

스트랩다운 관성항법장치의 오차해석

심 덕 선 · 박 찬 국 · 이 장 규 송 유 섭
 서울 대학교 공과 대학 제어 계측공학과 대전 기계창

Error Analysis for a Strapdown Inertial Navigation System

Duck-Sun Shim, Chan-Gook Park and Jang Gyu Lee

Yu-Sup Song

Dept. of Control and Inst., Seoul National Univ.

Agency for Defense Development

I. 서론

항법(navigation)은 기준좌표계에 대한 항체(vehicle)의 위치나 속도를 알아내기 위한 것으로 이를 위한 시스템이 관성항법장치(inertial navigation system-INS)이며 항법기능을 수행하기 위하여 항체에 놓여진 센서의 관성성질을 이용한다. INS는 specific force 와 관성 가속도의 측정에서 얻은 데이터를 처리함으로써 그 기능을 수행한다.

스트랩다운 INS (SINS)는 관성항법장치의 한 종류로 analytic INS 라고도 하는데 기준좌표축을 유지하기 위하여 안정테이블을 사용하지 않고 센서들을 항체에 직접 부착시켜 초기상태와 현재상태와의 사이에 상대적인 회전방향을 해석적으로 계산한다. INS의 성능은 수많은 오차원(error source)의 함수로 주어지며 이 오차원 중에는 주의환경에 의한 것도 있고 INS 구성에 사용된 기구(instruments)와 관련된 것도 있다. INS를 해석하는 목적은 항법의 정확도를 알아보는데 있으며 또한 각각의 오차원의 값을 추정하는 것도 부가적인 목적이 된다. 이러한 오차의 추정치는 사양(specification)을 모르는 부품의 성능을 식별하는데 사용될 수 있다. 따라서 INS를 해석함으로써 INS를 구성하는 어떤 부품에 대한 성능이 어느정도 개선의 필요로 하는가 알 수 있다.

본 논문에서는 SINS의 오차원을 크게 고도계의 불확실성, 중력의 편향과 이상, 가속도계의 불확실성, 자이로의 불확실성의 네 그룹으로 나누어 상호분산해석(covariance analysis) 방법으로 각 오차원이 시스템에 미치는 영향을 알아보았다.

II. 본론

1. SINS 오차 모델

INS를 해석하기 위해서는 먼저 INS에 대한 적당한 오차모델을 개발해야 한다. 이 오차모델은 INS 내부에 있는 여러가지 오차원과 외란(disturbance)에 의한 오차원 뿐만 아니라 INS의 중요한 dynamics를 모두 포함

해야 한다. 일반적으로 INS 구성방정식은 9개의 일차 비선형미분방정식으로 표시된다. 그러나 위치 오차는 지구반지름에 비해 아주 작으며 속도오차도 비행속도에 비해 아주 작고 alignment 오차도 매우 작으므로 INS에서 오차의 전달(propagation)은 선형미분방정식에 의해서 매우 정확히 지배된다고 볼 수 있다. [1] 따라서 대부분의 INS 오차해석은 선형오차미분방정식으로 수행된다.

SINS 오차 모델에 상호분산해석방법을 적용하기 위해서는 SINS의 오차원에 대한 수학적인 모델을 개발해야 하는데 이는 [4]에 제시되었고 SINS 오차 모델은 아래와 같은 선형불규칙오차 모델이 된다.

$$\dot{x} = F(t)x + w + v \quad (1)$$

여기서 x 는 오차상태변수로 시스템의 출력인 위치오차, 속도오차, 자세오차에 수직체널을 안정화하기 위해서 상태변수 1개가 증가되어 10차가 되며, $F(t)$ 는 시스템의 기본행렬로 SINS의 dynamics를 포함한다. w 는 불규칙 구동항이고 v 는 알고 있는 정규(deterministic) 구동함수이다.

