쇼트키 다이오드에서 3차 혼변조 왜곡의 해석

°김 성 희, 홍 기 범, 진 연 강
단국대학교 공과대학 전자공학과

The Analysis of the Third-order Intermodulation Distortion in Schottky Diode

Sung Hoi Kim, Ki Bum Hong, Yeon Kang Chin
Dept. of Electronics Eng., Dankook Univ.

* ABSTRACT *

Intermodulation distortion generated in a Schottky diode is analyzed using a Volterra series representation. A small signal Schottky diode model incorporating two nonlinearities is briefly described. The nonlinear nodal equations of the model are successively solved by expressing nodal voltage in terms of the Volterra series expansion of the input voltage. It is shown that the package capacitance can significantly affect the magnitude of the distortion at low diode bias current.

1. 서 론

일반적으로 쇼트키 다이오드는 케이블 TV 시스템에서 신호레벨의 조절이나 검파 그리고 mixing등을 위해 널리 사용된다 [1][4]. 그러나 이러한 다이오드와 결합된 장치의 출력에서는 다이오드 고유의 비선형 특성에 의하여 어느정도 신호왜곡이 생긴다. 즉, 인가된 입력신호 이외의 다른 신호들이 출력 스펙트럼에 같이 나타난다. 이것이 바로 혼변조에 의해 발생된 혼변조 왜곡이다.

다이오드에서 발생하는 혼변조 왜곡에 대해 package 성분을 무시한 쇼트키 다이오드 모델에서 Volterra 급수를 이용한 해석이 있었고 [1], 이러한 경우 발생하는 왜곡을 감소시키기 위한 보상회로에 대해서도 연구가 되어 왔다[2]. Prochazka와 Neumann의 연구에서는 [1] package 커패시턴스 성분을 무시하였기 때문에 낮은 바이어스 전류에서 측정치와 계산치 사이에 차이가 있었다.

본 논문에서는 병렬 package 커패시턴스 성분을 고려한 쇼트키 다이오드 모델에서 Volterra급수를 이용하여 3차 혼변조 왜곡을 해석하였고, 이러한 성분을 무시한 모델 [1] 에서 3차 혼변조 왜곡의 값과 비교를 하였다.

2. Volterra급수 전개를 위한 이론적 고찰

(1) Volterra급수를 이용한 입출력 표현

입력 $x(t)$가 그림-1과 같이 비선형 시스템을 지날때 출력 $y(t)$는 $x(t)$에 관한 비선형 함수로 다음과 같이 표현할 수 있다 [3].

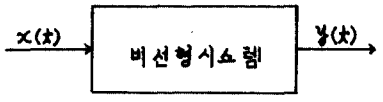

그림-1 비선형 시스템

Fig. 1 Nonlinear system

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda_n \, h_n(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n) \prod_{i=1}^{n} x(t-\lambda_i) \qquad (1)$$

식(1)에서 n차 kernel $h_n(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n)$은 시스템의 n차 임펄스 응답이고, 실제로 식(1)의 각 항들은 n차 컨벌루션 적분이 된다. 따라서 비선형 시스템 해석에서 Volterra급수의 사용은 선형회로 해석에서 사용된 컨벌루션 적분의 일반화 형태가 된다.

n차 임펄스 응답 $h_n(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n)$의 n차 Fourier 변환을 n차 비선형 전달함수라 하며 다음과 같다.

$$H_n(\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n) \prod_{i=1}^{n} \exp(-j\omega_i \lambda_i) \, d\lambda_i \qquad (2)$$

(2) 비선형 전달함수의 계산 [3]

시스템 방정식을 알고 입출력 관계를 Volterra급수에 의해서 표현할 수 있을때, 비선형 전달함수는 harmonic 입력방식을 사용하여 구할 수 있다.

먼저, 시스템의 입력으로 $x(t)$를 지수함수의 합으로 주면 다음과 같다.

$$x(t) = \sum_{i=1}^{K} A_i \exp(j\omega_i t) \qquad (3)$$

여기서 A_i는 복소수이고 ω_i는 양 또는 음의 실수이다. 식(1)에서 입력 $x(t)$에 대한 n차 출력 $y_n(t)$는 다음과 같다.

$$y_n(t) = \sum_{k_1=1}^{K}\sum_{k_2=1}^{K}\cdots\sum_{k_n=1}^{K}\left[\left(\prod_{i=1}^{n} A_{k_i}\right) H_n(j\omega_{k_1}, j\omega_{k_2}, \cdots, j\omega_{k_n}) \exp\{j(\omega_{k_1}+\omega_{k_2}+\cdots+\omega_{k_n})t\}\right] \qquad (4)$$

