

양	홍	석	서울대학교 전기공학과
김	영	철	서울대학교 전기공학과
김	국	현	서울대학교 전기공학과
박	용	식*	서울대학교 전기공학과

1. 서 론

기존의 적응 제어 방식은 global stability 를 보장하기 위한 조건으로 1)극점과 영점의 개수는 유한하고 알고 있으며 2)지연시간을 알고 있을 것 등이며 제어기의 구조에 따라 3)잡음의 유·무 또는 제한되는 특성등이 가정 되어야 한다. 그러나 실제로는 지연시간이 미지 또는 시변인 경우 (예:생체계, 화학공정 등)가 많으며 이 경우에 적용하기 위한 제어 방식에 관한 연구가 필요하다.

이러한 분야에 대한 대부분의 연구 결과들은 예상 최대지연시간까지 파라미터를 확장하여 파라미터를 식별하여야 하고, 그만큼 제어기의 차수가 높아진다.^{1,2,3)} 이에 따른 현상으로는 파라미터 식별을 위한 persistently exciting 의 조건이 더욱 엄격해져서 파라미터의 흐름 (parameter drift) 현상⁴⁾도 문제가 되고 정상 상태에서 입력의 변화가 적을 때 기존 입력의 변화, 또는 플랜트 파라미터의 변화등에 적응 하는 속도가 늦어진다.

본 논문에서는 prediction error 에 근거

를 둔 지연시간 추정 알고리즘⁵⁾을 사용함으로써 파라미터가 확장되지 않은 최소차의 극배치 적응 제어기를 구성하였다. 제안된 제어기는 상기의 문제들을 극복하는데 매우 효과적임을 시뮬레이션을 통하여 보였다.

2. 기존의 극배치 적응 제어기

실제의 프로세스는

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d_0} \bar{B}(q^{-1})U(t) + W(t) \quad (2.1)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} \quad (2.2)$$

$$\bar{B}(q^{-1}) = \bar{b}_0 + \bar{b}_1 q + \dots + \bar{b}_m q^m \quad (2.3)$$

여기서 $W(t)$ 는 white Gaussian noise $(0, \sigma^2)$ 이고 $1 \leq d_0 \leq d_{max}$ 인 미지 또는 시변 특성을 갖는다고 가정한다.

시변지연시간 문제에 대하여 Wellstead⁶⁾은 예상 최대지연시간까지 입력계수를 확장시키는 방식을 제안하였다. 즉,

$$A(q^{-1})Y(t) = B(q^{-1})U(t) + W(t) \quad (2.4)$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{m+d_{max}} q^{-m-d_{max}} \quad (2.5)$$

극배치 제어기는

$$R(q^{-1})U(t) = -S(q^{-1})Y(t) + H(q^{-1})Y^*(t) \quad (2.6)$$

여기서 $H(q^{-1})$ 는 tracking 특성을 고려하기 위한 precompensator 이고, $y^*(t)$ 는 원하는 출력이다.

이때 페루우프 시스템은

$$(AR + BS)Y(t) = BHY^*(t) + RW(t) \quad (2.7)$$

이후 다항식에서 (q^{-1}) 는 생략한다.

극 배치 다항식은

$$AR + BS = T \quad (2.8)$$

여기서 $T(q^{-1})$ 은 안정영역에 극을 갖는 임의의 다항식이다. 식(2.8)에서 다음조건이면 R, S 는 유일하게 구해진다.

$$\deg R \leq n-1 \quad (2.9)$$

$$\deg S \leq m + d_{\max} - 1 \quad (2.10)$$

$$\deg T \leq n + m + d_{\max} - 1 \quad (2.11)$$

$H(q^{-1})$ 의 결정은 한 방법으로서 정상상태 오차를 최소로 하도록 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$H(q^{-1}) \Big|_{z=1} = \frac{T(q^{-1})}{B(q^{-1})} \Big|_{q=1} \quad (2.12)$$

3. 새로운 극 배치 적용 제어 방식

시변 지연시간계를 위한 종래의 극 배치 적용 제어 방식⁶⁾ 은 최대 지연시간까지 입력 계수를 확장시키기 때문에, 서론에서 언급한 바와같이 실시간 추정계수가 d_{\max} 개 증가하게 되어 수렴속도가 늦어질뿐만 아니라 수렴성을 보장하기 위하여 더욱 엄격한 persistently exciting 조건이 요구된다. 따라서 시변계에 적용시 적용력이 떨어지는 요인이 된다. 본 장에서는 계수의 추정과 더불어 지연시간을 실시간 추정함으로서 최소 차수를 갖

는 극 배치 적용 제어기를 제안하고자 한다.

