

확장 칼만 필터와 최대공산법을 이용한 미사일 공력계수

모델의 설정 및 계수 추정

성태경, 이장규, 장상근, 박양배
서울대학교 공과대학 제어계측공학과, 대전기계창

Missile Aerodynamic Structure and Parameter Identification
Using the Extended Kalman Filter and Maximum Likelihood Method

Tae-Kyung Sung and Jang Gyu Lee, Sang Keun Chang and Yang Bae Park
Dept. of Control and Inst., Seoul National Univ., Agency for Defense Development

1. 서론

미사일의 동특성은 공력계수(aerodynamic coefficients)들의 구조 및 그 계수값에 의해 결정된다. 현재까지 공력계수는 풍동시험(wind tunnel test)에 의한 모형범으로 구하는 것이 보편적이었으나 모형과 실제 시스템의 차이에 의해 발생하는 오차, 풍동시험의 오차, 모형의 스케일 팩터(scale factor) 오차, 실제 대기조건 특성에 의한 오차 등에 의해, 시제품을 이용한 실제 비행 시험 결과가 풍동시험 모델을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션(computer simulation)의 가상 비행 데이터와 차이를 나타내게 된다. 이러한 차이를 감소시키기 위하여 필터 이론을 적용시키려는 것이 최근에 시도되는 방법이며 필터 이론을 적용하기 위해서는 수학적 계수모델이 필요하게 된다. (1) - (3)

본 연구에서는 풍동시험모델로부터 3가지의 수학적 모델을 가정하고 이를 이용하여 확장칼만필터(extended Kalman Filter; EKF)와 최대공산법(maximum likelihood method; ML)을 각각 적용시켰을 때 추정된 계수치에 의한 가상비행데이터와, 풍동시험모델에 의한 가상비행데이터를 비교하여, 수학적 계수 모델 설정에 따른 각 알고리즘의 추정결과를 알아보고, 이에의해 계수모델 설정의 방법 및 기준, 그리고 계수구조 설정에 따른 EKF와 ML의 성질을 조사하였다. (1), (4) - (8)

2. 수학적 계수모델의 설정 (9)

계수 식별 알고리즘을 적용하기 위한 수식적인 계수 모델을 구하기 위해서는 먼저 풍동시험데이터를 분석하여 대상미사일의 특성과 구조를 파악하여야 한다.

본 논문에서 이용한 대상미사일은 동체좌표계에서 pitch 면과 yaw 면이 대칭(symmetric)하다고 가정하며 따라서 y축 힘계수나 모멘트 계수의 모델을 알면 z축 힘계수나 모멘트 계수의 모델도 알 수 있다. 또한 roll 모멘트는 없다고 가정하며 제어 명령은 pitch면(delta q)와 yaw면(delta r)에 대해 주어진다. 이러한 특성을 가진

대상 미사일의 풍동시험 데이터는 주요마하수에서의 alpha와 delta q의 변화에 따른 계수들의 값을 2차원 테이블로 나타낸 데이터로서, 그림1과 같은 2차원 테이블 데이터가 주요 마하수에 대해 각각 주어진다. 그림의 위쪽으로부터 각각 CX, CZ, CM, CZ45, CM45로 정의하면 각 테이블의 종축은 alpha 값이 변화해 나가는 것을 표시하고, 횡축은 delta q 값이 변화해 나가는 것을 나타낸다.

Table with 4 sections: WIND TUNNEL DATA FOR MACH NO., COEFFICIENTS (CX, CZ, CM, CZ45, CM45) for Mach 0.8, 0.9, and 1.0. Each section contains a grid of numerical values.

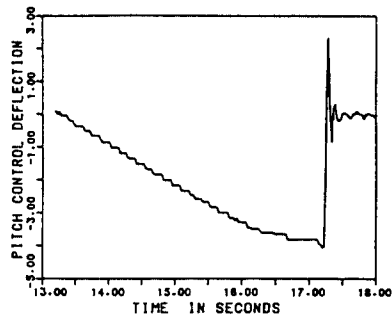
그림1. 풍동시험으로 얻은 alpha와 delta q에 의한 공력계수 데이터 테이블

