

이     민     형\*  
왕     장     선

부산대학교   정밀기계과  
부산대학교   전기과

1. 서론

해상, 해저, 우주 등에서 기동 중인 목표물의 탐색 및 추적을 위한 기법 중 칼만 필터링의 응용은 최근에 가장 많이 사용되고 있다. 시스템 기술자들의 대부분은 칼만 필터링을 발달시켜 왔고, 이미 이를 이용한 제품들이 제작되어 실전에 배치되어 운용되고 있다. 가장 대표적인 칼만 필터링의 응용에는 아폴로 우주비행, C-5A 수송기, FLY-2와같은 대륙간 탄도 미사일등이라 할 수 있다. 칼만 필터링은 추적 시스템에서 제시되고 있는 가장 우수한 분야이며, 추적시스템에서 칼만 필터링의 많은 응용이유는 쉽게 찾을 수 있다. 즉 적절한 시기에 목표물 혹은 표적 추적을 위한 증가된 수요, 수학적 기법의 도래, 컴퓨터와 같은 우수한 장비들이 함께 실현되었기 때문이다. 효과적인 데이터 프로세싱 장치들을 위한 수요는 표적의 실시간 추적을 위해서 아주 유용하다. 우주로 향한 인간의 모험은 모든 향해 속성의 실시간 프로세싱을 위해 효율적인 방법을 요구했었다.

목표물 추적 시스템, 미사일, 항공기, 선박 등 지구 위에서 움직이는 비움들에 증가되고 있는 요구 사항은 대단히 양호한 고주파 응답을 가지며, 위치, 속도, 고도 등을 연속적으로 나타내어야 하는 것들이다. 위치, 속도, 고도 등은 시간이 지남에 따라 오차를 포함하게 되며, 외부의 영향을 받더라도 위치오차 증가는 한정되어 있기를 바란다.

기대되는 정확도는 외부데이터가 가능한

한 효율적으로 진행되도록 하는 것에 따라 좌우된다.

수학적 기법은 위의 요구들을 충족시키기 위한 적절한 시기에 개발되었다. 1960년도 초기에 발표된 칼만 필터 이론은 우주와 지구에서의 비움들을 위해 항해 데이터 프로세싱 (Navigation Data Processing) 문제들에 대한 이상적인 해를 구할 수 있도록 해주었다. 이 기법은 현재 실제 기술자들에게 최상의 시스템이란 신념을 갖도록 해주며, 필터의 순환 모형은 필터 설계자들에게 간편하고 편리함을 제공해준다. 이같은 최적 평가 기법은 각각 새로운 측정치들을 얻은 후 바로 구해진다. 칼만 필터링은 최소자승적합기법 (least square fitting technique) 처럼 데이터의 거대한 양을 저장하거나 고차원의 역행렬을 구할 필요가 없는 아주 편리한 기법이다. 그러나 칼만 필터링은 데이터 프로세싱 문제에 있어서 아주 우수한 해를 주지만, 아주 강력한 디지털 컴퓨터의 제작을 가능하게한 전자공학의 가공할 만한 발달이 없었다면 이는 단지 학문적 흥미만 제공하였을 것이다.

2. 필터링을 위한 표적 모델 선정의  
기본 개념

칼만 필터 그 자체는 아주 정확한 수학적 항목들로서 정의되나, 실제 물리적 시스템에 대한 응용은 단순하고 간결하지 않으므로 공학적 경험이 중요하다. 즉 적용될 시스템에 대한 모델 선정과 컴퓨터 기판