SINS에서의 주과제는 자이로의 출력으로부터 항체의 자세와 좌표변환행렬을 계산하는 것이다. 주요한 좌표 변환행렬은 동체 좌표계(body frame)에서 항법좌표계(navigation frame)로의 변환행렬인데 이것을 자세행렬이라 하며 C_b^n 으로 나타낸다. 항체의 자세는 여러 종류의 변수로 표시될 수 있는데 가장 널리 쓰이는 것이 오일러 각, 방향 코사인 그리고 quaternion 이다. 이 중 quaternion은 4개의 변수를 사용하는 것으로 직접적으로 물리적 의미를 찾기 어려우나 quaternion을 조합하여 방향 코사인을 구할 수 있고 계산량이 줄어들기 때문에 대부분의 SINS에서 quaternion을 사용하고 있다.

자세행렬 C_b^n 을 구하기 위해서는 다음의 미분 방정식을 풀어야 한다.

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \omega_{ib}^n - \omega_{in}^n C_b^n \quad (2)$$

여기서 ω_{ij}^k 는 i 좌표계에 대한 j 좌표계의 회전 각 속도를 k 좌표계에서 표시한 w_{ij}^k 의 왜대칭(skew-

symmetric) 행렬이다. 본 연구에서는 식(2)를 직접 푸는 대신 이와 동등 (equivalent)한 quaternion 식인 아래식을 풀어 quaternion을 update 시킨 후에 C_D^n 을 구했다.

$$\bar{Q}_2 = \bar{Q}_N^{-1} * \bar{Q}_1 * \bar{Q}_G \quad (3)$$

2. 상호분산분석 (covariance analysis)

일반적으로 선형불규칙 미분방정식은 다음과 같이 상태방정식으로 표시된다.

$$\dot{x}(t) = F(t) \cdot x(t) + B(t) u(t) + G(t) w(t)$$

위의 연속시간모델은 다음과 같은 이산시간상태모델로 바꿀 수 있다.

$$x(t_{i+1}) = \Phi(t_{i+1}, t_i) x(t_i) + B_d(t_i) u_d(t_i) + G_d(t_i) w_d(t_i) \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Phi(t_{i+1}, t_i) &\cong I + F(t_i) [t_{i+1} - t_i] \\ B_d(t_i) &= B(t_i) [t_{i+1} - t_i] \\ Q_d(t_i) &= G(t_i) Q(t_i) G^T(t_i) [t_{i+1} - t_i] \end{aligned}$$

w_d 는 영평균과 식(5)와 같은 상호분산핵(kernel)을 갖는 이산시간 백색가우시안 잡음프로세스이다.

$$E [w_d(t_i) w_d^T(t_j)] = \begin{cases} Q_d(t_i) & t_i = t_j \\ 0 & t_i \neq t_j \end{cases} \quad (5)$$

식(4)에서 상태변수의 평균과 상호분산행렬은 다음과 같이 전달(propagation)된다.

$$m_x(t_{i+1}) = \Phi(t_{i+1}, t_i) m_x(t_i) + B_d(t_i) u(t_i) \quad (6)$$

$$P_{xx}(t_{i+1}) = \Phi(t_{i+1}, t_i) P_{xx}(t_i) \Phi^T(t_{i+1}, t_i) + G_d(t_i) Q_d(t_i) G_d^T(t_i) \quad (7)$$

3. 시뮬레이션 및 해석

시뮬레이션을 위한 항공기의 비행경로는 그림1과 같으며 시스템의 출력인 위치오차, 속도오차, 자세오차의 전달을 보기위하여 Schuler Oscillation을 고려하여 전체시스템 동작시간을 90분으로 하였다. 수직체널을 안정화하기 위하여 사용된 고도계는 5초에 한번씩 고도를 측정하여 항법계산은 0.2초를 주기로 한다. INS에서는 항체가 항해를 하기전에 반드시 모든 상태변수의 초기치를 알아야 하는데 이 초기치에도 오차가 있게 된다. 식(6), (7)에서 필요한 상태변수의 오차 초기치와 불규칙 구동항의 센서 오차모델에 필요한 계수들은 [2]에서 참조하였다. 표1에는 오차상태변수의 초기치 평균과 표준편차만에 의해 시스템이 구동되는 경우와 초기치에 불규칙