계수추정 알고리즘을 적용하기 위해서는 공력계수 모델이 수식적으로 표현되어야 한다. 그림1과 같은 풍동시험 데이터로부터 수학적 계수모델을 구하기 위하여 먼저 alpha와 delta q의 변화에 따른 각축의 공력힘과 모멘트의 변화양상을 그림으로 도시한 후 이 그림으로부터 curve fitting을 이용하여 근사한 수식을 유도해내게 되는데 이때 전 구간에 대하여 식을 유도할 필요없이 trim 조건(trim condition)을 만족하는 구간에 대해서만 curve fitting하면 된다. trim 조건이란 pitch(혹은 yaw) 모멘트가 영이되는, 즉, 제어입력이 임의의 값으로 충분히 주어졌을 때 이루는 공격각(혹은 횡전각)의 정상 상태를 나

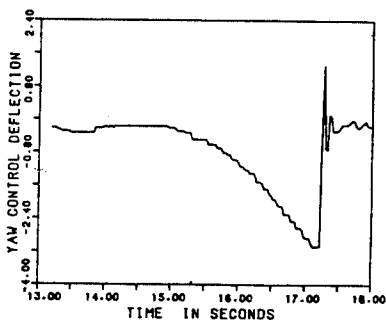
타내며 각 제어 입력에 대한 trim 조건을 만족하는 부근을 중심으로 근사식을 유도하면 된다. 또한 플러터론을 적용할때 입력이 주어지지 않는 범의까지 근사화된 수학적 모델을 구한다는 것은 의미가 없으므로 α 나 δq 등의 변수 범의에 따라 계수의 근사식을 설정하는 것이 바람직하다.

3. 추정결과

본 연구에서는 풍동 시험모델로부터 가상측정치를 만들었으며 그림2와 같은 제어입력이 주어졌을때 4.5초간의 가속도계, 오일러각 측정기, α - β 측정기, 레이더 출력을 얻었다고 가정하고 이중 레이더 출력을 제외한 측정치와 선택한 수학적 계수 모델을 이용하여 대상시스템의 계수 구조 및 계수값을 추정하였다. 또한 레이더 출력을 이용하여 추정된 계수값의 타당성을 조사하였으며, 제어입력의 범위를 고려하여 만든 3가지 계수구조에 대한 계수 추정을 한뒤 추정된 계수값이 풍동 시험모델의 특성과 얼마나 비슷한가를 비교하여 가장 알맞은 계수 구조를 찾아내는 한편 계수구조가 알맞지 못한 경우 일어나는 현상을 알아내었다.



(a) pitch 제어입력 (δq)



(b) yaw 제어입력 (δr)

그림 2. 제어입력

본 연구에서 제시한 3가지 모델 A, B, C는 EKF와 ML을 각각 이용하여 계수를 추정하였을때 비교적 좋은 결과를 나타낸 모델로서 표1과 같이 구조를 정하여 계수를 추정하

였다. 표에서 Y 축힘 (F_y)나 Z 축 모멘트 (M_z)는 미사일의 대칭성 (symmetry)를 이용하여 Z 축힘이나 Y 축 모멘트의 항들 중 $\alpha, \delta q$ 대신 각각 $\beta, \delta r$ 을 대입한 식과 같은 구조를 가진다.

표1. 각 계수모델의 구조 (미사일의 symmetry에 의해 Y 축힘과 Z 축 모멘트는 F_z 와 M_y 로부터 구함)

	계수 모델 A	계수 모델 B	계수 모델 C
X 축힘 (F_x)	$C_{x\alpha}$	모델 A와 동일	$C_{x\alpha} + C_{x\beta} \alpha + C_{x\delta q} \delta q$ $+ C_{x\delta r} \delta r$
Z 축힘 (F_z)	$C_{z\alpha} + C_{z\delta q} \delta q$	모델 A와 동일	모델 A와 동일
X 축 모멘트 (M_x)	0	0	0
Y 축 모멘트 (M_y)	$C_{m\alpha} a a + C_{m\delta q} \delta q$ $+ (C_{m\beta} \alpha + C_{m\delta r} \delta r) a a $ $\sin^4 2\theta_A$	(모델 A의 항들) $+ C_{m\delta r} \delta r$ $+ C_{m\beta} \alpha \delta q$ $\sin^4 2\theta_A$	(모델 B의 항들) $+ C_{m\delta q} \delta q a a $ $\sin^4 2\theta_A$

