

박충규	송전대학교 공과대학
이상철	대우공업전문대학
정완섭	동양공업전문대학
이재하*	무포전문대학

I. 서 론

디지털 필터의 구성형태로서는 직렬형태, 병렬형태, 중속형태, 격자형태등이 있다.

이들중 격자형필터는 반올림오차나 유한어장 문제에 대하여 감도가 낮고, 필터간의 직교관계로 모듈화가쉬우며, 반사계수의 절대치가 1 보다 작으면 안정성이 보장되므로 최근에는 신호처리를 응용한 음성처리, 패턴인식, 화상처리등에 많이 이용되고 있다.

본 논문에서는 저지역에서 좋은 특성을 보이는 체비체프 필터함수를 극 영점 투영법을 이용하여 Z 변환된 디지털 필터 함수로 바꾸어 분자다항식으로 부터 반사계수를 구하고, 분모다항식으로 부터 탭파라미터를 구하여 격자형 필터를 구성한다. 이 구성된 격자형 필터에 정현파함수를 가했을 때 쌍승산기 격자형 필터와 단승산기 격자형필터에 나타나는 출력특성과 디지털 전달함수의 특성을 비교하고자 한다.

II. 본 론

II - 1 디지털 격자형 필터의 이론

디지털필터의 전달함수  $G(z)$  는 다음과 같이 표시된다.

$$G(z) = \frac{P(z)}{A(z)} \quad (1)$$

여기서,  $F_M(z)$  와  $A_M(z)$  는 다음의 형태를 갖는 M 차 다항식이다.

$$F_M(z) = \sum_{n=0}^M F_{M,n} z^{-n} \quad (2)$$

$$A_M(z) = \sum_{n=0}^M a_{M,n} z^{-n} \quad (3)$$

일반적으로  $A_M(z)$  의 초기계수  $a_{M,0}$  는 1 이라 가정한다.

만약, 필터가 직렬형태로 구성된다면 필터를 나타내는 파라미터는  $2M + 1$  개이다. 즉  $F_{M,0}, F_{M,1}, \dots, F_{M,M}, a_{M,1}, a_{M,2}, \dots, a_{M,M}$  이다. 격자형태로 설계하면 M개의 반사계수 ( $K_0, K_1, K_2, \dots, K_{M-1}$ ) 와 M + 1 개의 탭파라미터 ( $v_0, v_1, v_2, \dots, v_M$ ) 로 구성된다. 이들 파라미터는 다음식으로 얻어진다.

$$z^{B_m}(z) = A_m\left(\frac{1}{z}\right) z^{-m} \quad (4)$$

$$K_{m-1} = a_{m,m}$$

$$A_{m-1}(z) = \left[ A_m(z) - K_{m-1} z^{B_m}(z) \right] / (1 - K_{m-1} z^{-1}) \quad (5)$$

$$v_m = F_{m,m} \quad (6)$$

$$P_{m-1}(z) = P_m(z) - zB_m(z)V_m \quad (7)$$

여기서  $m=M, M-1, \dots, 1$ 이다.

식 (2)를  $V_m$  의 항으로 다시쓰면

$$F_M(z) = \sum_{m=0}^M V_m z B_m(z) \quad (8)$$

따라서

$$G(z) = \sum_{m=0}^M V_m \frac{zB_m(z)}{A_m(z)} \quad (9)$$

II - 2 쌍승산기 격자형 필터이론

그림 (1)과 같이 표시되는 일반적인 격자형 필터의 입력을  $X(z)$ , 출력을  $Y(z)$  라 하면 식 (9)로 부터

$$Y(z) = \sum_{m=0}^M V_m \frac{zB_m(z)}{A_m(z)} \quad (10)$$

과 같이 쓸수 있고, 또한

$$\frac{A_m X(z)}{A_m} = \frac{A_{m+1} X(z)}{A_m} - \frac{K_m B_m X(z)}{A_m} \quad (11)$$

$$\frac{zB_{m+1} X(z)}{A_m} = K_m \frac{A_m X(z)}{A_m} + \frac{B_m X(z)}{A_m} \quad (12)$$

여기서,  $E_m^+(z) = \frac{A_m(z)X(z)}{A(z)}$ ,  $E_m^-(z) = \frac{B_m(z)X(z)}{A(z)}$  으로 놓으면 식 (11)과 식 (12)는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$E_{m-1}^+(z) = E_m^+(z) - K_m E_m^-(z) \quad (13)$$

$$z E_m^-(z) = K_m E_{m-1}^+(z) + E_m^-(z) \quad (14)$$

여기서  $m=M, M-1, \dots, 1$

식 (13)식 (14)는 쌍승산기 격자형 필터를 나타내는 순차식이고,  $m$  번째단을 도해하면 그림 2와 같다.