내에 필터를 구체화시킬 실제 프로그램의 개발 등을 적절히 확인해 나가야 한다. 필터의 최적화 문제는 수행 능력과 컴퓨터 크기 사이의 트레이드-오프(trade-off)와 같은 수학적으로 기술하기 어렵거나 구현 불가능한 많은 요소들을 포함하고 있다. 통계학적 매개변수들은 통계학적으로 너무 복잡하거나 잘 알려져 있지 않기 때문에 물리적 시스템은 실제 통계학에 거의 근거를 두지 않고 있다. 매개변수들은 완전히 잘 알려져 있지 않은 실시시스템에도 불구하고 수행능을 최대화하려는 공식적인 방법들에 의해 다소간 선택되어진다고 할 수 있다. 예로서 구동 중인 칼만 필터의 공분산 행렬은 추적시스템의 제공된 평균 자승(r. m. s.) 위치 정밀도의 추정치(estimate)를 포함하고 있다. 비록 필터 매개변수가 잘 추정되어 나가도록 조정해야 한다 할지라도, 만약 공분산값이 시스템에 의해서 얻어진 실제 제공된 평균 자승 위치 정밀도에 아주 근사하게 되도록 하는 최선의 수행능이 보통 구해어진다. 모델화된 매개변수들에 연합된 잡음들은 모델내에 포함되어 너무 작거나, 잘 알려져 있지 않은 매개변수를 위한 보상으로 임의로 증가되어 나갈 것이다.

칼만 필터링에 있어서 첫 단계는 필터에 기초가 될 시스템을 확정짓는 일이다. 시스템의 선택은 우리가 알고 있는 것만큼 그렇게 쉽지는 않다. 가장 직접적 접근법은 표적의 구하고자하는 매개변수들을 추정하는 것이다. 이 접근법의 함수적 다이어그램은 그림. 1에서 보여 주고 있다.

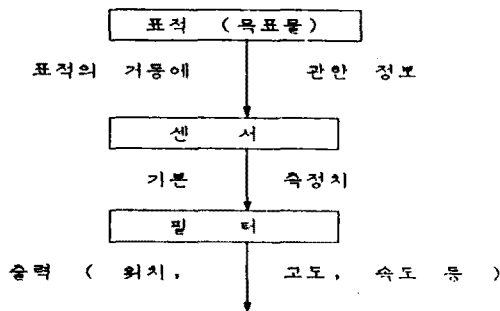


그림. 1 직접적 필터를 이용한 표적 추적 시스템

필터에 기초가 될 일차 시스템은 표적 자체의 운동을 기술하고 있는 시스템 다이나믹 방정식이다. 이 직접 방법은 표적 추적시스템에 응용되고 있다. 이 접근법은 칼만 필터가 적절한 센서를 통하여 얻어진 모든 측정치를 이용하여 직접적으로 표적의 위치와 속도를 추정해 낸다. 그림. 2에 있어서 보여주고 있는 간접법은 표적 추적시스템에 있어서 필터가 오차를 추정하는 경우에 사용된다. 고정된 출력은 그 순간의 비움의 위치와 속도를 나타내는데 사용된다. 이 경우에 필터에 기본이 될 시스템은 주 센서 내의 오차를 기술하여 주게 될 것이다.

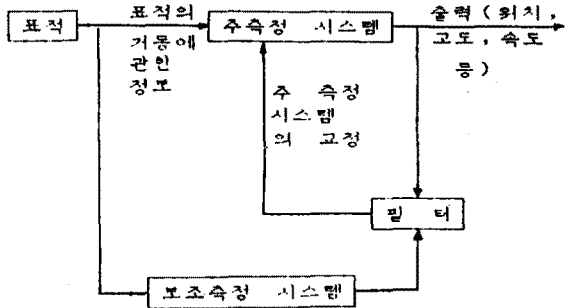


그림. 2 간접적 필터를 이용한 표적 추적 시스템

필터를 구성하기 위한 표적 추적 시스템은 표적 다이나믹 시스템의 거동을 기술하는 수학적 관계를 가진 집합에 의해서 정의된 상태변수들에 의해서 기술된다. 실제 물리적 시스템에 대응할 완전한 수학적 관계를 만족시킬 충분한 정보는 없다. 더우기 컴퓨터에 주된 변수의 몇개외에 더 많은 변수를 포함시키는 것은 실제로 불가능하다. 기본적인 필터 설계 문제는 표적 추적을 위한 상태변수의 선택과 수행 성능에 컴퓨터 요구 사항의 트레이드-오프를 연합시키는 것이다.

