한국통신학회 1985년도 추계학술발표회 논문집(1985. 11. 9) 85326

# BPSK 신호의 프리모듈레이숀 필터링에 관한 연구

°이 정 찬, 강 창 언
연세대학교 전자공학과

# A Study on Premodulation Filtering BPSK Signals

**Jeong Chan Lee, Chang Eon Kang**
'Dept. of Electronic Eng., Yonsei University

The power spectra of a BPSK signal has a $[\sin x/x]^2$ characteristic that may interfere with adjacent channels. To suppress the out-of-band interference, the sidelobes of the BPSK signal has to be removed by filtering at the transmitter. However, when this filtered signal is transmitted through a nonlinear channel, such as a TWT, the filtered sidelobes are regenerated. Therefore, it is necessary to generate the BPSK signal with a constant envelope.
This paper describes a method for generating a bandlimited BPSK signal with a constant envelope and proves its efficiency by experiment and computer simulation.

## 1. 서 론

BPSK (Binary phase shift keying) 변조 방식은 데이타를 RF 캐리어에 실어보내는 여러가지 디지탈 변조방식 중에서 에너지효율이 높은 방식으로 알려져 있다. 그러나 BPSK 신호는 $[\sin x/x]^2$의 주파수 대특성을 가지므로 인접 채널간의 간섭을 발생시키기 쉽다. 이때문에 premodulation 이나 postmodulation filtering 에 의해 BPSK 신호의 대역폭을 제한해서 전송해야 한다. 그러나 에너지 효율을 높이기 위해서 TWT 와 같은 RF 증폭기에서는 saturation 영역에서 증폭을 해야 하므로 이 영역의 nonlinearity 에 의해 filtering으로 줄어들었던 대역폭이 다시 확산된다. 이처럼 증폭기의 비선형성에 의해서도 대역폭이 확산되지 않게하기 위해서는 포락선이 일정한 BPSK 신호의 발생이 필요하게 된다.

기존의 BPSK 방식에서는 위상이 $0$과 $\pi$사이를 급격히 변화하여 위상의 변화점에서 zero-crossing 이 나타나지만 본 논문에서 다룬 MBPSK(ModifiedBPSK) 방식 에서는 위상이 $0$과 $\pi$사이의 통로를 경유하여 완만하게 변화 하도록 하여 포락선이 일정한 BPSK 신호를 발생시키게 된다. 이렇게 발생된 MBPSK 신호는 증폭기의 비선형 영역에서도 대역폭의 확산을 막을수 있으며 결과적으로 인접 채널과의 간섭을 현저히 줄일수 있고 에너지 효율을 더욱더 높일 수 있다.

본 논문에서는 이러한 MBPSK 변조 방식을 제안하고 실험 및 computer simulation 에 의해 그 효율성을 입증 하였다.

## 2. MBPSK 신호 발생의 수학적 근거

일반적으로 BPSK 신호는 다음의 식 (1)과 같이 나타낼수 있다.

$$m(t)=C\cos[w_o t+\theta(t)]$$
$$\text{where } \theta(t)=0^\circ \text{ or } 180^\circ \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

BPSK 신호의 위상은 아래 그림(1)에서와 같이 $0^\circ$인 ①점과 $180^\circ$인 ③점 사이를 급격히 순간적으로 변화하게 되며 이에 따라 filtering 시 위상이 변화하는 점에서 zero-crossing 이 일어난다. 그러나 위상의 변화를 ①②③혹은 ③②① 과 같이 그림의 반원을 따라 완만하게 해주면 envelope 이 일정한 BPSK 신호를 얻을 수 있다.

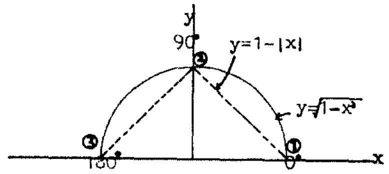



그림 1. BPSK 신호의 phase vecter diagram

$$X^2+Y^2=A^2 \Longrightarrow Y(t)=\sqrt{A^2-X^2(t)} \quad \text{.........(2)}$$
$$\simeq A-|X(t)| \quad \text{.........(3)}$$

그림(1)에서 점선으로 나타낸 chord 는 실선으로 나타낸 arc를 implementation 의 편의상 근사한 것이다.

2-1. chord 에 의한 근사적 MBPSK 신호의 발생

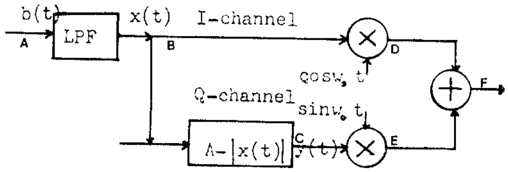



그림 2. chord 에 의한 MBPSK 신호의 발생 회로

output $Z(t)=X(t)\cos w_o t+\left[A-|X(t)|\right]\sin w_o t$ ...(4)

$$=B(t)\cos(w_o t-\phi(t)) \quad \text{.............(5)}$$

where $B(t)=\sqrt{A^2+2X^2(t)-2A|X(t)|}$

$$\phi(t)=\tan^{-1}\frac{A-|X(t)|}{X(t)}, \quad 0<\phi<\pi$$

식 (5)에서 envelop 인 B(t)는 가장 작은 값이 peak value의 0.707배 보다는 큰 값을 갖는 신호로 기존의 BPSK 신호보다 상당히 constant 값에 근사해 졌음을 알 수 있다.

