하계학술대회
논문 86-15-2

180° 이상의 쇄기각을 갖는 쇄기형 유전체에 의한 전자파의 회절

Diffraction of electromagnetic waves by a dielectric wedge of the angle larger than 180°

김 세 윤*
나 정 웅
신 상 영

한국과학기술원
전기 및 전자공학과

Abstract

An asymptotic solution of electromagnetic waves diffracted by a dielectric wedge of the angle larger than 180° is obtained in case of the incidence of a E-polarized plane wave. Based on the dual integral equation in the spectral domain, physical optics approximation is supplemented by correction currents distributed along the interfaces. Those currents are expanded in a series of Bessel functions, known as Neumann's expansion, of which fractional order is chosen to satisfy the static edge condition as the limiting value of dynamic case. Numerical resalts of edge diffraction patterns and field patterns are presented for some typical cases.

1. 서론

쇄기형 유전체에 의한 전자파의 회절 문제는 그 구조적인 간단함과 기본적인 문제 임에도 불구하고 아직 엄밀한 해석이 알려지지 않고 있다.[1] 물리광학 근사해를 파수 영역으로 부터 유도된 쌍적분방정식에 대입하여 그 오차를 알 수 있으며, 유전체 경계면상의 전류를 Neumann 전개시켜 그 오차를 없애도록 Neumann 전개계수를 구하는 방법이 180° 보다 작은 쇄기각의 경우에 대해 발표되었다.[2] 본 논문에서는 이 방법을 쇄기각이 180° 보다 큰 경우에 적용하여 보았다.

그림1과 같이 E-분극된 단위크기의 평면파 u_i 가 임의의 각 θ_i 으로 180° 보다 큰 쇄기각 θ_d 를 갖는 쇄기형 유전체에 입사할 경우, 전체전계 u 는 다음과 같은 쌍적분 방정식을 만족한다.[3]

$$u(\rho,\theta)=\begin{cases} F^{-1}[A(\alpha,\beta)] & \text{, 유전체 내부(1.a)} \\ u_i(\rho,\theta)-F^{-1}[K(\alpha,\beta)\,A(\alpha,\beta)] & \text{, 유전체 외부(1.b)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F^{-1}[A(\alpha,\beta)]=0 & \text{,유전체 외부(1.c)} \\ u_i(\rho,\theta)-F^{-1}[K(\alpha,\beta)\,A(\alpha,\beta)] & \text{,유전체 내부(1.d)} \end{cases}$$

여기서,

$$K(\alpha,\beta)=\frac{\alpha^2+\beta^2-k_d^2}{\alpha^2+\beta^2-k_v^2}$$

윗 식에서 F^{-1}은 변수 α,β 를 갖는 2차원 역프리에 변환을 표시하고, k_d 와 k_v 는 유전체 내부및 외부에서의 파수를 각각 나타낸다. 또 파수영역의 함수 $A(\alpha,\beta)$는 유전체 경계면에 따른 선 적분형태로 다음과 같이 표시된다.[3]

$$A(\alpha,\beta)=-\int_o^\infty d\rho\, e^{-i\alpha\rho}[i\beta u(\rho,2\pi)+\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\theta}u(\rho,2\pi)]$$
$$-\int_o^\infty d\rho\, e^{-i(\alpha\cos\theta_d+\beta\sin\theta_d)\rho}[i(\alpha\sin\theta_d-\beta\cos\theta_d)u(\rho,\theta_d)-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\theta}u(\rho,\theta_d)] \quad \cdots\cdots (2)$$

임의의 쇄기형 유전체에 의해 산란된 전계는 식 (1.c) 와 (1.d)를 동시에 만족하는 $A(\alpha,\beta)$ 를 구하여 이를 식(1.a) 와 (1.b)에 대입하여 역프리에 변환함으로 구할 수 있지만, 해석적인 방법으로 쌍적분방정식 (1.c) 와 (1.d) 를 정확히 구하는 방법이 일려져 있지 않다.