상태변수의 선택에 있어서 그 첫 단계로 이론적 오차 해석과 시험 데이터는, 필터에서 기대될 특징보다도 더 정확히 전체 시스템의 거동을 기술할, 상태변수 집합체 구

상에 사용할 수가 있다. 시뮬레이션을 통하여 시스템 요구 사항들을 가장 잘 만족시키는 상태변수들만 선택하면 된다. 포적 추적 시스템에 있어서 실제 필터는 7~20개 정도 사이의 상태변수들로 구성되어진다. 효과적인 오퍼레이션 시험 프로그램은 필터의 설계를 명확하게 확인해 주는 좋은 방법이다.

상태변수들의 형식적 정의에 있어 수학적 관계는 다음과 같다.

1) 바람직한 출력은 상태변수들의 어떤 함수이어야 한다.

2) 측정치(관측치)들은 상태변수와 비 상관된(uncorrelated) 오차이어야만 한다.

3) 어떤 시점에서 상태변수는 바로 앞 시점의 상태변수, 이 두 시점 사이의 시스템에 대한 입력 제어, 두 시점 사이에서 비 상관된 잡음 입력들의 함수이어야 한다.

여기서 처음의 관계는 아주 쉽게 만족시킬 수가 있다. 포적 추적 시스템의 바라는 출력은 표적 비행 좌표속에 대한 표적의 위치, 속도, 고도 등이다. 위치, 속도 등을 나타내는 변수들은 상태 공간 내에 보통 직접적으로 포함시킬 수 있다. 측정치를 포함한 두번째 관계는 수식화하기에 다소 어렵다고 할 수 있다.

측정치는 일반적으로 위치, 속도, 혹은 가속도와 같은 표적 거동 상태의 어떤 함수인, 바라고 있는 부분과 바라지 않는 오차 부분 등 두가지로서 구성되어 있다. 측정치들 사이에서 상관관계가 없는 오차는 상태변수의 증가를 요구하지 않는다. 그러나 만약 상관관계가 있는 오차의 중요한 성분이 있다면, 오차를 위한 모델로서 상태변수를 더욱 증가시켜야만 한다. 시스템의 가장 효과적인 전체 설계는 입력 데이터가 필터에 사용되기 전에 입력 데이터의 바로 직전 프로세싱의 양을 최소화시킴으로써 얻을 수 있다. 칼만 필터링의 잇점 중의 하나는 측정치들을 원 형태로 조사분석할 수 있다는 것이다. 이것은 센서 부시스템을 아주 단순화할 수 있음을 의미한다. 만약 측정치가 필터에 의해서 사용되기 전에 조사분석되었다면 바로 이전 프로세싱에 기인된 오차 통계의 변경과 함께

상호 상관관계가 필터에 설명되어져야만 한다.

상태 벡터의 수식화에 있어서 최종 단계는 통적 거동을 기술하는데 필요한 상태변수들을 증가시켜야 한다. 상태변수의 증감합은 시스템을 기술하고 있는 미분방정식 내 증속변수의 최소한의 수가 될 것이다. 시스템에 대한 입력들은 백색 잡음과 필터에 대하여 이미 알고 있는 제어량이다. 비행 중인 시스템에 있어서 오차원의 대부분은 자이로 편류율과 같이 서로 아주 높은 자기 상관 관계된(autocorrelated) 상태이다.

백색 잡음 입력에 대한 요구 사항들을 만족시키기 위하여 형성화된(shaping) 필터는 상관된 오차를 유출해 남장치를 구비하고 있어야만 한다. 형성화된 필터에 대한 입력은 백색 잡음이고, 이 필터에서 증속변수들은 상태공간을 증가시키게 된다. 필터에 이용하게 될 모드는 양들이 포함된 시스템을 제어하려면 랜덤 잡음과 같은 것들로서 그들을 모델화하여야 한다.