식(4)에서 n차 전달함수가 symmetric하고 모든 입력 주파수가 선형적으로 독립일 때, 주파수 $\omega_0 = m_1\omega_1 + m_2\omega_2 + \cdots + m_K\omega_K$ 성분을 갖는 모든 항의 합은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{\omega_0}(t) = n!\left\{\prod_{i=1}^{K}\frac{A_i^{m_i}}{m_i!}\right\} H_n\{m_1[j\omega_1], m_2[j\omega_2], \cdots, m_K[j\omega_K]\}\exp(j\omega_0 t) \qquad (5)$$

여기서

$$\sum_{i=1}^{K} m_i = n$$

$$m_i[j\omega_i] = (\overbrace{j\omega_i, j\omega_i, \cdots, j\omega_i}^{m_i \text{ times}})$$

3. 쇼트키 다이오드에 있어서의 Volterra 전달함수의 유도

다이오드의 등가회로는 직렬저항 Rs, 직렬 인덕턴스 Ls, package 커패시턴스 Cp, 비선형 접합 캐패시턴스 C_D, 비선형 접합 저항 R_D, 외부저항 Re, 입력저항 R_G, 부하저항 R_L로 구성하였다.

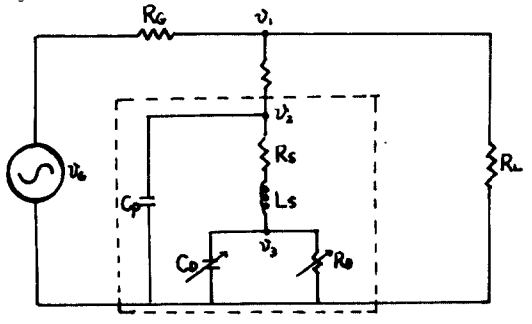

그림-2 저항과 직렬연결된 다이오드의 고주파 소신호 등가회로

Fig. 2 High freq. small signal representation of the diode with a series resistance

그림-2 의 회로를 Thevenin 정리에 의해 변환하면 다음과 같은 회로가 된다.

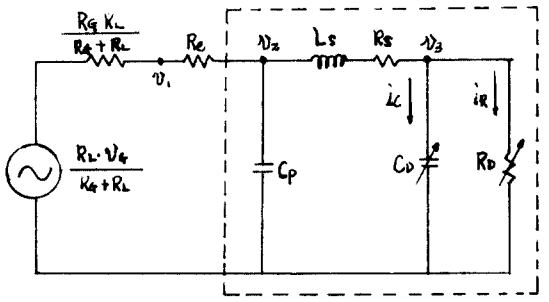

그림-3 테브난 등가회로

Fig-3 Thevenins equivalent circuit

전류 i_R을 마디전압 v_3에 관해 표시하면 다음과 같다.

$$I_D + i_R = I_o\{\exp\{\alpha(V_D + v_3)\} - 1\} \qquad (6)$$

여기서 I_D, V_D는 각각 바이어스 전류, 전압이고 $\alpha = q/(nkT)$ 이다.

식(6)을 Taylor급수로 전개하면 다음과 같다.

$$i_R = K_1 v_3 + K_2 v_3^2 + K_3 v_3^3 \qquad (7)$$

여기서 각항의 계수는

$$K_1 = I_D\alpha \qquad (8)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} I_D \alpha^2 \qquad (9)$$

$$K_3 = \frac{1}{6} I_D \alpha^3 \qquad (10)$$

마찬가지로 전류 i_c를 마디전압 v_3의 비선형함수로 표시하면 다음과 같다.

$$i_c = h_1\frac{d}{dt}v_3 + h_2\frac{d}{dt}v_3^2 + h_3\frac{d}{dt}v_3^3 \qquad (11)$$

식(11)에서 2차항의 계수부터는 K_i값에 비하여 매우 작기때문에 여기서는 1차항의 계수만을 고려한다[1].

$$h_1 = C_s(V_D) + C_d(V_D) \qquad (12)$$

여기서 Cs : space charge capacitance

Cd : diffusion capacitance

그림-3에서 회로의 각 마디에 키르히호프 법칙을 적용하여 다음과 같은 식들을 얻는다.

$$\frac{V_2}{Z_S(S)} = \frac{V_a}{Z_S(S)} + i_C + i_R \qquad (13)$$

$$\frac{R_L V_G}{R_G R_L + R_e(R_L+R_G)} = \frac{R_L+R_G+\frac{1}{Z_P(S)}\{R_G R_L + R_e(R_L+R_G)\}}{R_L R_G + R_e(R_G+R_L)} V_2 + \frac{V_2 - V_3}{Z_S(S)} \qquad (14)$$

$$V_1 = \frac{R_e R_L V_G + R_G R_L V_2}{R_G R_L + R_e(R_G+R_L)} \qquad (15)$$

단, $Z_S(S) = R_S + sL_S$, $Z_P(S) = 1/sC_P$ 이다.