구동항까지 첨가되어 시스템이 구동되는 경우의 오차의 전달을 보였고 각 값들은 90분간의 최대값이다. 고도계의 사용으로 고도오차의 경우는 시간이 갈수록 줄어드는데 이 경우는 수렴으로 나타내었다. 표1에서 오차상태변수의 초기치 평균에 의해서 시스템이 구동되는 경우 위치오차가 크게 나타나고 있다. 경도오차의 최대값이 124 arcsec 인데 이는 지구가 구이고 6373388m라고 보면 3834m의 오차가 있는 셈이다. 이와같은 경도, 위도 오차는 주로 자세오차의 초기치에 영향을 많이 받는다. [4] 불규칙 구동항이 주어진 경우 자이로의 불확실성에 의한 영향이 나머지 세개의 불확실성에 의한 영향보다 훨씬 큰 것을 알 수 있다. 이것은 자이로의 불확실성에 의해서 자세오차가 생기고 자세오차가 시스템 출력에 영향을 많이 주기 때문이다. 이로써 센서 전체의 불확실성에 의한 오차는 대부분이 자이로의 불확실성에 의한 것임을 알 수 있다. 고도계의 불확실성, 중력의 편향과 이상, 가속도계의 불확실성에 의한 영향은 수직체널을 제외하면 서로 비슷하나 중력의 편향과 이상에 의한 영향이 상대적으로 조금 작다. 고도계의 불확실성에 의한 오차의 경우는 고도와 수직 속도오차가 크게 나타나는데 이는 고도계의 불확실성을 모델링할 때 고도에 비례하는 항이 있는데 그림 1에서 (3), (4)의 고도가 16.7km나 되어서 이 부분의 고도오차가 크게 나타나는기 때문이다. 그림을 보면 수직체널을 제외하고는 대부분 주기성을 가지고 있는데 이것의 주기는 84.4분으로 INS 고유의 특성인 Schuler Oscillation 현상이다. 그림 6,7은 주기성이 나타나지 않고 있는데 이는 INS 고유 특성보다 불규칙 구동항의 영향이 더 크게 나타나는기 때문이다.

III. 결 론

본 논문에서는 SINS의 선형시변모델에 상호분산분석 방법을 적용하여 시스템의 불규칙 구동항을 크게 고도계의 불확실성, 중력의 편향과 이상, 가속도계의 불확실성, 자이로의 불확실성으로 나누어 이에 대한 시스템 출력의 영향을 비교하여 보았다. 시뮬레이션 결과 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) 센서의 불확실성으로 인한 오차중에는 자이로에 의한 영향이 가장 크다.
- 2) 고도계의 불확실성에 의한 오차는 수직체널에 크게 나타나는데 이는 고도계의 불확실성 중 scale factor에 대한 항이 있어 고도가 높아질수록 오차가 커지기 때문이다.
- 3) 수직체널을 제외한 대부분의 경우 Schuler Oscillation을 관찰할 수 있었는데 자이로의 불확실성으로 인한 오차의 경우 Schuler Oscillation 현상이 일어나지 않는데 이는 자이로의 불확실성이 시스템에 아주 큰 영향을 미치고 있음을 나타내므로 자이로의 불확실성은 반드시 보상되어야 한다.

참고 문헌

- [1] William S. Widnall, Peter A. Grundy
" Inertial Navigation System Error Models "
Intermetrics INC., TR-03-73, May 1973.
- [2] William S. Widnall, Peter A. Grundy, Walter G. Murch
" Inertial Navigation System Tests Having Improved Observability, " J. Aircraft, Jan. 1976.
- [3] Peter S. Maybeck
Stochastic Models, Estimation, and Control
Volume 1 Academic Press, 1979.
- [4] 심덕선
" 스트랩다운 관성항법장치의 오차해석 "
서울대학교 대학원 석사학위 논문, 1986.
- [5] R.B. Miller
" Strapdown Inertial Navigation Systems :
An algorithm For Attitude and Navigation
Computations, " Defense Science and Techno-
logy organization Aeronofical research
laborities, AR-002-265, 1982.
- [6] Robin B. Miller
" A New Stropdown Attitude Algorithm, "
J.Guidance, July-August 1983.