목표물 수정을 위한 칼만 필터는 다른 시스템들에 비교해 보아도 아주 복잡하다. 바람직한 필터의 출력은 표적의 위치와 속도벡터이며, 이것은 6개의 상태변수들을 요구한다. 측정치는 광파(optical wave), 전자파(electromagnetic wave), 음파(sound wave) 등에 따라 구성되며, 표적 위치의 함수로 나타나진다. 광학적 관측치는 비교적 먼곳에 대한 것이므로 오차의 대부분은 바로 이전의 오차와 상관관계가 없다. 이같은 경우에 오차의 상관관계 부분은 중요하지 않게 될 것이고, 상태변수를 증가시킬 필요도 없을 것이다.

만약 표적이 전략적 선택(manuevering)중이 아니고 기존 시점에서 비행 중인 표적의 위치와 속도를 알고 있다면 미래의 어떤 시점에서 그 위치와 속도는 아주 정확하게 예측할 수가 있다. 따라서 표적의 다이나믹 거동은 모든 외란을 고려한 백색 잡음 입력의 작은 양을 가진 6개의 상태변수로서 기술할 수 있다. 그러므로 무시할 정도의 상관된

속정 오차를 가진 표적 추적 시스템을 위한 필터는 6개의 상태변수로써도 아주 잘 설계할 수가 있다. 칼만 필터는 다이내믹 시스템의 거동을 기술하는 상태변수들을 추정하기 위하여 센서들에 수집된 불완전한 잡음이 혼신된 측정치에 순응한 순환 데이터-프로세싱 (recursive data processing) 알고리즘이다. 칼만 필터는 추정 통계학적 모델링 결과를 실시간 데이터와 결합시킨 것이다.

- 1) 시스템 다이내믹의 수학적 모델들과 속정 장치 특성
- 2) 시스템 잡음과 외란, 속정오차, 수학적 모델 내의 불확실성과 부정확성
- 3) 시스템 상태에 대한 바로 이전의 통계학적 정보의 이용, 바라는 상태 추정을 산출물이다. 적절한 가정하에서 바람직한 시스템모델은 백색 Gaussian 잡음에 의해 구동되는 시스템의 형태로서 표현할 수 있다. 그 추정치는 최적조건의 필수적인, 유용한 기준에 대해 최적 (optimal)임을 보여 줄 수가 있다. 이 기준은 최소 평균 자승 오차 추정치 (minimum mean square error estimate), 일반화된 최소 제곱 추정치 (generalized least squares estimate), 대칭값 기준 (symmetric cost criterion) 의 최소화 (minimizer), 속정간격 외에 실상태의 직교투영 (orthogonal projection), 만약 바로 앞의 정보가 없다면 최우추정치 (maximum likelihood estimate, 만약 바로 앞의 통계학을 이용할 수 있다면 최우추정치가 가장 우수하다) 등이다. 그러나 무엇보다 중요한 추정 출력물은 진행되고 있는 속정의 전과정에 관한 조건부의 시스템 상태벡터에 의해 전체의 Gaussian 조건부 밀도 함수로서 정의된다. 이 최적조건의 요구 사항은 중요하지만, 이들의 모델링 가정에 따라 전체적으로 좌우된다. 시스템 구조 (상태다이내믹과 속정관계)와 불확실성 사이의 수학적 모델은 칼만 필터를 구체

화시켜 주며, 모델의 충실도는 실제 응용에 있어서 필터의 수행 성능을 지시해 준다. 적합한 수학적 모델에 입각하여 필터를 산출하는 것이 설계 문제에 있어서 가장 중요한 점이라 할 수 있다. 칼만 필터 접근의 수학적 형식에도 불구하고 공학적 통찰의 참정적 능력, 기본적인 모델링 역량과 경험이 효율적 오퍼레이셔널 필터 알고리즘을 개발하는데 요구되고 있는 사항이다.

