

이 창 의*
신 상 영

한국과학기술원
전기및 전자공학과

ABSTRACT

The resonance frequency and the gain for oscillation of external cavity diode lasers are derived by approximating the phase and the gain conditions. By modifying single mode rate equations for the external cavity diode laser, steady state solutions and their stability are studied.

다이오드 레이저의 발진선폭을 줄이는 방법으로 외부공진기 다이오드 레이저, DFB(distributed feedback) 레이저, C³ 레이저 등이 고안되었다. 이 중에서 외부공진기 다이오드레이저는 비교적 구현하기가 용이하고 매우 좁은 발진선폭을 얻을 수 있을 뿐 아니라, 공진기의 특성을 쉽게 변화시킬 수 있어 레이저의 안정성 및 동특성을 연구하기에 적합하다.

비율 방정식(rate equation)에 의해서 기술되는 단일 다이오드 레이저(solitary diode laser)에서의 동특성은 많이 연구되었으며 대신도 변조시에 주기증배를 통한 혼돈현상이 존재한다

는 것등이 보고되었다(1,2). 반면, 외부공진기 다이오드 레이저의 동특성에 관한 연구는 최근에 들어서 활발히 진행되고 있다. 단일모드로 발진하는 레이저에서의 외부 거울에 의한 케판효과를 지연폐환(delayed feedback) 모델로 해석하는 방법(3)과 두 개의 공진기로 생각하여 결합모드(coupled mode)로 해석하는 방법(4)이 보고되었다 최근에는 결합공진기로 취급하여 레이저의 발진폭과 대역폭의 변화에 미치는 외부공진기의 영향이 연구되었다(5).

본 논문에서는 외부공진기 다이오드 레이저에서의 발진주파수, 발진에 필요한 이득을 위상조건과 이득조건을 근사화하여 구하였다. 또, 외부공진기 다이오드 레이저의 동특성을 기술하는 단일모드 비율방정식을 구하였고, 이를 사용하여 정상상태 해의 안정성을 고찰하였다. 외부공진기 다이오드 레이저가 단일모드 발진 조건을 만족하면 레이저의 대역폭이 동작점에 따라 변하게 되며 외부의 섭동에 대해서 안정하다.

외부공진기 다이오드 레이저는 그림 1과 같이 거울의 반사율이 r_1 , r_2 이고 길이가 l 인 공진기로 구성된 다이오드 레이저와 반사율 r_3 인 거울과 반사율 r_2 인 다이오드 레이저의 한쪽 거울에 의해서 영

성되는 길이 L 인 수동공진기로 구성되었다. 해석을 간단히 하기 위해서 공진기의 각 반사면을 무한 평면이라고 가정하자. 이러한 외부공진기 레이저에서의 발진조건은 다음과 같이 주어진다(6).

$$\Phi = -2\pi f/f_d + 2\pi m \quad \text{-- (1)}$$

$$\gamma = \alpha + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r_1 r_2} + \frac{1}{L} \ln R \quad \text{-- (2)}$$

$$\Phi = \tan^{-1} \frac{r_3 (1-r_2^2) \sin \phi_0}{r_2 (1+r_3^2) + r_3 (1+r_2^2) \cos \phi_0} \quad \text{-- (3)}$$

$$R = \frac{[1+r_3^2 + \frac{r_3}{r_2}(1+r_2^2) \cos \phi_0]^2 + [\frac{r_3}{r_2}(1-r_2^2) \sin \phi_0]^2}{1 + (\frac{r_3}{r_2})^2 + 2 \frac{r_3}{r_2} \cos \phi_0} \quad \text{-- (4)}$$

