하계학술대회
논문86-5-8

WALSH 함수에 의한 모델의 간단화

MODEL REDUCTION of SYSTEM via WALSH FUNCTION

안 두 수 성균관대학교 전기공학과
채 영 무 충주공전대 전기공학과
이 재 춘* 성균관대학교 대학원 박사과정

1. 서 론

제어계를 해석하고 설계함에 있어서 모델의 차수가 작을수록 취급하기에 편리하므로, 고차수 모델은 저차수로 바꾸는 것이 바람직하다.

저차수로 바꾸어진 모델은 원모델에 비하여 형태나 계산면에서 간단해야하며, 응답면에서 원래의 계와 가까워야한다.

본 연구에서는 <그림 1>에서 보는바와 같이 원래의 고차계에서 WALSH변환으로 시간응답의 이산값을 취한다.

WALSH함수를 사용하여 이 이산값을 주어진 입력하에서 LEAST SQUEARS ADAPTATION으로 IDENTIFICATION 하였다.

이때 얻어진 파라메타로 고차계를 새로운 저차수계의 모델로 축소하고자 한다.

본문을 통하여 모델 축소과정이 설명되고, 실제예를 통하여 그 결과를 검토하였다.

2. 모델의 간단화 기법

임의의 미분방정식 형태를 기준모델로 갖는 계를 선택하여, 식(1)과 같이 나타낸다.

$$\sum_{i=0}^{n-1} A_i y^i(t) + y^n(t) = \sum_{j=0}^{m} B_j r^j(t) \quad , \; n>m \quad (1)$$

이 기준모델의 주어진 계수에 의하여 출력과 입력을 다음과 같이 WALSH전개할수 있다.[9]

$y(t) = [y]\ [w]$

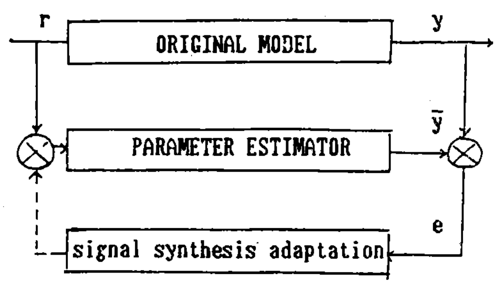
$r(t) = [r]\ [w]$

여기서 [w]는 WALSH함수이고, [y],[r]은 출력과 입력의 WALSH계수 이다.

새로이 축소되는 모델은 같은 입력하에서, 출력이 같다고 보아서, 식(2)와 같이 축소된 모델을 가정 한다.

$$\sum_{i=0}^{k-1} a_i y^i(t) + y^k(t) = \sum_{j=1}^{l} b_j r^j(t) \quad , \; k>l, \quad n>k \quad (2)$$

$$[y][\ldots a_i [p]^i \ldots][w] = [r][\ldots b_i [p]^i \ldots][w]$$



<그림 1> PARAMETER IDENTIFICATION 블록선도.

식(2)에서 새로이 결정되는 파라메타는 다음과 같다.[3]

$$[\,a_i\,b_i\,]^{-1} = \{[w][\ldots-[p]^{k}[y]\ldots,\ldots[p]^{k}[r]^{-1}\ldots]\}\,[w] \qquad (3)$$

여기서 [p]는 operational matrix 이다.

식(2)의 실제출력을 $\bar{y}(t)$라고하면

$\bar{y}(t) = [\bar{y}]\,[w]$ 로 표시할수 있다.

이때 오차는 식(4)로 표시될수 있다.

$$e(t) = y(t) - \bar{y}(t) \qquad (4)$$

식(4)는 식(5)로 표시된다.

$$e(t) = [e]\,[w] \qquad (5)$$

이때의 오차는 계산상의 절삭오차(computational truncation error)와 신호잡음(signal synthesis noise)를 포함한다.