만약 시스템 모델이 선형이라기 보다 비선형일 경우, 앞에서 언급한 기준에 맞는 최적의 유한 차원의 필터를 구할 수는 없다. 그 대신으로 근사조건부 모멘트추정 (approximate conditional moment estimation) 들을 Taylor 급수로 전개한 적당한 차수에서 작은 확장된 칼만 필터, 2차 필터, 절단한 2차 필터 등으로 구분되어진다. 불확실한 매개변수의 동시 적응 추정 (simultaneous adaptive estimation) 은 추정 문제에 있어서 보다 많은 비선형성을 내포하고 있지만 실질적으로 잘 해결되고 있다. 실제 선형 필터링에 있어서 고려되고 있는 것보다 부수적으로 복잡함이 있긴 하지만 필터 알고리즘의 기초에 마른 이같은 적합한 모델의 산출은 만족할 만한 수행 성능을 가진 보안적 필터의 설계를 위해 아주 중요하다.

더욱이 필터설계자는 진실한 모델로서 최선의 구현과 보다 완전하고 복잡한 모델에 기초를 둔 보안적 필터의 번잡함을 고려하지 않는다. 최종적인 필터 알고리즘은 온라인 컴퓨터시간 (online computer time), 기억장치 (memory), 단어 길이 (word length) 의 제한에 직면해야 하며, 이같은 고려때문에 수행 성능 설계 명세서의 사양에서 가능한 한 간단하고 단순하게 필터를 설계하려고 한다. 결과적으로 필터 설계는 수행성능 요구에 따라 모델의 복잡함과 실제 제한의 요구사항을 보태거나 혹은 삭제하여 간단한 하나 적절한 필터를 구성할 수 있는 기본적인 모델링 택일 수단을 찾을 수 있어야만 한다. 단순화

시켰고, 축소된 차수 필터의 진정한 수행 성능 능력의 평가는 필터 설계 절차에 있어서 아주 중요하다. 비록 내부적으로는 칼만 필터가 오차 공분산 (error covariance) 을 계산해 내지만, 필터 시스템 모델 자체가 진실한 시스템 거동을 묘사하고 있을 때 참된 오차의 확실한 산출이 가능하다. 만약 계산한 오차 공분산이 적당하지 않을 정도로 적을 경우 (norm, 각 고유치의 크기 등에서) 에는, 필터는 너무 심하게 실제시스템으로부터 데이터를 감소시켰거나, 내부시스템 모델 자체에 중점을 두고 구한 필터 이득이라 할 수 있을 것이다. 필터 상태 추정치에 기인하게 될 이같은 조건은 추정치를 간헐히 해 줄 계산된 공분산과 필터에 의해서 동시에 지시하는 값에 따라 실제 시스템 거동에 일치하지 않는 것을 추정하게 된다. 즉 필터는 실제 상태를 잘 추정하도록 수렴하질 않는다. 전 과정의 설계 프로세서에 있어서 중요한 일 중의 하나는, 필터의 구조로부터 가능한 한 가장 최적인 추정 수행 성능을 구할 수 있게, 설계매개변수를 반복적으로 선택 가능하게 하여줄 재인된 필터 튜닝 (tuning) 에 있다. 불확실성들의 통계학적 기술로서 나타내진 공분산 행렬의 항들은 필터의 다이내믹과 추정모델이 서로 상호 연관을 가지고 있어야 할 한다. 이것은 필터에서 계산된 평균 자승 오차가 실제 다이내믹의 평균 자승 오차를 잘 나타낼 수 있도록 하는 설계 매개변수들의 선택에 의해 달성되어야 함을 의미한다.

효율적으로 오퍼레이션하게 될 칼만 필터의 설계는 물리적 통찰력, 각 필터의 튜닝, 수행 성능 능력과 컴퓨터 부하의 트레이드-오프를 통하여 재인된 고빈도 설계의 반복 프로세서를 필요로 하고 있다.