마디전압 V_3를 V_2에 관한 Volterra 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$V_3 = A_1(S) * V_2 + A_2(S_1,S_2) * V_2^2 + A_3(S_1,S_2,S_3) * V_2^3 \qquad (16)$$

식(13)에서 Volterra 전달함수를 구하면

$$A_1(S) = \frac{1}{1+(K_1+sh_1)Z_S(S)} \qquad (17)$$

$$A_2(S_1,S_2) = -\frac{K_2 Z_S(S) A_1(S_1) A_1(S_2)}{1+(K_1+sh_1)Z_S(S)} \qquad (18)$$

단, $s = s_1 + s_2$

$s_1 = j\omega_1$

$s_2 = \pm j\omega_2$

$$A_3(S_1,S_2,S_3) = \frac{\{K_3 A_1(S_1)A_1(S_2)A_1(S_3) + 2K_2\overline{A_1(S_1)A_2(S_2,S_3)}\}Z_S(S)}{1+(K_1+sh_1)Z_S(S)} \qquad (19)$$

단, $s = s_1 + s_2 + s_3$

$s_1 = j\omega_1$

$s_2 = \pm j\omega_2$

$s_3 = \pm j\omega_3$

식(19)에서 어떤 항 외에 실선을 그은 것은 그 항이 symmetric 이어야 한다는 것을 의미한다 [1].

마디전압 V_2를 신호원 전압 V_G에 관한 Volterra 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$V_2 = B_1(S) * V_G + B_2(S_1,S_2) * V_G^2 + B_3(S_1,S_2,S_3) * V_G^3 \qquad (20)$$

식(14)에서 Volterra 전달함수를 구하면

$$B_1(S) = \frac{R_L Z_S(S)}{(R_G+R_L+\frac{1}{Z_P(S)}M)Z_S(S)+M\{1-A_1(S)\}} \qquad (21)$$

단, $M = R_L R_G + R_e(R_L + R_G)$

$$B_2(S_1,S_2) = \frac{A_2(S_1,S_2)B_1(S_1)B_1(S_2)M}{(R_G+R_L+\frac{1}{Z_P(S)}M)Z_S(S)+M\{1-A_1(S)\}} \qquad (22)$$

단, $s = s_1 + s_2$

$s_1 = j\omega_1$

$s_2 = \pm j\omega_2$

$$B_3(S_1,S_2,S_3) = \frac{M}{(R_G+R_L+\frac{1}{Z_P(S)}M)Z_S(S)+M\{1-A_1(S)\}} \cdot \{\Upsilon + A_3(S_1,S_2,S_3)B_1(S_1)B_1(S_2)B_1(S_3)\} \qquad (23)$$

단, $s = s_1 + s_2 + s_3$

$s_1 = j\omega_1$

$s_2 = \pm j\omega_2$

$s_3 = \pm j\omega_3$

식(23)에서

$$\Upsilon = \frac{2}{3}\{A_2(S_2,S_1+S_3)B_1(S_1)B_2(S_1,S_3) + A_2(S_1,S_2+S_3)B_1(S_1)B_2(S_2,S_3) + A_2(S_3,S_1+S_2)B_1(S_3)B_2(S_1,S_2)\} \qquad (24)$$

출력전압 V_1을 신호원 전압 V_G에 관한 Volterra 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$V_1 = C_1(S) * V_G + C_2(S_1,S_2) * V_G^2 + C_3(S_1,S_2,S_3) * V_G^3 \qquad (25)$$

마찬가지로 식(15)의 관계식을 이용하여 Volterra 전달함수를 구해 보면 다음과 같다.