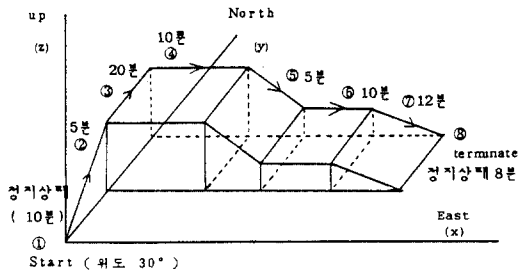


그림 1 항체의 비행 경로

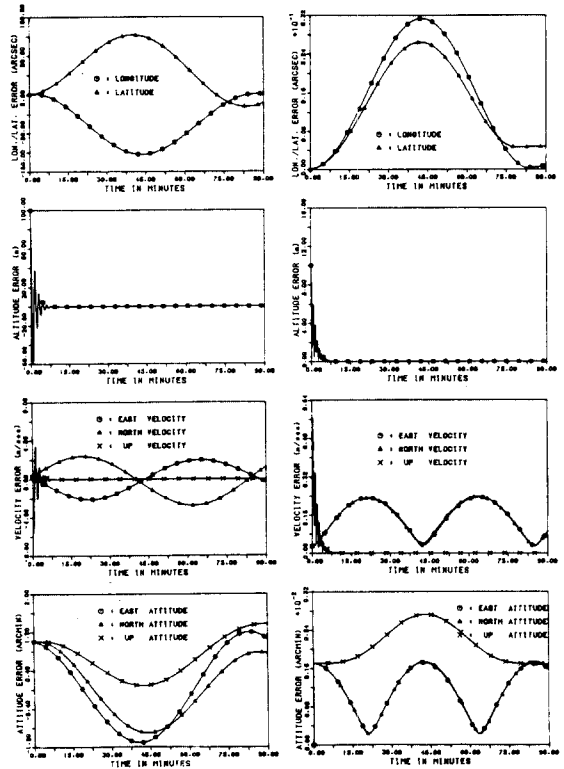


그림 2 (a) 상해 변수의 초기치를 모두 고려한 경우 (b) 상해 변수의 초기치를 모두 고려한 경우 (10값)

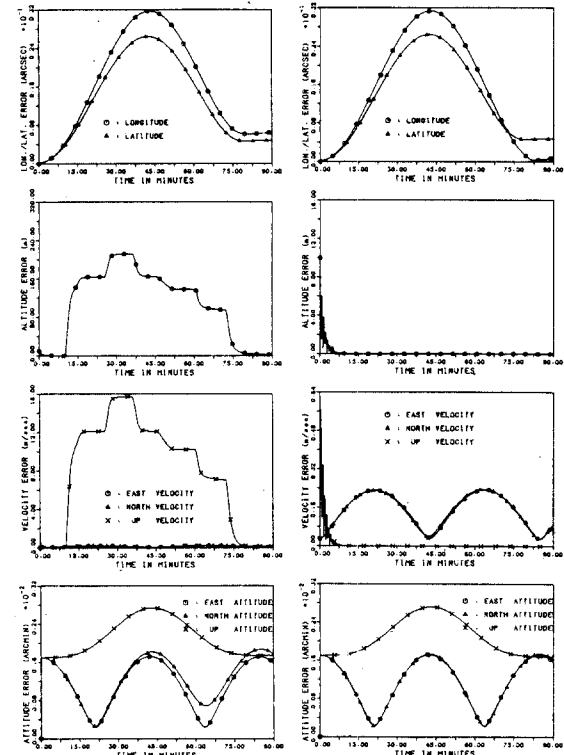


그림 3 고도계에 의한 오차의 전달 (10값) 그림 4 중력의 편향과 이상에 의한 오차의 전달 (10값)