### 3. 표적에 대한 칼만 필터

목표물, 센서, 주위 환경 등을 포함한 전 시스템의 상태를 미분방정식으로 기술할 수 있다고 가정한다.

$$\dot{x}(t) = f[x(t), c(t), n(t), t] \quad (3-1)$$

여기서  $c(t)$  는 제어 입력들이고,  $n(t)$  는 백색 Gaussian 잡음들이다. 또 제어 입력  $c(t)$  는 최적 필터의 설계에 아무런 영향을 미치지 않을 때 이 산시간에 대한 측정치는 다음의 관계를 갖는다.

$$m(t_m) = h[x(t_m), v(t_m)] \quad (3-2)$$

여기서  $v(t_m)$  는 측정치 사이에 비 상관 관계를 가진 측정치내의 오차를 나타낸다. 최적 추정치가 고차원의 항들을 무시하더라도 충분히 실제치에 접근한다고 가정하면 최적 측정 프로세서는 칼만의 최적 선형 필터에 의해 다음과 같이 주어진다. 측정시간의 기준점에서 필터 방정식은

$$\hat{x} = \hat{x}' + E' H^T (H E' H^T + V)^{-1} (m - h(\hat{x}', t)), \\ E = E' - E' H^T (H E' H^T + V)^{-1} H E' \quad (3-3)$$

이며, 측정치 사이의 관계식은

$$\hat{x} = f(\hat{x}, t) \\ \dot{E} = F E + E F^T + N \quad (3-4)$$

이다. 여기서 " " 은 측정 바로 전에 존재하고 있던 조건들을 나타내고 있다. 추정 오차의 상호 분산 행렬 E는 다음 식에 의하여 정의되며

$$E = \mathcal{E} \{ \Delta x \Delta x^T \}, \quad (3-5)$$

여기서  $\mathcal{E}$  는 기대치 혹은 평균치를 나타내고,  $\Delta x$  는 추정치 내의 오차 즉  $\Delta x = \{ x - \hat{x} \}$  을 나타내며

$$F = \partial f / \partial x |_{x=\hat{x}} \\ H = \partial h / \partial x |_{x=\hat{x}} \quad (3-6)$$

$$V = (\partial h / \partial v) R (\partial h^T / \partial v) |_{x=\hat{x}}$$

$$N = (\partial f / \partial n) Q (\partial f^T / \partial n) |_{x=\hat{x}}$$

행렬 R과 Q는

$$\mathcal{E} \{ v(t_m) v^T(t_m) \} = R, \\ \mathcal{E} \{ n(t) n^T(\tau) \} = Q \delta(t - \tau) \quad (3-7)$$

이다.

고차항을 무시할 수 있는 선형화 시스템을 위한 최적 필터는, 그림. 3에서 보어



다. 통계적 데이터의 활용은 입력데이터의 자동적 편집을 행할 수 있다는 것이 세번째가 될 수 있다. 만약 측정치가 그 표준편차의 3~4배 보다 더 크다면, 무엇인가 잘못 되었다는 것을 자동적으로 오퍼레이터에게 지시하여 준다.

통계적 필터링을 사용하는데 있어 중요한 두가지 문제점은 대형 컴퓨터의 요구와 주적시스템의 각 부품에 적합한 통계학적 모델의 필요성이다. 계산상의 문제는 실시간내에 최적의 통계적웨이팅 요인을 계산하는데 기인한 것이다. 웨이팅 요소는 상호 분산 행렬에 대한 행렬 미분방정식의 적분을 포함하고 있으며, 필터의 변수가  $n$ 개이면 이 행렬은  $n \times n$ 이고 요구되는 계산량은 대략  $n^3$ 이다. 최근 IBM-PC/XT 혹은 AT 등의 미니컴퓨터에 적절한 하아드웨어를 부착시켜 요구하는 시간내에서 필터링을 수행할 수 있음이 보고되고 있다.