2. 물리광학 근사해

그림 1 과 같이 경로추적(ray-tracing)을 통하여 구한 기하광학해 u_g 의 경계면 값을 식 (2) 에 근사적으로 대입하여 A의 근사값 A_p 를 구하며, 이를 식(1.a) 와 (1.b)에 대입하여 역프리에 변환을 구하면 다음과 같은 u 의 물리광학 근사해 u_p 를 얻을 수 있다.

$$u_p(\rho,\theta)=u_g(\rho,\theta)+\frac{i}{4\pi}\int_{SDP}dw\, f_{\frac{1}{2}}(\omega)e^{ik_v\rho_d\cos(\omega-\theta)} \quad \cdots\cdots (3)$$

여기서 적분경로 SDP (steepest descent path) 는 Sommerfeld 적분시 1차수의 saddle point 를 지나는 경로이고,[4] 피적분 항에서 이중 첨자는 각각 유전체 외부및 내부영역에서 성립한다. 회절패턴 $f_1(\omega)$ 와 $f_2(\omega)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$f_1(\omega)=(-R_o)(-R_1)\cdots(-R_{N-1})\cot(\frac{\omega-\theta_{N\cdot r}}{2})-(-R^o)(-R^1)\cdots(-R^{M-1})\cot(\frac{\omega-\theta^{M\cdot r}}{2})$$

$$f_2(\omega)=\sum_{n=1}^{N}(-R_o)(-R_1)\cdots(-R_{n-2})\cot(\frac{\omega-\theta_n}{2})-\sum_{m=1}^{M}(-R^o)(-R^1)\cdots(-R^{m-2})(-T^{m-1})\cot(\frac{\omega-\theta^m}{2}) \quad \cdots\cdots(4.b)$$

여기서 N 과 M 은 입사파가 경계면 $\theta=2\pi$ 와 θ_d 에 입사시 유전체 외부에서 일어나는 다중반사의 횟수를 각각 의미하고, cot 함수내의 각은 각각의 ray 의 진행방향을 나타내는데 Snell 법칙으로 쉽게 구해진다. 또 Fresnel 반사및 투과 계수들은 다음과 같이 주어진다.

$$R_n = T_n - 1 = \frac{\sin(n\theta_d+\theta_i) - \sqrt{\varepsilon - \cos^2(n\theta_d+\theta_i)}}{\sin(n\theta_d+\theta_i) + \sqrt{\varepsilon - \cos^2(n\theta_d+\theta_i)}} \quad \cdots\cdots (5.a)$$

$$R^m = T^m - 1 = \frac{\sin(m\theta_d+\theta_d-\theta_i) - \sqrt{\varepsilon - \cos^2(m\theta_d+\theta_d-\theta_i)}}{\sin(m\theta_d+\theta_d-\theta_i) + \sqrt{\varepsilon - \cos^2(m\theta_d+\theta_d-\theta_i)}} \quad \cdots\cdots (5.b)$$

여기서 ε 은 유전체의 상대 유전상수를 나타낸다.

3. 수정해

물리광학 근사해 A_p 에 교정항 A_c 를 더하여 이를 정확한 A 라고 하면, 식(1.c) 와 (1.d) 에 대입함으로서 A_c 에 대한 수정 쌍적분방정식을 얻을 수 있다.

$$F^{-1}[A_c(\alpha,\beta)] = -\frac{i}{4\pi}\int_{SDP} d\omega\, f_2(\omega) e^{ik_d \rho\cos(\omega-\theta)}, \quad \cdots\cdots (6.a)$$

$$F^{-1}[K(\alpha,\beta)A_c(\alpha,\beta)] = -\frac{i}{4\pi}\int_{SDP} d\omega\, f_1(\omega)\, e^{ik_v \rho\cos(\omega-\theta)}, \quad \cdots\cdots (6.b)$$

여기서 $A_c(\alpha, \beta)$ 는 다음과 같이 표현 할 수있다.

$$A_c(\alpha,\beta) = \frac{-1}{\alpha^2+\beta^2-k_d^2}\Big[\int_0^\infty d\rho\{i\beta m_1(\rho)+j_1(\rho)\}e^{i\alpha\rho} + \int_0^\infty d\rho\{i(\alpha\sin\theta_d-\beta\cos\theta_d)m_2(\rho) + j_2(\rho)\}e^{-i(\alpha\cos\theta_d+\beta\sin\theta_d)\rho} \quad (7)$$

경계면상의 수정전기및 자기전류에 대해 다음과 같은 Neumann 전개를 취한다.

예를 들어 $m_1(\rho)$ 에 대해서,

$$M_1(\rho) = \sum_{n=0}^{N} a_n J_{\frac{1}{\nu}+n}(k\rho)$$

과 같이 전개하며 Bessel 함수의 fractional order ν 에 대해서는 ρ 가 0으로 접근할 경우 static 모서리 조건으로 부터 취한다.