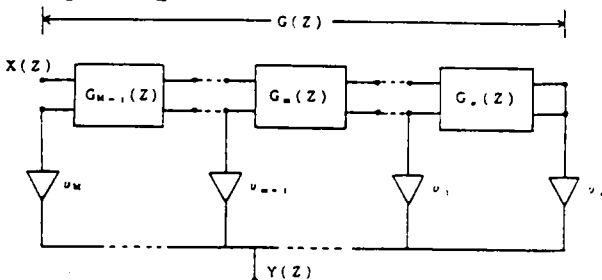


그림1. 일반적인 격자형 필터

Fig1. General lattice filter

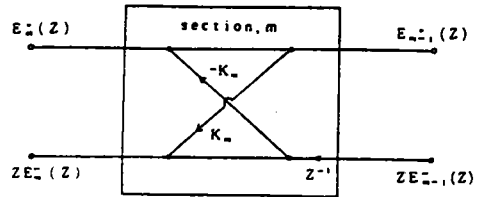


그림2. 쌍승산기 격자형 필터

Fig2. Two-multiplier lattice filter

II - 3 단승산기 격자형 필터이론

$$E_{m-1}^+(z) = (\pi_{m-1}/\pi_m) E_m^+(z) - K_m E_m^-(z) \quad (15)$$

$$z E_m^-(z) = K_m E_m^+(z) + (\pi_m/\pi_{m-1})(1-K_m^2) E_{m-1}^-(z) \quad (16)$$

여기서

$$\pi_m = \begin{cases} 1, & m=M \\ \prod_{i=m+1}^M (1+\epsilon_i K_i), & m=0, 1, \dots, M-1 \end{cases} \quad (17)$$

$\epsilon_i = (\epsilon_{i1}, \epsilon_{i2}, \dots, \epsilon_{iM})$  으로서  $+1$  혹은  $-1$  이다. 식 (17)로 부터

$$\frac{\pi_{m-1}}{\pi_m} = 1 + \epsilon_m K_m = \frac{1 - K_m^2}{1 - m K_m}$$

이 되므로 식 (15)와 식 (16)은

$$E_{m-1}^+(z) = (1 + \epsilon_m K_m) E_m^+(z) - K_m E_m^-(z) \quad (18)$$

$$z E_m^-(z) = K_m E_m^+(z) + (1 - \epsilon_m K_m) E_{m-1}^-(z) \quad (19)$$

때때 파라미터  $V_m$  은

$$V_m = \begin{cases} V_M, & m=M \\ \prod_{i=m+1}^M (1 + \epsilon_i K_i), & m=M-1, M-2, \dots, 0 \end{cases}$$

식 (18)과 식 (19)에서

$$T_m(z) = (E_{m-1}^-(z) - \epsilon_m E_m^+(z)) K_m \quad (20)$$

이라 놓으면

$$E_{m-1}^+(z) = E_m^+(z) - T_m(z) \quad (21)$$

$$z E_m^-(z) = E_{m-1}^-(z) - \epsilon_m T_m(z) \quad (22)$$

식 (21), 식 (22)는 단승산기 격자형 필터를 나타내는 순차식이고,  $m$  번째단을 도해하면 그림 3과 같이 된다.

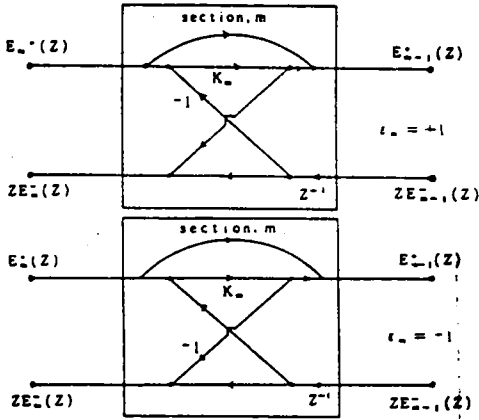


그림3. 단승산기 격자형 필터

Fig. One-multiplier lattice filter

II-4 시뮬레이션 및 검토

극·영점 투영법을 이용하여 얻은 디지털 전달함수로 부터 구성된 필터에  $100 \sin \omega t$ 를 입력으로 주었을 때 출력특성을 고찰함으로써 위의 제시한 방법의 유용성을 확인하고자 한다.