5. 결론

합한 필터링을 수행함에 있어 컴퓨터의 계산 부담을 덜어 주기 위한 첫번째 방법 으로서는 시스템 오퍼레이션에 기여도가 낮은 상호 분산 행렬의 요소를 제거하는 것이다. 신형 필터는 실제 시스템을 나타낸 모델에 대해 수학적으로 최적인 필터를 구성시켜 준다. 즉 항목들은 9개내지 10개 정도 내보 주된 값을 감소시킨다는 것을 의미한다. 그러나 가정된 통계학적 모델은 2~3개보다 많지 않은 주된 값으로 실제 시스템을 나타낸다. 문제는 수행 성능을 감소시키지 않고 변수를 제거하는데 있다. 시스템을 구현하는데 있어 효율적 순회적 필터를 구하기 위한 방법은 최적 필터 내에서 정보의 주된 것들을 실제로 통찰하여 이를 사용하는 것이다.

최적 필터는 여러 소 필터들로 구분되며, 소 필터들은 생략한 항목이 하잘 것 없는 영향을 갖도록 하는 동안 정보의 주된 흐름을 보존한다. 순회적 필터 설계의 상해한 것들은 동일한 대표적 문제에 대하여 최적과 순회적 필터로 나누어 시뮬레이션 해 봄으로서 얻어진다. 순회적 필터의 설계는 그 성능이 가능한 한 거의 최적 필터와 같도록 조정한다. 이 시뮬레이션 프로그램은 역시 순회적 필터의 효율을 지시한다. 이 접근법은 특히 상호 분산 행렬의 계산 부담을 줄여 주는데 효과적이다. 최적 필터를 단순화하기 위한 두번째 방법은 미리 계산한 이득을 사용하는 것이다. 만약 필터 방정식이 각 관측치에서 이득이 시간의 함수이고, 잡음과 초기치의 통계학적 가정들의 함수이도록 가정되었다고 한다면, 명세된 관측 스케줄 혹은 비율로서 이득은 추적 시스템 내의 컴퓨터로 미리 계산하여 저장할 것이다. 관측치의 적은 수에 대해 이것은 수행 중인 최적 필터내에 포함된 문제들에 대해 실제의 해이고, 관측치들의 많은 정보에 대해서 미리 계산된 이득은 시간에 대해 보통 순조롭게 변화하며, 실제 이득과 같이 거의 동일한 필터 응답을 적절한 곡선(직선, 지수곡선 등)에 의하여 근사되어 진다.

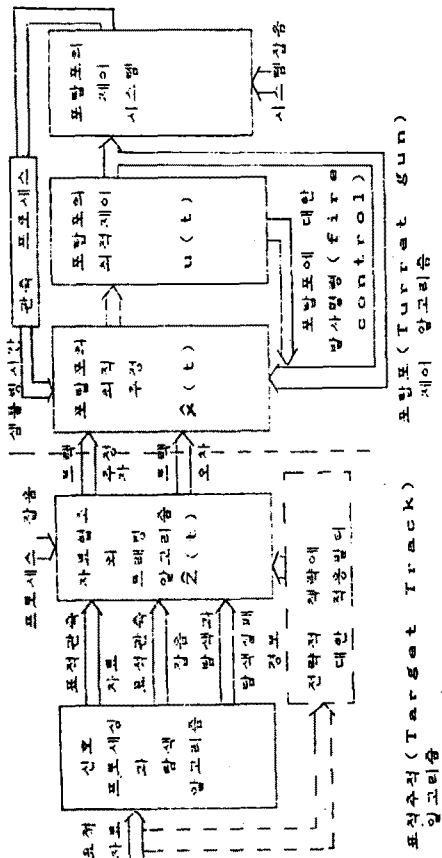


그림. 4 표적 브래킹과 포탑포 제어 화기 시스템

- 1) M.H.Lee, W.J.Kolodziej & R.R.Mohler, "Stochastic Dynamic System Suboptimal Control with Uncertain Parameters", IEEE Trans. Aero & Electro. Sys. Vol. AES-21, No.5, Sept. 1985, pp. 594-600.
- 2) "Special Issue on Application of Kalman Filtering", IEEE Trans. Auto. Control., Vol. AC-28, No.3, March 1983.
- 3) H.Titus, "Advance in Passive Target Tracking", The Conference on Advances in Passive Target Tracking, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, June 1977.