나머지 항들에 대해서도 이와 같이 전개하여 식(7)로 부터 A_c 를 구하고, 이를 식(6,a) 와 (6.b)에 대입하여 point-matching 방법으로 Neumann 전개 계수 a_n 등을 구한다. 이와 같은 방법으로 구한 A_c 를 식(1,b)와 (1,b)에 대입함으로서 전체 전계 u 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u(\rho,\theta) = u_g(\rho,\theta) + \frac{i}{4\pi}\int_{SDP} d\omega\, p_{\frac{1}{2}}(\omega) e^{ik_v \cos(\omega-\theta)} \quad \cdots\cdots (8)$$

여기서,

$p_1(\omega) = f_1(\omega) - g_1(\omega)$

$p_2(\omega) = g_2(\omega) - f_2(\omega)$

으로 $g_1(\omega)$와 $g_2(\omega)$ 는 각각 $A_c(\alpha,\beta)$에 의하여 구한 교정항을 의미한다.

4. 결과 및 검토

쐐기각 240°, 상대유전상수 2인 쐐기형 유전체에 단위 평면파가 150° 방향으로 입사시 모서리에서 5λ 떨어진 곳에서 1° 간격으로 전체전계의 크기를 a) 기하광학해, b)물리광학해, c)식(8)에 의해 교정된 해에 대해 각각 그림2의 a) b), c) 에 표시하였다.

그림2-a는 transition angles 에서 불연속

보이며, 그림2-b의 물리광학해는 유전체 경계면에서 불연속을 이룬다. 교정된 전체전계인 그림2-c 에서는 이러한 불연속이 없어짐을 볼 수 있다.

참 고 문 헌

[1] L. Lewin and l.Sreenivasiah, "Diffraction by a dielectric wedge," Scien. Rep., no. 47, Univ. of Colorado, 1979.

[2] S.Y.Shin, J.W.Ra, and S.Y.Shin, " Diffraction by a dielectric wedge with distributed correction currents on the interfaces", Proc. of Int'l Symp. on Antennas and Propagat., pp. 859-862, Kyoto, Japan, 1985.

[3] C.S.Joo, J.W.Ra, and S.Y.Shin, "Scattering by right angle dielectric wedge", IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. AP-32, pp. 61-69, 1984.

[4] L.B.Felsen and N.Marcuvitz, Radiation and scattering of waves, prentice-Hall, 1973.

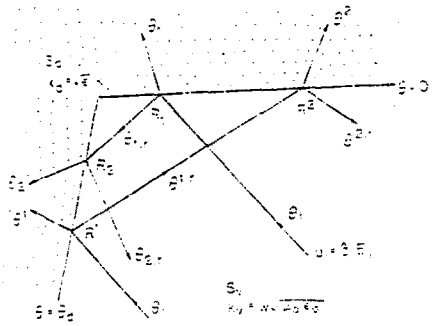
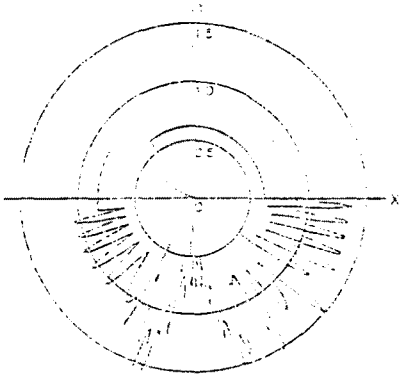
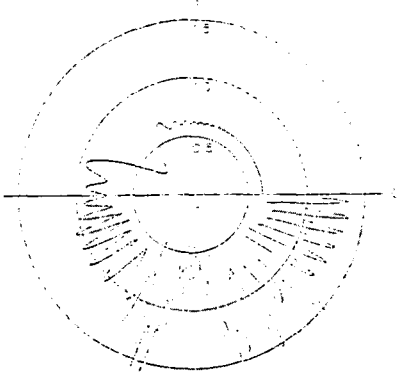


그림1. 쇄기형 유전체의 구조와 입사 평면파에 의한 ray-tracing

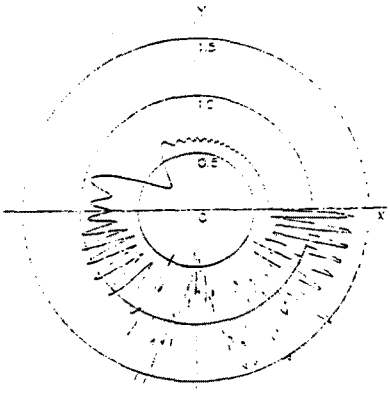
그림2. 쇄기형 유전체에 의해 산란된 전계의 크기를 모서리로부터 5파장 떨어진 곳에서 1 간격으로 구한 패턴; 쇄기각 240°, 상대유전상수 2, 입사각 150°



a) 기하광학해



b) 물리 광학해



c) Neumann 전개된 수정전류로 교정한 해