3.1 지연시간의 실시간 추정

식(2.1)-(2.3)으로 주어진 시스템이 지연시간은 서서히 변화하고, 정수값을 취한다고 가정하면 indirect predictor는

$$\hat{Y}(t+d|t) = G Y(t) + F BU(t) \quad (3.1)$$

$$1 = F(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}) \quad (3.2)$$

prediction error는

$$e(t+d) = Y(t+d) - \hat{Y}(t+d|t)$$

이 되고, 아래와같이 구분할 수 있다.

$$e(t+d) = L_1(\sigma^2) + L_2(\tilde{d}) + L_3(\tilde{\theta})$$

$$\tilde{d} \triangleq d_0 - d, \quad \tilde{\theta} \triangleq \theta_0 - \hat{\theta}$$

여기서 $L_1(\sigma^2)$, $L_2(\tilde{d})$, $L_3(\tilde{\theta})$ 는

각각 noise variance, 지연시간 mismatch 그리고 계수 추정오차에 의한 예측오차를 나타낸다.

짧은 구간내에서 $\{e(t+d)\}$ 를 stationary process로 가정할 수 있고, L_1 항은 백색잡음의 항으로 L_2, L_3 와 연관이 없다.

$$\begin{aligned} \therefore E[e(t+d)^2] &= E[L_1^2] + E[L_2^2] + E[L_3^2] \\ &\quad + 2E[L_2]E[L_3] \end{aligned}$$

위의 식에서 우변의 1항은 지연시간에 무관하게 항상 존재하는 값이고 3항은 계수가 수렴함에 따라 작은 값으로 수렴하고 $d=d_0$ 일때 가장 작은 값을 갖게된다.⁵⁾ 알고리즘상에서 기대값은 $(n+m)$ 의 3-4배정도 구간의 time-average 로 대체된다. prediction error 에 근거한 실시간 지연시간 추정 알고리즘 (PEDE)은 다음과 같다.

step 1: 초기 지연시간 d_0 를 off-line 으로

결정

step 2: $d = d'$ 일때 파라메터의 실시간 추정

step 3: $d'_0 - s \leq d \leq d'_0 + s$ 인 d 에 대하여

indirect predictor set 구성

지연시간이 서서히 변할때 S 는 2면
충분하다.

$$\text{step 4: } E[e^z(t+d)] = \frac{1}{N} \sum_{i=t}^{t-N-1} e^z(i,d)$$

$N:(n+m)$ 의 3-4배

$$\text{step 5: } d'_0 = \min \{E[e^z(t,d)]\}$$

step 6: return to step 2

3.2 최저차의 극배치 적응 제어방식

3.1절의 실시간 지연시간 추정방법을 이용하여 극배치 적응 제어를 구성하면

$$\hat{A}Y(t) = q^{-d} \hat{B}U(t) + W(t) \quad (3.9)$$

$$R U(t) = -SY(t) + HY^*(t+d) \quad (3.10)$$

이 된다.

(3.9), (3.10)으로부터

$$(\hat{A}R + q^{-d} \hat{S}) Y(t) = \hat{B} HY^*(t+d) + R W(t) \quad (3.11)$$

극배치 방정식은

$$\hat{A}R + q^{-d} \hat{S} = T \quad (3.12)$$

$$T = \bar{T} \cdot T_0 \quad (3.13)$$

$$H = \bar{H} \cdot T_0 \quad (3.14)$$

T_0 는 관측자 다항식으로 여기서는 1로 하였다. 즉 dead beat observer가 되며 H 는 다
음과 같다.

$$\bar{H}(q^{-1}) \Big|_{q=1} = \frac{\bar{T}(q^{-1})}{\bar{B}(q^{-1})} \Big|_{q=1}$$

PEDE - PASTC 알고리즘은

step 1 : 초기치 선정

step 2 : \hat{A} , \hat{B} 의 추정

step 3 : PEDE에 의한 지연시간추정(d')

step 4 : 식(3.10)에서 $U(t)$ 계산

step 5 : return to step 2

이 방식은 d 에 무관하게 A, \bar{B} 를 실시간 추정하므로 d 가 클수록 기존의 방식에 비해
계산량이 많이 감소된다.