여기서 γ 와 α 는 각각 다이오드 레이저의 단위 길이 당 이득과 손실이고, $f_d = c/2L$ 은 다이오드 레이저만의 발진모드 간격이다. η 는 다이오드 레이저의 굴절율이고, $\phi_0 = 4\pi fL/c$ 로 외부공진기에서의 왕복 위상 변화를 나타낸다. f 는 빛의 주파수이고 c 는 빛의 속도이다. 식 (1)은 위상조건이라 부르고 (2)는 이득조건이라 부른다. 위상조건은 결합 공진기에서 보강간섭을 일으키기 위한 조건이고, 이득조건은 거울에 의한 손실과 다이오드 레이저에서의 흡수에 의한 손실 등을 극복하기 위한 이득을 나타낸 식이다. 외부 거울의 반사율 r_3 가 0이면 식 (1), (2)은 단일 다이오드 레이저의 발진조건이다. 다이오드 레이저에서 외부공진기를 본 등가 반사율은 r_2 / R 이고 이 때 위상이 Φ 이다. 앞으로 Φ 를 등가반사위상이라 부르기로 하자. 등가 반사율은 외부공진기에서 보강간섭조건을 만족할 때 최대이고 상쇄간섭조건을 만족할 때 최소이다. 외부 거울의 반사율 r_3 가 다이

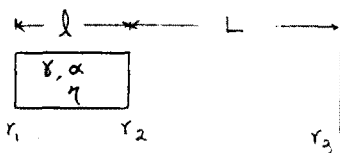


그림 1 외부공진기 다이오드 레이저의 구조

오드 레이저의 반사율 r_2 보다 크면 모든 외부공진기 모드가 위상조건을 만족하게 되나 r_3 가 r_2 보다 작으면 외부공진기 모드가 위상조건에 의해서 선택된다.

다이오드 레이저의 외부공진기쪽의 거울에 비반사 코팅을 하지 않은 경우 대부분의 실험이 $r_3 < r_2$ 를 만족하므로 본 논문에서는 이 경우만 고찰하고자 한다. 그림 2(a), (b)는 외부공진기 다이오드 레이저의 위상조건과 이득조건을 도시한 것이다. 그림 2(a)에서 직선은 다이오드 레이저와 외부공진기의 길이에 의해서 결정되고 등가반사위상을 나타내는 곡선은 외부 거울의 반사율에 의존하는 주기함수이다. 직선과 곡선이 만나는 점이 발진주파수이다. 여러 개의 직선은 다이오드 레이저의 발진모드에 해당한다. 즉 어떤 하나의 직선이 곡선과 만나는 점들은 다이오드 레이저를 이루는 공진기의 대역폭안에 존재하는 발진 가능한 외부공진기모드이다. 외부 거울의 반사율이 감소하면 등가반사위상의 최대치가 감소하므로 발진가능한 모드 수가 감소한다. 마찬가지로 외부공진기의 길이를 짧게 하면 직선의 기울기가 증가하므로 발진가능한 모드 수가 증가한다. 위상조건을 만족하는 주파수는 발진이 가능한 것이고 실제 발진 여부는 이득조건에 의해서 결정된다.

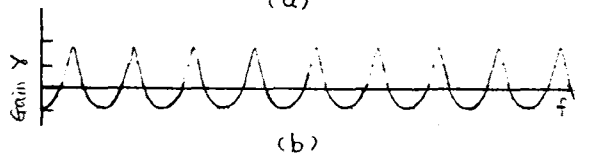
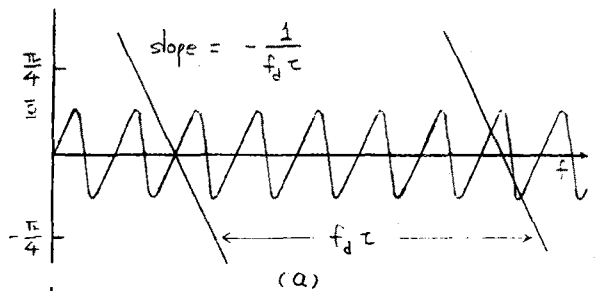


그림 2 위상조건 (a)과 이득조건 (b)의 도식. 이득조건의 횡축은 단일 다이오드 레이저의 이득조건이다.