계수모델 A보다 더 적은 항으로 이루어진 계수모델들 중 대부분의 경우 ML을 적용하면 시스템이 발산하여 계수를 개선시킬 수 없었고 EKF를 적용하면 추정치의 변화가 심하여 어떤 수렴치로 접근하지 못하였는데 이런 경우는 underparameterized 되었다고 볼 수 있다. 또한 계수 모델 C보다 더 많은 항으로 이루어진 계수모델들 중 일부 모델에 대하여 계수추정을 시도하였을때 ML의 경우 계수가 어떤 일정한 값으로 수렴하지 않고 발산하거나 정보행렬 M이 singular 혹은 nearly singular 하게되어 M의 역행렬을 계산 할 수 없었으며 EKF의 경우 시스템에 영향을 미치지 못하는 항이나 초기치가 실제값과 상당한 차이를 보이는 항에 대한 계수분산은 거의 개선되지 않았는데 이런 경우는 overparameterized 되었다고 볼 수 있다.

계수모델 A, B, C에 EKF와 ML을 각각 적용하여 계수를 추정한 결과를 표2 - 표4에 제시하였다. 또한 각 추정치 및 계수구조가 풍동모델과 얼마나 일치하는가를 조사하기 위하여 다음과 같은 error index를 설정하였다.

$$Z_C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Z_w(i) - Z_{M_k, \theta_j}(i)| \quad (1)$$

$$(k = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2)$$

식에서 $Z_w(\cdot)$ 는 측정잡음을 고려하지 않고 풍동모델을 이용하여 만든 비행데이터를 나타내며 $Z_{M_k, \theta_j}(\cdot)$ 는 M_k ($k=1, 2, 3$) 이라는 계수모델에 θ_j ($j=1, 2$)의 추정계수를 대입하여 이로부터 만든 가상비행데이터를 나타낸다.

$Z_{M_k, \theta_j}(x)$ 에서 M_k 는 모델의 종류를 나타내는 기호로 M_1 은 모델 A, M_2 은 모델 B, M_3 는 모델 C를 나타내며, θ_j 는 추정계수를 나타내는 것으로 θ_1 은 EKF에 의해 추정된 계수, θ_2 는 ML에 의해 추정된 계수를 나타낸다. 또한 N은 데이터 개수를 나타내며 가상비행데이터로는 가속도계 출력, α - β 측정기 출력, 자이로스코프 출력, 데이터 출력등을 얻었다고 가정하여 이들을 이용하여 추정계수값 및

계수구조의 적합성을 시험하였다.

표 2. 계수모델 A의 추정결과

계수명	EKF에 의한 추정계수값	EKF에 의한 추정계수값	ML에 의한 추정계수값	계수명	EKF에 의한 추정계수값	EKF에 의한 추정계수값	ML에 의한 추정계수값
C ₁₀	-0.53	0.02	-0.53	C ₁₀₀₀	26.82	1.25	30.99
C ₁₁	-14.15	0.94	-12.16	C ₁₀₀₁	0.27	1.77	-6.15
C ₁₂	7.80	1.36	13.08	C ₁₀₀₂	190.02	17.22	308.14
C ₁₃	-17.34	0.93	-14.81	C ₁₀₀₃	6.79	1.24	16.81
C ₁₄	-4.71	1.16	-9.01	C ₁₀₀₄	21.22	1.55	20.76
C ₁₅	-202.55	7.24	-214.88	C ₁₀₀₅	1.06	1.88	40.88
C ₁₆	-6.23	1.50	-3.50				

표 3. 계수모델 B의 추정결과

계수명	EKF에 의한 추정계수값	EKF에 의한 추정계수값	ML에 의한 추정계수값	계수명	EKF에 의한 추정계수값	EKF에 의한 추정계수값	ML에 의한 추정계수값
C ₁₀	-0.53	0.02	-0.53	C ₁₀₀₀	76.91	9.51	-65.24
C ₁₁	-17.98	1.32	-15.09	C ₁₀₀₁	29.77	1.24	29.72
C ₁₂	5.94	1.40	8.45	C ₁₀₀₂	-3.17	1.78	-1.82
C ₁₃	-18.03	1.00	-22.21	C ₁₀₀₃	6.80	0.99	13.37
C ₁₄	-3.96	1.27	2.92	C ₁₀₀₄	130.75	10.16	-227.56
C ₁₅	-3.20	0.87	-9.76	C ₁₀₀₅	7.69	1.36	-1.59
C ₁₆	-176.11	10.75	-85.25	C ₁₀₀₆	-87.44	9.91	333.05
C ₁₇	-11.02	1.45	-10.32	C ₁₀₀₇	24.65	1.76	23.42
				C ₁₀₀₈	-1.07	1.87	-1.30