4. 시뮬레이션 및 검토

시뮬레이션을 위한 모델은

$$A(q^{-1})Y(t) = \text{Gain} \cdot B(q^{-1})U(t) + W(t)$$

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.4q^{-1} - 0.32q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = q^{-d}(0.6 + 0.3q^{-1})$$

이고 $W(t)$ 는 백색잡음이다.

d 는 매 100 step마다 2-1-2-3으로 변화시켰고 Gain은 최초 1이었다가 150 step에서
0.6으로 격감시켰다. Gain을 변화시키지 않은 경우는 기존의 방식이 새로운 방식보다
약간 낮은 수렴특성을 보이나 Gain을 변화시키는 경우에 두방식의 제어특성은 상당한
차이가 나타난다.

그림 1, 2는 모두 150 step에서 Gain을 0.6으로 변화시킨 경우로 새로운 제어방식(그림2)에서 빠르게 적응됨을 알 수 있다. 이때 잡음대 기존출력의 비는 3%였다. 그림3, 4는 똑같은 경우에서 잡음대 기존출력의 비를 8%로 하였을 때이다. 초기의 지연시간 합지문
제때문에 그림4에서 오버슈트가 크지만 Gain의 급격한 변화에도 신속하게 적응하고 있다. 그림5, 6은 8%의 잡음일때이고 기존출력을 1로 고정하였을 때이다. 150 step에서의 Gain 변
화시 기존의 방식(그림5)은 100-200 step

부근에서 출력의 오차가 크다. 이 현상은 100 step 까지 거의 정상상태에 달하여 입력의 변화가 적고 이때 발생한 변화(지연시간의 변화 및 Gain 의 변화등)를 빨리 추종하지 못하는 데서 생기는 문제이다. 200 step 이후에서는 지연시간의 변화가 발생해도 입력의 변화가 크기 때문에 파라미터의 추종이 용이하고 출력의 오차가 크지 않다. 그림6은 새로운 적응 제어방식으로 50-100 step 사이에서 거의 일정한 입력이 인가되어도 출력의 변화가 거의 없다. 이는 식별할 파라미터의 개수와 persistently excitation 조건의 관계를 잘 나타내주는 예라 하겠다. 이 경우 150 step 이후에서도 유연하며 신속한 추정 특성을 나타낸다. HP 9845 컴퓨터를 이용한 계산시간은 400 step 계산에 기존의 방식이 20분, 새로운 방식은 9분이었다.

5. 결 론

지연시간의 실시간 추정을 위한 간접예측자의 구성은 기억용량을 추가적으로 필요로 하나 연산시간은 확장된 파라미터를 추정하는 데 소요되는 연산량에 비하여 무시할 만하다.

제안된 제어기의 장점으로는

- 1) 파라미터외수가 적으므로 실시간 추정 소요시간이 짧고
- 2) 입력의 persistently excitation 조건이 완화되어 파라미터 추정이 용이하고
- 3) 저차의 제어기가 구성되어 속응성이 증가된다는 것들을 들 수 있다.

6. 참 고 문 헌

- 1) M. Kurz et. al. 1, "Digital Parameter Adaptive Control of Processes with Unknown Dead Times", Automatica, Vol.17, No.1, 245-252, 1981
- 2) K. Wong et. al. 1, "A STC Algorithms for Systems with unknown Time Delay", IFAC. 1982, 1193-1198.
- 3) B. Ydstie, "Extended Horizon Adaptive Control", IFAC 1984, 133-137.
- 4) K. Astrom, "Analysis of Rohrs Counter Examples to Adaptive Control", 22nd IEEE. CDC, SanAntonio, TX, Dec. 1983.
- 5) 양홍석외 2인, "적응 제어를 위한 시변 지연시간의 추정", 계속 제어 연구회 합동 학술연구발표회 논문집, 1986년4월, 112-114 .
- 6) P. Wellstead et. al. 2, "Pole Assignment STR", Proc. IEE, Vol.126, No.8, 781-787, 1979.