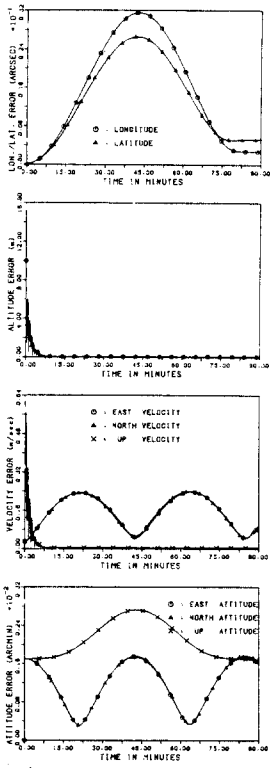


그림 5 가속도계에 의한 오차의 전달 (10값)

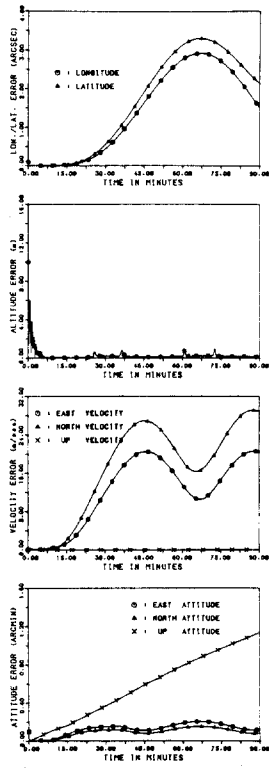


그림 6 자이로에 의한 오차의 전달 (10값)

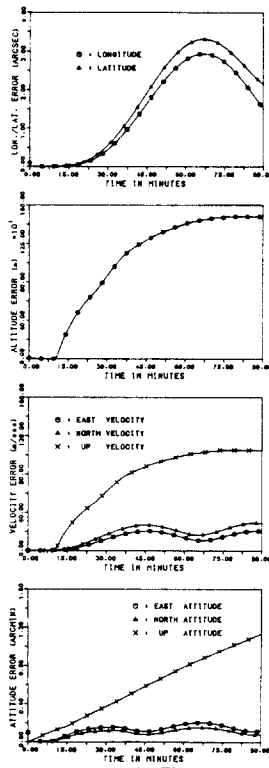


그림 7 센서 전래에 의한 오차의 전달 (10값)

표 1. 초기치와 오차원 네 그룹에 의한 오차의 전달

오차상태변수	오차원	초기치 오차 평균	초기치 오차 표준편차 (1σ)	고도계의 불확실성 불확실성 (1σ)	중력의 편향 이상 (1σ)	가속도계의 불확실성 (1σ)	자이로의 불확실성 (1σ)	센서 자체의 불확실성 (1σ)
경도 오차 $\delta\lambda$ (arcsec)		124	0.0314	0.0317	0.0314	0.0315	2.93	2.33
위도 오차 $\delta\phi$ (arcsec)		123	0.0264	0.0265	0.0265	0.0265	3.31	3.31
고도 오차 δh (m)		*수평(10^{-3})	*수평(10^{-4})	212	*수평(10^{-2})	*수평(10^{-1})	*수평(10^0)	1480
동쪽 속도 오차 δv_e (m/sec)		2.11	0.234	0.237	0.234	0.238	20.6	20.7
북쪽 속도 오차 δv_n (m/sec)		2.75	0.236	0.231	0.236	0.239	29.1	29.1
수직 속도 오차 δv_u (m/sec)		5.61	0.566	15.7	0.566	0.566	0.566	105
자세 오차의 동쪽 성분 ϵ_e (arcmin)		1.20	0.00172	0.00173	0.00172	0.00175	0.203	0.203
자세 오차의 북쪽 성분 ϵ_n (arcmin)		0.907	0.00174	0.00182	0.00174	0.00177	0.152	0.152
자세 오차의 수직 성분 ϵ_z (arcmin)		1.35	0.00272	0.00274	0.00272	0.00273	파 산	파 산

*의 수평은 각오각의 scale로 작아짐을 나타낸다.