식(2)는 오차함수를 고려하여 식(6)으로 표시 할 수 있다.

$$[\bar{y}][\ldots\bar{a}_i\,[p]^{i}\ldots][w]=[r][\ldots\bar{b}_i\,[p]^{i}\ldots][w]+[e][w] \qquad (6)$$

여기서 $\bar{a}$, $\bar{b}$ 가 구하고자 하는 축소된 계의 파라메타이다.

파라메타 [$\bar{a}_i$ $\bar{b}_i$] 는 식(3)을 얻는 방법과 같은 방법으로 얻어진다.

3. 적용예

[1] [2] [3] 에서 제시된 미분방정식 형태의 계를 기준모델로 택하여, 시간영역 0과 1 사이에서 계의 차수를 축소하고자한다.

또 이의 결과를 원함수와 응답면에서 비교하고, 시간영역에서 쉽게 비교할 수있는 [1]의 결과와 비교하고자 한다.

$$y^{3}(t)+6\,y^{2}(t)+11\,y\,(t)+6\,y\,(t)=r(t) \qquad (7)$$

축소된 형태는 다음과 같다.

$$y^{2}(t)+\bar{a}_1 y\,(t)+\bar{a}_0 y\,(t) = \bar{b}_1 r\,(t) \qquad (8)$$

입력이 단위계단함수일때 식(7)의 출력과 입력은 내부구간수가 4일때 다음과 같다.

[r] =	1	[y] =	0.01379
	0		-0.01110
	0		0.00287
	0		-0.00529

그러므로 파라메타는

a_1 =	2.98372	$\bar{a}_1$ =	2.87310
a_0	1.92011	$\bar{a}_0$	2.00011
b_1	0.81001	$\bar{b}_1$	0.62100

시간응답비교

구간	원함수	식(8)결과	[3]의결과
1	0.00027	0.00022	0.00211
2	0.00510	0.00612	0.00012
3	0.01673	0.06977	0.19844
4	0.03305	0.08134	0.41266

4. 결론

본연구에서는 입력과 출력이 측정될 수있는 고차계를 저차수계로 바꾸기위하여, Walsh함수를 이용하여 Parameter Identification 하였다 이때 signal noise를 고려하여 오차함수를 Walsh함수로 synthesis하여 처리하였다.

그결과로 얻어진 축소된계의 응답은 원래의 고차수계의 응답에 매우 접근하였다.

더 나아가서 Walsh함수를 이용한 adaptation machanism구성이 많이 연구된다면, 제어계의 optimal filtering에 좋은 도움이 되리라 사료된다.

참고문헌

1. T.C, Hsiao, "On the simplification of linear system", IEEE Trans. A.C. pp 372-374, 1972.
2. A.S.S.R. Reddy, "A method for frequenc y domain simplification of transfer fu nctions", Int. J. contr., vol-23, pp.4 03-408, 1976.
3. C.F. Chen and C.H. Hsiao, "Time-domain synthesis via Walsh Function", Proc. I EE. vol.122, pp.565-570, 1975.
4. C.M. Liaw, M. Ouyang, "Model reduction of descrite systems using the power de composition method and the system iden tification", IEE Pro., vol.133, pp.30-34, 1986.
5. K.R.Palisamy and D.K.Bhattacharya, "S ystem identification via B.P.F.", Int. j. syst. sci., vol.12, pp.643-647, 19 81.
6. G.P.Rao and I.Sivakuma, "System ident ification vai W.F.", Proc. IEE, vol.1 22, pp.1160-1161, 1975.
7. 안두수, "주파수영역에서 Walsh 함수에 의한 전달함수의 간단화", 대한전기학회 지, vol.2,`pp.33-38, 1982.
8. Brian D.O. Anderson and John B. Moore "Optimal filtering",1979. by prentice -hall.
9. K.G.Beauchap, "Walsh Functions and th eir application", 1975, ch.4, Academy press.
10. M.M. Gupta and P.N. Nikifornk, "Some new adaptive algorithms for a class of model reference control systems", 85' Hungary IFAC paper 14.4/d-3, pp.93-98.