2-2. arc에 의한 MBPSK 신호의 발생

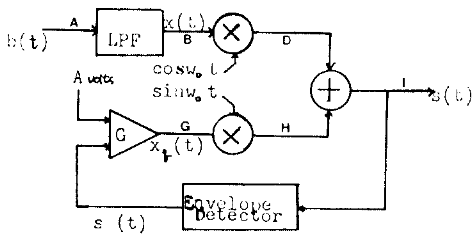



그림 3. arc 에 의한 MBPSK 신호의 발생회로

output $Z(t)=X(t)\cos w_o t+\left[\sqrt{A^2-X^2(t)}\right]\sin w_o t$

$$=A\cos\left(w_o t-\tan^{-1}\frac{\sqrt{A^2-X^2(t)}}{X(t)}\right) \quad \text{......(6)}$$

식 (6)에서 envelope 은 A 값으로 완전한 constant 값을 갖게 된다.

2-3. implementation의 이론적 배경

그림3에서 envelope-detector 의 output

$$Se(t)=\sqrt{X^2(t)+X_q^2(t)} \quad \text{.................(7)}$$
$$Xq(t)=G\left(A-\sqrt{X^2(t)+X_q^2(t)}\right) \quad \text{...........(8)}$$

where G:differential amp. gain

$$A-\left(\frac{X_q(t)}{G}\right)=\sqrt{X^2(t)+X_q^2(t)}$$

G 값이 매우 클 때

$$A\simeq\sqrt{X^2(t)+X_q^2(t)}$$
$$\therefore X_q(t)=\sqrt{A^2-X^2(t)}=Y(t) \quad \text{............(9)}$$

따라서 그림3과 같은 회로는 MBPSK 신호를 발생할 수 있음을 알 수 있다.

그림2와 그림3의 각 component에서의 파형을 살펴보면 다음 그림과 같다.

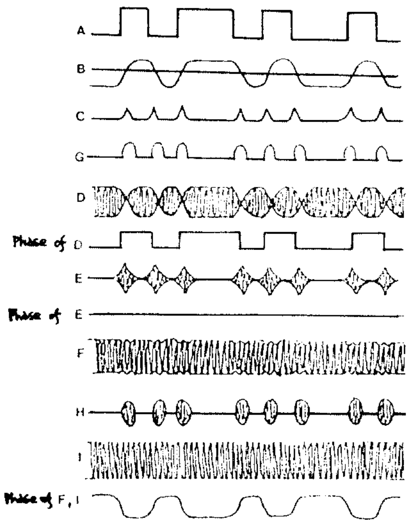



그림 4. MBPSK 회로 각component 의 파형

3. computer 에 의한 spectrum의 계산

3-1. Baseband signal X(t)의 spectrum

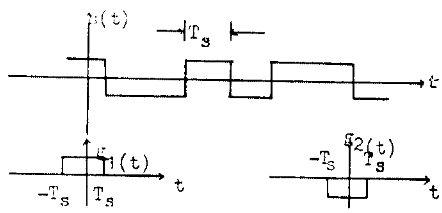



그림 5. random binary signal

그림5와 같이 "1" 상태인 $g_1(t)$와 "0" 상태인 $g_2(t)$가 random하게 반복되어 나타나는 binary 신호의 spectrum은 다음 식으로 쓸 수 있다. ( Bennette, 1958 )

$$S(f)=2f_s p(1-p)\left|G_1(f)-G_2(f)\right|^2 + f_s^2\left[pG_1(0)+(1-p)G_2(0)\right]^2\delta(f) + 2f_s^2\sum_{m=1}^{\infty}\left|pG_1(mf_s)+(1-p)G_2(mf_s)\right|^2\delta(f-mf_s) \quad \text{..........(10)}$$

where $f_s$=symbol rate

$G_1(f)=\mathcal{F}[g_1(t)]$ : Fourier Transform of $g_1(t)$

$G_2(f)=\mathcal{F}[g_2(t)]$ 〃 $g_2(t)$

p: $g_1(t)$ 의 발생 확률

1-p: $g_2(t)$ 〃

$p=1-p=0.5$ 일 때 식(10)으로 부터

$$S(f)=\frac{2}{f_s}\left|\frac{A\sin\pi f/f_s}{f/f_s}\right|^2 \quad \text{......................(11)}$$

X(t)는 위 그림5의 bindry 신호가 LPF를 통과한 신호이므로

$$S_x(f)=|H(f)|^2 S(f) = \frac{2}{f_s}|H(f)|^2\left|\frac{A\sin \pi f/f_s}{f/f_s}\right|^2 \quad \text{.................(12)}$$

where $H(f)$: premodulation filter transfer function

3-2. Baseband signal $Y(t)$의 spectrum.