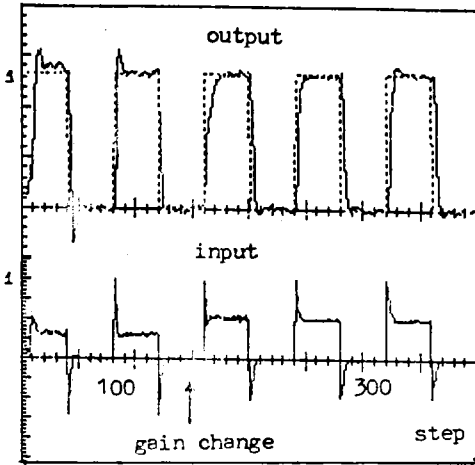


그림1. 기존의 극배치 적응제어기

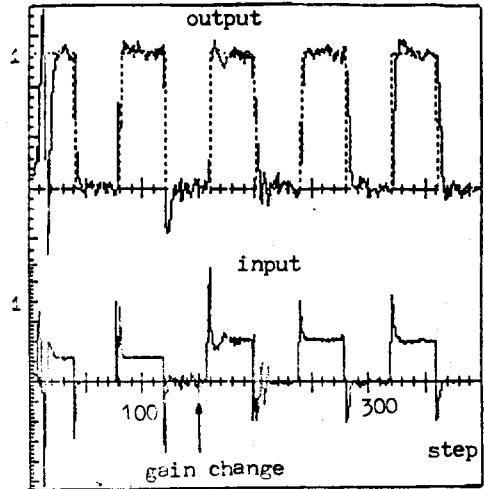


그림2. 새로운 극배치 적응제어기

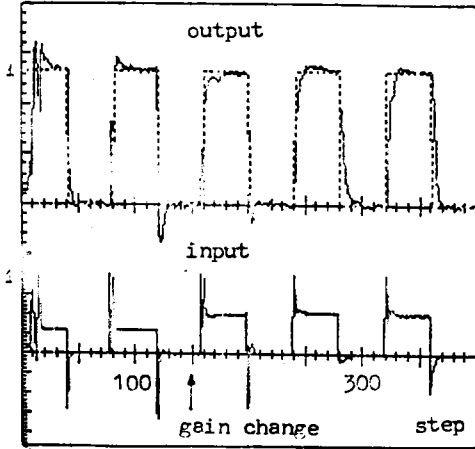


그림3. 새로운 극배치 적응제어기

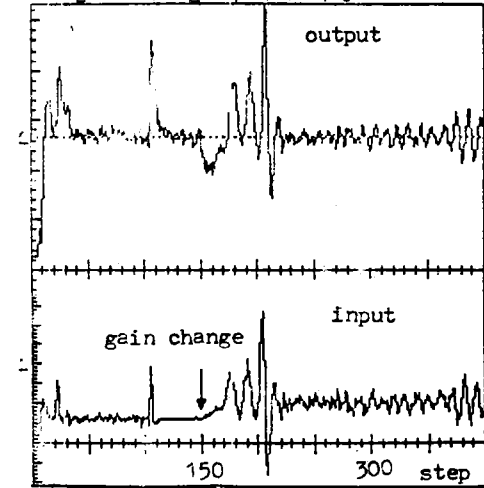


그림4. 기존의 극배치 적응제어기

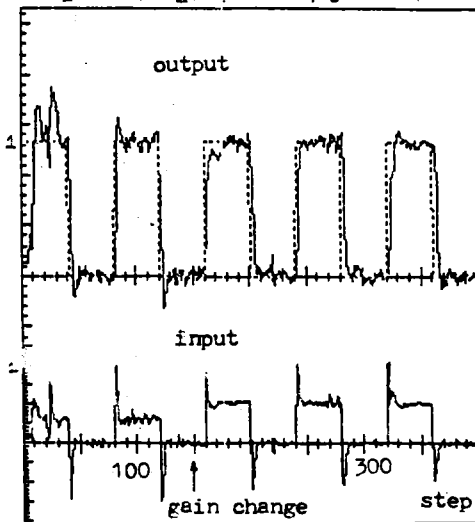


그림5. 기존의 극배치 적응제어기

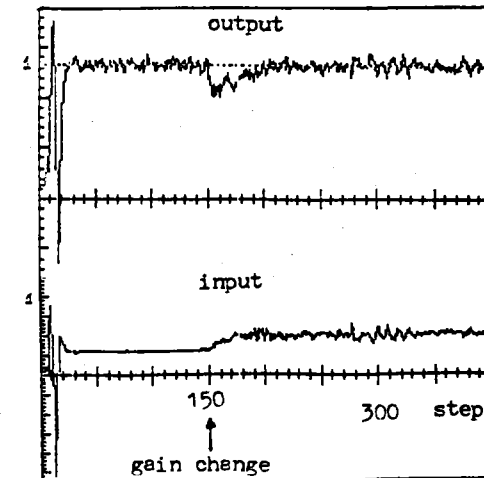


그림6. 새로운 극배치 적응제어기