(1) 통과역 파상은 2 [dB], 샘플링 시간이 0.8 (sec) 이고,  $\omega=2$  에서 저 지역이 시작되며 적어도 20 [dB] 의 감쇄를 보이는 경우 체비체프의 근사식으로 부터 필터차수는 3차이 된다. 따라서

$$H_3(s) = \frac{H_0}{s^3 + 0.738s + 1.025s + 0.33} \quad (23)$$

여기서

$$H_0 = \begin{cases} 10^{-0.05Ap} \prod_{i=1}^n (-P_i) & : n \text{ 짝수} \\ \prod_{i=1}^n (-P_i) & : n \text{ 홀수} \end{cases} \quad (24)$$

이므로

$$H_3(s) = \frac{0.12}{(s+0.37)(s+0.18-j0.92)(s+0.18+j0.92)} \quad (25)$$

극·영점 투영법을 이용하여 z 변환하면

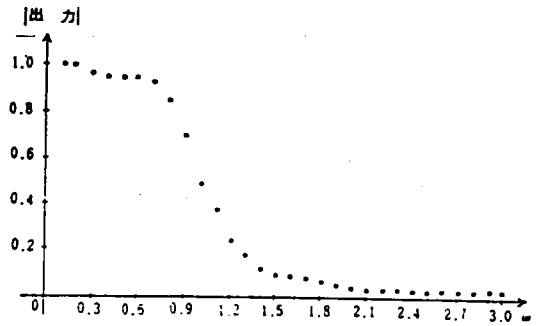
$$H_3(z) = \frac{0.0154(z+1)^3}{(z-0.677)(z^2+1.313z+0.677)} \quad (26)$$

식(22)로 부터 승산기를 구하면 표1 과 같고

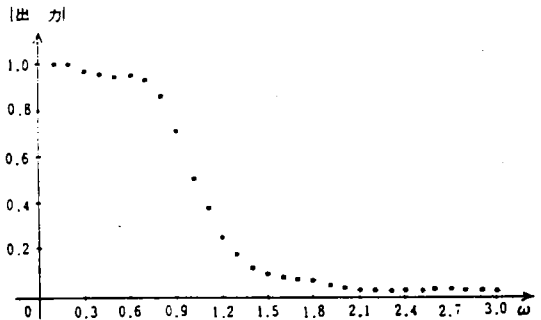
출력은 그림4 와 같다.

m	반사계수 Km	탭파라미터 Vm
0	-0.87559	0.085646
1	0.83546	0.14549
2	-0.4583	0.076846
3		0.0154

표1. 격자형 필터의 승산기



(a) 쌍승산기 격자형 필터의 경우



(b) 단승산기 격자형 필터인 경우

그림4. 격자형 필터의 출력특성 (n=3)

Fig4. Output characteristic of lattice filter (n=3)

(2) 통과역 파상이 2 [dB] 이고, 저 지역에서 40 [dB] 이상 감쇄를 보이는 경우

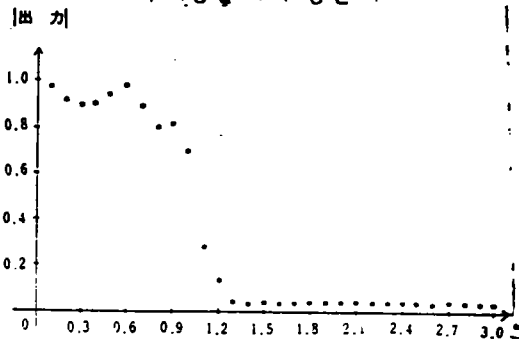
$$H_5(s) = \frac{H_0}{s^5 + 0.715s + 1.55s + 0.69s + 0.46s + 0.08} \quad (27)$$

$$H_5(s) = \frac{8.3 \times 10^{-4} (z+1)^5}{(z-0.79)(z^2-1.46z+0.69)(z^2-1.3z+0.59)} \quad (28)$$