$$C_1(S) = B_1(S)\left\{1 + R_e\left\{\frac{1}{Z_P(S)} + \frac{1}{Z_S(S)}(1-A_1(S))\right\}\right\} \qquad (26)$$

$$C_2(S_1,S_2) = B_2(S_1,S_2)X(S) \qquad (27)$$

단, $s = s_1 + s_2$

$s_1 = j\omega_1$

$s_2 = \pm j\omega_2$

$$C_3(S_1,S_2,S_3) = B_3(S_1,S_2,S_3)X(S) \qquad (28)$$

단, $s = s_1 + s_2 + s_3$

$s_1 = j\omega_1$

$s_2 = \pm j\omega_2$

$s_3 = \pm j\omega_3$

식(28)에서 $X(S)$는 다음 식에 의하여 결정된다.

$$X(S) = \frac{R_L R_G}{R_L R_G + R_e(R_L+R_G)} \qquad (29)$$

두 개의 서로 다른 주파수 성분을 입력으로 주었을 때 혼변조에 의해 나타나는 여러 주파수 성분들은 적당한 필터를 써서 없앨 수 있다 [3].

그러나 2개의 주파수 성분을 매우 근접시키면 3차 혼변조 성분 $2\omega_1-\omega_2$나 $2\omega_2-\omega_1$은 passband 내에 들어가 오동작을 일으키게 된다. 이러한 경우 발생하는 3차 혼변조 왜곡은 앞서 구한 Volterra 전달함수를 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$IMD_3 = \frac{3}{4}\frac{A^3 C_3(S_1,S_1,-S_2)}{C_1(S_1)} \qquad (30)$$

4•실험 및 고찰

혼변조 왜곡 해석을 위해 사용된 쇼트키 다이오드의 V-I 특성 곡선은 그림-4와 같다.

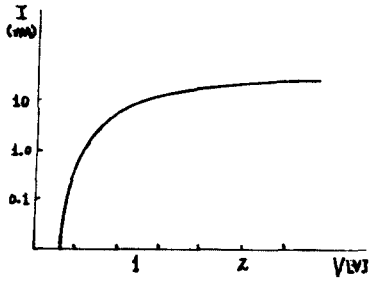

그림-4 V-I 특성곡선

Fig. 4 V-I characteristic

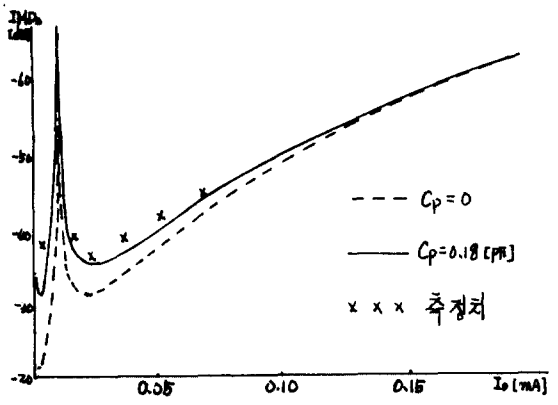

그림-5 다이오드 바이어스 전류에 대한 3차 혼변조 왜곡

fig. 5 Third-order Intermodulation distortion vs diode bias current

그림-5 에서 보듯이 package capacitance 성분을 고려 했을때와 무시 하였을 경우의 값이 높은 바이어스 전류에서는 차이가 없으나 낮은 바이어스 전류에서는 차이가 있음을 알 수 있다.

5•결 론

본 논문에서는 낮은 다이오드 바이어스 전류에서 package 커패시턴스가 3차 혼변조 왜곡에 미치는 영향을 고찰하여 보았다. 그결과 다이오드 회로에 있어서 package 커패시턴스를 고려 하였을때의 3차 혼변조 왜곡이 package 커패시턴스를 무시 하였을 때에 비하여 작음을 알 수 있다.따라서 ,낮은 바이어스 전류에서는 package 커패시턴스의 영향을 무시할 수 없음을 알 수 있다.

* 참고문헌 *

(1) A. Prochazka, R. Neumann,"High frequency distortion analysis of a semiconductor diode for CATV application", IEEE Trans. Consumer Electronics, Vol. CE- 21, No. 2,pp. 120~129,May, 1975

(2) A. Prochazka, P. Lancaster, R. Neumann, "Amplifier Linearization by Complementary Pre- or Post- Distortion",IEEE Trans. CABLE TELEVISION,Vol. CATV-1, No. 1, pp. 31~39, October,1976

(3) Tri T. Ha,"Solid-state Microwave Amplifier Design", John Willey & Sons,1981

(4) K. C. Gupta, Amarjit Singh,"Microwave integrated circuits", John Willey Sons,1974