표 4. 계수모델 C의 추정결과

계수명	EKF에 의한 추정계수값	EKF에 의한 추정계수값	ML에 의한 추정계수값	계수명	EKF에 의한 추정계수값	EKF에 의한 추정계수값	ML에 의한 추정계수값
C ₁₀	-0.59	0.04	-0.57	C ₁₀₀₀	80.64	9.61	-17.72
C ₁₁	-0.42	0.90	-0.20	C ₁₀₀₁	31.36	1.22	21.56
C ₁₂	-1.10	1.50	2.23	C ₁₀₀₂	-11.59	1.79	41.41
C ₁₃	-0.72	1.46	0.03	C ₁₀₀₃	58.94	9.88	-210.30
C ₁₄	-2.50	1.72	2.07	C ₁₀₀₄	7.02	1.00	11.92
C ₁₅	-18.74	1.36	-15.60	C ₁₀₀₅	133.76	18.49	-138.33
C ₁₆	6.32	1.39	7.91	C ₁₀₀₆	6.81	1.47	23.20
C ₁₇	-17.97	0.99	-22.53	C ₁₀₀₇	-88.02	9.94	88.71
C ₁₈	-3.95	1.27	3.44	C ₁₀₀₈	24.36	1.71	21.60
C ₁₉	-4.53	10.87	-5.93	C ₁₀₀₉	0.90	1.88	60.93
C ₂₀	-166.93	11.01	-78.99	C ₁₀₁₀	71.00	9.99	-850.78
C ₂₁	-10.63	1.59	-22.76				

표5는 식(1)에 의해 구한 오차를 나타낸것으로 계수모델 A, B, C에 각각 EKF와 ML을 적용하여 얻은 추정계수를 이용한 가상비행데이터와 공동시험 모델을 이용한 가상비행데이터의 오차를 비교하여 볼 때 계수모델 B에 ML을 적용하여 얻은 추정계수가 공동시험 모델의 특성을 가장 근사하게 나타내었다. 계수모델 B가 본 시스템의 완벽한 미사일 계수구조라고는 말할 수 없지만 현재의 측정치와 같은 조건 (마하수, 제어입력, 공격각등의 범위)에서는 본 미사일의 공동시험 모델의 특성을 가장 잘 나타낸 모델중의 하나라고 할 수 있다.

표 5. 공동시험 모델을 이용한 가상비행데이터와 추정계수를 이용한 가상비행데이터의 오차비교

	EKF에 의해 추정된 계수를 이용한 가상비행데이터의 오차			ML에 의해 추정된 계수를 이용한 가상비행데이터의 오차		
	계수모델A	계수모델B	계수모델C	계수모델A	계수모델B	계수모델C
가속도 (ft/sec ²)	a ₁ 0.782 a ₂ 5.027 a ₃ 5.772	0.737 3.924 4.460	1.139 3.545 4.301	3.899 5.932 5.007	0.884 1.802 3.985	1.406 2.991 5.806
α-β회전각 (rad)	α 1.394 × 10 ⁻¹ β 1.161 × 10 ⁻¹	9.657 × 10 ⁻¹ 9.454 × 10 ⁻¹	9.193 × 10 ⁻¹ 9.291 × 10 ⁻¹	9.907 × 10 ⁻¹ 1.739 × 10 ⁻¹	7.176 × 10 ⁻¹ 5.103 × 10 ⁻¹	1.021 × 10 ⁻¹ 3.706 × 10 ⁻¹
모일각 (rad)	θ 6.213 × 10 ⁻¹ φ 1.441 × 10 ⁻¹ ψ 1.407 × 10 ⁻¹	5.440 × 10 ⁻¹ 1.004 × 10 ⁻¹ 1.027 × 10 ⁻¹	3.199 × 10 ⁻¹ 9.453 × 10 ⁻¹ 1.027 × 10 ⁻¹	1.006 × 10 ⁻¹ 1.096 × 10 ⁻¹ 2.006 × 10 ⁻¹	2.923 × 10 ⁻¹ 7.047 × 10 ⁻¹ 5.954 × 10 ⁻¹	4.132 × 10 ⁻¹ 1.014 × 10 ⁻¹ 7.552 × 10 ⁻¹
위 치 (ft)	x 1.699 y 8.080 z 1.334	0.512 4.786 0.676	0.512 4.786 0.766	2.225 1.807 2.205	2.834 0.283 2.205	0.651 1.075 2.491

4. 결론

본 연구에서는 공동시험모델을 분석하여, 필터이론을 적용시키기 위한 수학적 모델을 결정할 수 있는 방법을 제시하고 공동시험모델을 근사화 시킨 여러가지 모델중 대

미사일에 가장 적합한 계수구조 및 값을 추정하였다.