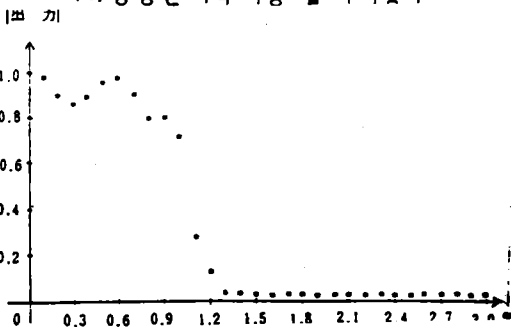
식(25)로부터 승산기를 구하면 표2와 같고, 출력은 그림6과 같다.

m	반사계수 Km	탭파라미터 Vm
0	-0.87183	$0.73502 \times 10^{-2}$
1	0.90457	$0.37338 \times 10^{-1}$
2	-0.88649	$0.46292 \times 10^{-1}$
3	0.81130	$0.26182 \times 10^{-1}$
4	-0.4720	$0.70985 \times 10^{-2}$
5		$0.830 \times 10^{-3}$

표2. 격자형필터의 승산기



(a) 쌍승산기 격자형 필터의 경우



(b) 단승산기 격자형 필터의 경우

그림5. 격자형 필터의 출력특성 (n=5)

Fig5. Output characteristic of lattice filter (n=5)

### III. 결 론

채비셰프 근사법을 이용하여 얻어진 아날로그 전달함수를 극·영점 두영법을 사용하여 z 변환을 할수 있었다. 이와같이 얻어진 디지털 전달함수로부터 반사계수 Km 과 탭 파라미터 Vm 을 구했더니 반사계수 Km 의 절대치가

표1 과 표2 에 나타난바와 같이 1보다 작은 것을 알수 있었다. 따라서 안정도는 보장된다. 반사계수와 탭 파라미터로 구성된 격자형필터의 입력으로 정현파함수  $100 \sin \omega t$  를 샘플링 시간을 0.8(sec) 로 하여 쌍승산기 격자형태와 단승산기 격자형태로 3차인 경우와 5차인 경우에 대해 시뮬레이션한 결과 이 두 형태의 출력특성이 그림 4와 같이 일치함을 보여주었고, 이 특성과 전달함수 특성도 거의 일치함을 알수 있었다.

즉, 어떠한 디지털 필터든지 격자형 필터로 합성할 수 있으므로, 연산식을 줄일 수 있고, 하드웨어를 구성할 수 있으므로 직렬, 병렬, 증속형태의 필터보다 훨씬 유용하다는 것을 알수 있으며, 쌍승산기 격자형 필터보다 단승산기 격자형 필터가 유리한것을 알았다.

### VI. 참 고 문 헌

1. B.Gold & C.M. Radar, " Digital Processing of signals, Mc Graw - Hill, 1969
2. S.K.Mitra & R.J.sherwood, " Canonical realization of digital filters using the continued fraction expansion" IEEE Trans. Audio Electracoust., Vol.Au - 20, PP. 185 -194, Aug.1972
3. F.Itakura & S. Saito, " Digital filtering techniques for speech analysis and Synthesis" 7th Int. Congr. Acoust., 25c - 1, Budapest, 1971
4. A.H.Gray & S. Saito, "Digital Lattice

- and Ladder Filter Synthesis" IEEE Trans. Audio and Electracoustic., AV - 21, No 6, PP. 491 - 500, 1973
5. J.D.Markel & A.H.Gray.Jr, "On autocorrelation equation with application to speech analysis, IEEE Trans. Audio Electracoust., Vol. Au - 20, PP. 69 -79, Apr. 1973
6. B.Friedlander, "Recursive Lattice Forms for Spectral processing," IEEE Trans. Acoustic, Speech and Signal processing, Vol. Assp 30, No 6, 1982
7. J.Markhoul, "Stable and efficient lattice methods for linear prediction," IEEE Trans. Acoustic, speech and signal Processing, Vol, Assp - 25, No 5, 1977
8. J.D. Markel, and Ah.Gray.Jr, " Linear Prediction of Speech," Springer - verlag Berlin Heidelberg, 1976
9. Gene.F. Franklin and J.David Povoell, "Digital Control of Dynamic System," Addison - wesely, 1980