$$T_r = 10 \text{ msec}$$

그림 6 - a 무부하인 경우



CTM

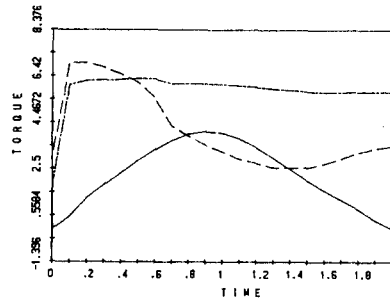
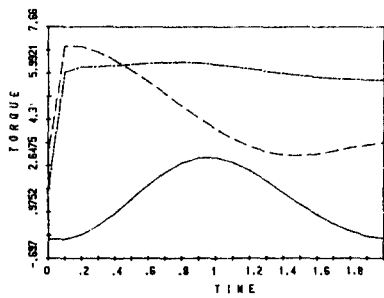
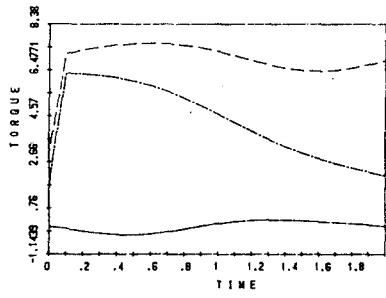
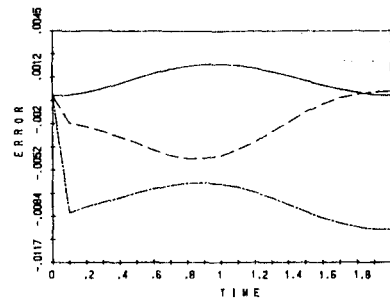
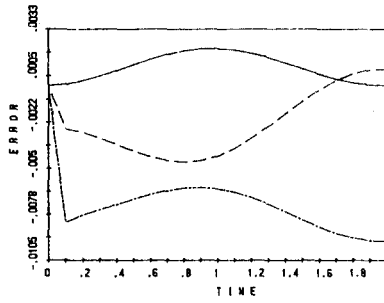
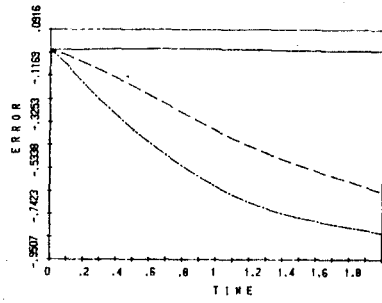
정리 1

$$T_r = 10 \text{ msec}$$

정리 2

$$T_r = 10 \text{ msec}$$

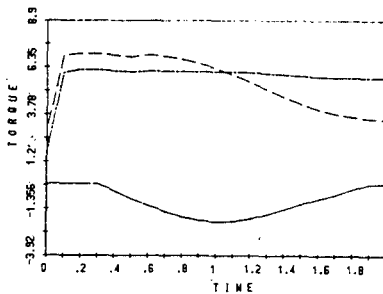
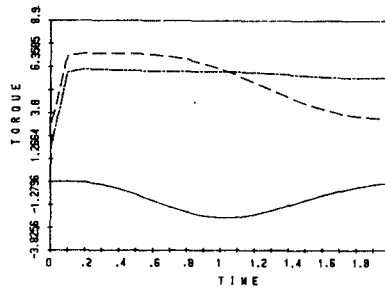
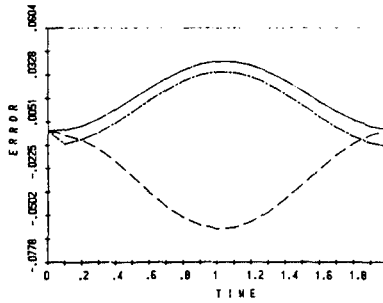
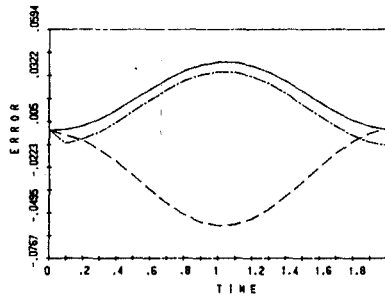
그림 6 - b. 1 kg 부하인 경우



CTM

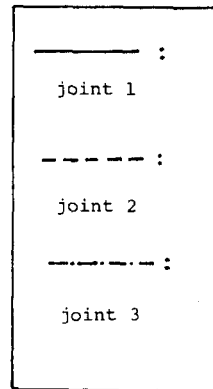
정리 1
 $T_r = 10 \text{ msec}$

정리 2
 $T_r = 10 \text{ msec}$



정리 1
 $T = 100 \text{ msec}$

정리 2
 $T = 100 \text{ msec}$



차아보기

그림 6 - c. 2 kg 부하일 경우