그림 2(a)에서 등가반사위상을 나타내는 곡선의 기울기가 양인 영역은 외부공진에서 보강간섭이 일어나고 음인 영역은 외부공진기에서 상쇄간섭이 일어나므로 발진에 필요한 이득이 곡선의 기울기가 양인 부분에서 더 작다. 또, 등가반사위상이 0인 주파수에서 보강이나 상쇄간섭이 최대가 된다. 발진에 필요한 이득은 다이오드 레이저의 공진기와 외부공진기에서 모두 보강간섭조건을 만족하는 주파수에서 최소가 된다. 이 주파수는 그림 2(a)에서 직선과 곡선에서 양의 기울기를 갖는 부분이 주파수축상에서 만나는 점이다.

단일모드만이 위상조건을 만족하기 위한 외부굴절률의 최대반사율 r_{3m} 은 곡선의 최대 기울기가 직선의 기울기보다 작아야 한다는 조건에서부터 다음과 같이 주어진다(7).

$$r_{3m} = \frac{1}{2r_2} \left\{ 1 + r_2^2 + f_d \tau (1 - r_2^2) - \sqrt{[1 + r_2^2 + f_d \tau (1 - r_2^2) - 4r_2^2]} \right\} \dots (5)$$

여기서 $\tau = 1/f_e$ 로서 외부공진기에서 빛의 왕복시간이다. 이 조건은 결합공진기 다이오드 레이저가 단일모드로 발진하기 위한 조건이다. 실제의 경우는 이득조건에 의해서 모드가 선택되므로 단일모드로 발진하는 r_3 의 값은 r_{3m} 보다 더 크다.

위상조건과 이득조건이 초월함수로 주어지므로 $r_3 \ll 1$ 인 경우에도 이들의 해를 구하기가 어렵다. 다행히도 r_3 가 ~ 0.1 이상인 경우에 대해서 등가반사위상을 도식해보면 주기적인 삼각파와 유사하다. 그러므로 등가반사위상을 삼각파로 근사화할 수 있다. 또한 이득조건은 쌍곡선으로 근사화할 수 있다. 그림 2의 굵은 직선과 곡선은 이와같이 근사화한 것을 나타낸다. 근사화하여 발진주파수 f_0 , 발진에 필요한 이득 γ_0 , 발진모드간의 비트주파수 f_b 를 구하면 다음과 같다. 레이저는 발진에 필요한 이득이 최소인 주파수에서 발진을 하므로 이 모드만을 고려하자.

$$f_0 = \lambda f_e + \Delta f \frac{1}{1 + f_d \tau A} \dots (6)$$

$$f_b = f_e \frac{A}{f_e/f_d + A} \dots (7)$$

$$\gamma_0 = \alpha + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{1}{r_1 r_2} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2(1+r_2 r_3)}{r_2+r_3} + B \left(\frac{2\pi f_0}{f_e} \right)^2 \dots (8)$$

$$A = \frac{r_3(1-r_2^2)}{(r_2+r_3)(1+r_2 r_3)}$$

$$B = \frac{v_g}{2\lambda} r_2 r_3 \frac{(1-r_2^2)(1-r_3^2)}{(1+r_2 r_3)^2 (r_2+r_3)^2}$$

여기서 A는 $f = i f_e$ 인 점에서의 곡선의 기울기이고, m은 정수로서 $f_0 \cong m f_d$ 이다. 또, Δf 는 $i f_e - m f_d$ 이며 δf 는 $i f_e - f_0$ 로 detuning을 나타낸다. i는 $i f_e$ 가 f_0 에 가장 가까울 때의 정수이다. 식(8)에서 두 번째 항까지는 단일 다이오드레이저의 발진조건이고, 3 번째는 detuning이 없을 때 외부공진기에 의해서 감소되는 양이고, 마지막 항은 detuning에 의해 증가되는 이득이다. 발진모드간의 비트주파수는 f_e 보다 약간 낮다.