가능한 여러가지 모델중 대상시스템의 특성을 가장 정확히 묘사할 수 있는 최소항의 모델을 찾기 위해서는 다음과 같은 점을 고려하여 계수를 모델링 해야 한다.

- 공동시험 데이터를 이용하여 계수를 수학적으로 모델링할 때 trim condition부근을 만족시킬 수 있도록 curve fitting 하여 근사식을 얻는다.
- 미사일 공격계수의 변화에 영향을 주는 변수들 (α, β, 마하수, 제어입력 등)의 변화범위를 고려하여 모델링 한다.
- 먼저 가능한한 시스템의 단순화 시켜 모델링하고 그 모델의 시스템 특성을 제대로 묘사하지 못할 경우, 항을 늘려 나가거나, 바꾸는 방법이 바람직하다.

미사일의 계수구조나 값을 추정하는 알고리즘으로 쓰인 EKF나 ML의 특성은 다음과 같이 요약할 수 있다.

EKF 알고리즘은 새로운 측정치가 들어올때 마다 계수를 개선 (update) 시키므로 계수가 일정하다는 가정을 망각하게 된다. 그러므로 모델링이 불충분할 때에는 추정계수값이 계속 변화하며 일정한 값으로 수렴하지 않는다. 또한 추정계수의 변화속도가 느려서 초기값의 차이가 심할 경우 제대로 계수를 추정하지 못한다.

ML 알고리즘은 측정치가 주어진 구간의 데이터 전체를 처리하여 측정치에 가까운 추정측정치를 만들 수 있는 계수값을 추정하므로 모델 B의 경우에서와 같이 모델링에 의해 구한 초기치가 미사일의 특성에 맞지 않을 경우 신속히 계수를 변화시킨다. 그러나 ML은 모델구조에 민감하여 모델링이 underparameterized 되거나 overparameterized 되었을 경우 추정계수치가 발산하거나 Hessian matrix M 이 singlar 하게 되며 계산시간이 지나치게 길기 때문에 여러가지 모델에 대해 적용하는데 어려움이 있다.

참고 문헌

- [1] James E. Kain, Charles M. Brown, Jr. and Jang G. Lee, " Missile Aerodynamic Parameter and Structure Identification from Flight Test Data, " The Analytic Sciences Corp., Technical Report No. AFATL-TR-77-129, 30 November 1977.
- [2] N.K. Gupta, W. Earl Hall, Jr. and Thomas L. Trankle, " Advanced Method of Model Structure Determination from Test Data, " proc. of AIAA conference, 1977.
- [3] 이장규, " 미사일의 동력학적 구조 및 계수추정법, " 전기학회논문지 vol.32, No.10, pp.367-375, 1983.
- [4] N.K. Gupta and Raman K. Mehra, " Computational Aspects of Maximum Likelihood Estimation and Reduction of Sensitivity Function Calculations, " IEEE Trans. Automatic Control,

- [5] R.K. Mehra, J.S. Tyler, " Case Studies in Aircraft Parameter Identification, " Proc. of the Third IPAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, Hague/Delft, Netherlands, 12-15 June 1973.
- [6] W.Earl Hall, Jr. and Narendra K. Gupta, " System Identification for Nonlinear Aerodynamic Flight Regime, " J. of Spacecraft, vol.14, No.2, pp.73-80, February, 1977.
- [7] 양해용, " 최대공산법과 확장칼만필터를 이용한 미사일의 공역역학적 계수 추정, " 석사학위논문, 제어계측공학과 대학원 서울대학교, 1984.
- [8] 이담호, " 비행시험데이터를 이용한 미사일 공력계수추정, " 석사학위논문, 제어계측공학과 대학원 서울대학교, 1985.
- [9] 성태경, " 불확실한 모델구조하에서의 미사일 공력계수추정, " 석사학위논문, 제어계측공학과 대학원 서울대학교, 1986.