단일모드 결합공진기 다이오드 레이저의 동특성은 다이오드 레이저 공진기 내의 전기장 E와 전자밀도 N에 대한 다음과 같은 비율방정식으로 기술할 수 있다.

$$\frac{dN}{dt} = \frac{J}{ed} - \frac{N}{\tau_s} - g(N) |E|^2 \dots (9)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} [g(N) - \Gamma(\Omega)] E + i[\omega(N, \Omega) - \Omega] E \dots (10)$$

여기서 Ω 는 발진주파수이고, $g(N) = v_g \gamma$, $\Gamma(\Omega) = v_g \gamma_0$, $|E|^2 = S$ 로 광자밀도를 나타낸다. 공진주파수는 $\omega(N, \Omega) = 2\pi f_0$ 이다. 또, τ_s 는 전자의 수명이므로 J/ed 는 주입되는 전자밀도이며 v_g 는 다이오드 레이저내에서의 군속도이다. 비율방정식(9), (10)에서 결합공진기의 손실은 detuning의 함수이고 공진주파수는 전자밀도와 발진주파수의 함수이다.

Detuning이 없을 때를 기준으로 잡아서 참고문헌(3)의 방법으로 detuning $\Delta\Omega$ 와

이에 의한 전자밀도의 변화 ΔN 를 구하면 다음과 같다.

$$\Delta\Omega = -\frac{f_d^2}{RB} \left\{ \frac{\eta_{eff}}{\eta_r} + \frac{f_d}{f_e} A - \sqrt{\left(\frac{\eta_{eff}}{\eta_r} + \frac{f_d}{f_e} A \right)^2 - \frac{2RB}{f_e^2} \frac{\omega_r}{\eta_r} \frac{d\eta}{dx} \Delta x} \right\} \dots (11)$$

$$\Delta N = \frac{B}{g_n f_e^2} \Delta\Omega^2, \quad g_n = \frac{\partial g(N)}{\partial N} \dots (12)$$

$$\eta_{eff} = \eta_r + \frac{\partial \eta}{\partial \Omega} \omega_r, \quad R = \frac{2\omega_r}{\eta_r} \frac{1}{g_n} \frac{\partial \eta}{\partial n}$$

여기서 η_r 과 $\omega_r = \Omega_0$ 는 각각 detunning이 없을 때의 다이오드 레이저의 굴절율과 결합공진기의 발진주파수이다. R은 linewidth enhancement factor이다. 헷식에서 등가반사위상이 양인 영역은 온도변화 등에 의해서 유기되는 발진주파수의 변화가 증폭되고 음인 영역은 감쇠되는 것을 볼 수 있다. 물리적으로 보면 등가반사위상이 양인 영역으로 발진주파수가 변하게 되면 발진에 필요한 이득이 증가하므로 발진임계전자밀도가 증가한다. 따라서 굴절율이 감소하고 공진주파수는 증가하게 되어 발진주파수는 더욱 증가한다.

구한 정적인 해의 안정성을 고찰하기 위해서 정적인 해에 미세한 섭동이 가해질 때의 응답을 구해야 한다. 미세한 섭동에 대한 응답은 다음과 같은 선형 미분방정식에 의해서 주어진다.

$$\frac{dn}{dt} = -2[g(N_0) + g_n \Delta N] E_0 e - [g_n E_0^2 + \frac{1}{\tau_s}] n \dots (13)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{2} \left[g_n n + \frac{2\Delta\Omega}{f_e^2} \frac{B}{1 + f_d A / f_e} \frac{\omega_r}{\eta_r} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N} n + \frac{\partial \eta}{\partial \Omega} \phi \right) \right] E_0 \dots (14)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi} = -\frac{\omega_r}{\eta_r} \frac{1}{1 + f_d A / f_e} \left[\frac{\partial \eta}{\partial N} n + \frac{\partial \eta}{\partial \Omega} \phi \right] \dots (15)$$

여기서 e, n, ϕ 는 각각 전자, 전계, 위상의 미세한 섭동을 나타내며 $g(N_0)$ 는 detunning이 없을 때의 발진에 필요한 이득이고, E_0 는 정적인 전계의 새기이다. 식 (15)에서 주파수변조 특성이 단일 다이오드 레이저의 경우보다 $1/(1 + f_d A / f_e)$ 배로 감소되는 것을 알 수 있다. 정적인 해

가 안정하기 위해서는 다음 조건을 만족해야 한다.

$$\frac{\Delta\Omega RB}{f_e^2} > - \left(\frac{\eta_{eff}}{\eta_r} + \frac{f_d}{f_e} A \right) \dots (16)$$

단일모드 발진조건이 만족되면 $f_d A / f_e$ 가 1보다 작으므로 정적인 해가 항상 안정하다.

지금까지의 분석은 위상조건에서 극선의 기울기가 양인 영역에서만 적용된다. 같은 방법으로 기울기가 음인 영역에 대해서도 분석해 보면 앞의 결과에 다음과 같이 상수만 치환하면 된다. 이 때는 발진에 필요한 이득이 최대인 점이 기준점이 된다.

$$A \rightarrow -\hat{A} = -\frac{\tau_3 < 1 - \tau_2^2}{(\tau_2 - \tau_3)(1 - \tau_2 \tau_3)} \dots (17)$$

$$B \rightarrow -\hat{B} = -\frac{g_n \tau_2 \tau_3 (1 - \tau_2^2)(1 - \tau_3^2)}{2l (\tau_2 - \tau_3)^2 (1 - \tau_2 \tau_3)^2} \dots (18)$$

이 경우도 단일모드 발진조건을 만족하면 정적인 해가 안정하다. 온도변화 등에 의해서 유기되는 발진주파수의 변화가 증폭되는 영역은 등가반사위상이 양인 영역이다. 그러나, 단일모드 발진조건을 만족하지 않으면(다중모드) 증폭되는 영역이 등가반사위상이 음인 영역으로 바뀐다.

외부공진기의 반사율이 1보다 매우 적은 경우($\tau_3 \ll 1$)에 대해서 위상조건과 이득조건을 근사화하여 구한 비울방정식을 이용하여 정적인 해와 이의 안정성을 구하면 참고문헌 (2)의 결과와 일치하게 된다.

단일모드 결합공진기 다이오드 레이저의 대역폭은 발진에 필요한 이득이 최대가 되는 점에서 레이저가 발진할 때 최대가 된다. 이 때 대역폭은 광 출력의 값을 때의 단일 다이오드 레이저의 대역폭보다 넓다. 반대로 이득이 최소가 되는 점에서 발진하면 대역폭도 최소가 된다. 이는 정상적으로 통상적인 비울방정식에서 광자수명의 변화에 의한 효과로 생각할 수 있다. 정량적으로는 식 (13) - (15)로 부터 구한 공진주파수에 의해서 대역폭이 주어진다.

결론적으로 단일모드 결합공진기 다이오드 레이저의 발진주파수, 발진에 필요한 이득을 위상조건과 이득조건을 근사화하여 구했다. 외부 온도변화등에 의한 공진주파수의 변화는 단일모드 발진조건을 만족하는 경우 동가반사위상이 양인 영역에서 증폭되고 음인 영역에서 감쇠된다. 또, 단일모드 발진조건을 만족하는 경우 정적인 해는 항상 안정하다.

REFERENCE

1. Chang-Hee Lee, Tae-Hoon Yoon, and Sang-Yung Shin, Appl. Phys. Lett., vol. 46, 95(1985).
2. Y. C. Chen, H. G. Winful, and J. M. Liu, Appl. Phys. Lett., vol. 47, 208(1985).
3. R. Lang and K. Kobayashi, IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-16, 347(1980).
4. G. P. Agrawal, J. Appl. Phys., vol. 56, 3110(1984).
5. R. J. Lang and A. Yariv, IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-21, 1693(1985).
6. A. Olsson and C. L. Tang, IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-17, 1320(1981).
7. J. Henrik and N. Gade, IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-19, 465(1983).