식 $Y(t)=\sqrt{A^2 - X^2(t)}$ 로 부터 $Y(t)$를 구하기 위해서는 먼저 $X(t)$를 수식으로 근사해야 된다.

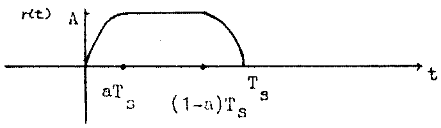



그림 6. $X(t)$의 수학적 근사.

$$r(t)=\begin{cases} A\sin\frac{\pi t}{2aT_s} & \text{for } 0<t<aT_s \\ A & \text{for } aT_s<t<(1-a)T_s \quad \text{...(13)} \\ A\sin\frac{\pi(T_s-t)}{2aT_s} & \text{for } (1-a)T_s<t<T_s \end{cases}$$

where $0<a<\frac{1}{2}$

$$p(t)=\sqrt{A^2-r^2(t)} = \sqrt{1-\sin^2\frac{\pi t}{2aT_s}} = A\cos\frac{\pi t}{2aT_s}$$

$$-aT<t<aT \quad \text{.................(14)}$$

즉 $Y(t)$는 $P(t)$가 random하게 발생되는 연속신호로 볼 수 있다.

$$Y_n(t)=\begin{cases} p(t-nT_s)=A\cos\frac{\pi}{2aT_s}(t-nT_s) & \text{with prob.}=0.5 \\ 0 & \text{with prob.}=0.5 \end{cases}$$

라 하면

$$Y(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}Y_n(t)$$

식(10)으로 부터 $g_1(t)=p(t), g_2(t)=0$ 으로 놓으면

$$S(f)=2f_s p(1-p)|p(f)|^2 + p^2 f_s^2 |p(0)|^2 \delta(f) + 2p^2 f_s^2\sum_{m=1}^{\infty}|p(mf_s)|^2\delta(f-mf_s) \quad \text{.............(15)}$$

$P(t)$의 Fourier Transform을 구하면

$$P(f)=\mathcal{F}[p(t)]=\frac{A}{\pi(\frac{f_s}{2a}-2f)}\sin\pi\left(\frac{1}{2}-\frac{2af}{f_s}\right)+\frac{A}{\pi(\frac{f_s}{2a}+2f)}\sin\pi\left(\frac{1}{2}+\frac{2af}{f_s}\right) \quad \text{..................(16)}$$

식(16)을 식(15)에 대입하면 $Y(t)$의 spectrum이 구해진다.

$$\begin{aligned} S_y(f)=&\,2f_s p(1-p)\left|\frac{A}{\pi(\frac{f_s}{2a}-2f)}\sin\pi\left(\frac{1}{2}-\frac{2af}{f_s}\right)+\frac{A}{\pi(\frac{f_s}{2a}+2f)}\sin\pi\left(\frac{1}{2}+\frac{2af}{f_s}\right)\right|^2 \\ &+p^2 f_s^2\left(\frac{4aA}{\pi f}\right)^2\delta(f) \\ &+2p^2 f_s^2\left|\frac{A}{\pi f_s(\frac{1}{2}-2m)}\sin\pi\left(\frac{1}{2}-2ma\right)+\frac{A}{\pi f_s(\frac{1}{2}+2m)}\sin\pi\left(\frac{1}{2}+2ma\right)\right|^2\delta(f-mf_s) \end{aligned} \quad \text{.....................(17)}$$

3-3. MBPSK signal $Z(t)$의 spectrum.

그림2 나 그림3에서 output $Z(t)$는 다음식과 같이 쓸 수 있다.

$$Z(t)=X(t)\cos 2\pi f_c t + Y(t)\sin 2\pi f_c t \quad \text{...........(18)}$$

따라서 $Z(t)$의 spectrum은

$$S_z(f)=\frac{1}{2}\left[S_x(f+f_c)+S_x(f-f_c)\right]+\frac{j}{2}\left[S_y(f+f_c)-S_y(f-f_c)\right]$$

양의 주파수 영역의 amplitude만을 그려하면

$$|S_z^+(f)|=\frac{1}{2}\sqrt{|S_x(f-f_c)|^2+|S_y(f-f_c)|^2} \quad \text{............(19)}$$

식(19)에서 보는 바와 같이 MBPSK신호의 spectrum은 Baseband 신호 $X(t)$와 $Y(t)$의 각각의 spectrum $S_x(f)$와 $S_y(f)$를 캐리어 주파수 $f_c$ 만큼 Shift 하여 얻을 수 있다. 실제 실험에서 사용된 값, 즉 data rate $f=30kHz, p=0.5, A=1, a=0.4, f_c=900kHz$를 식(12)와 식(15)에 대입하고 computer를 사용하여 spectrum을 그리면 아래 그림과 같다.

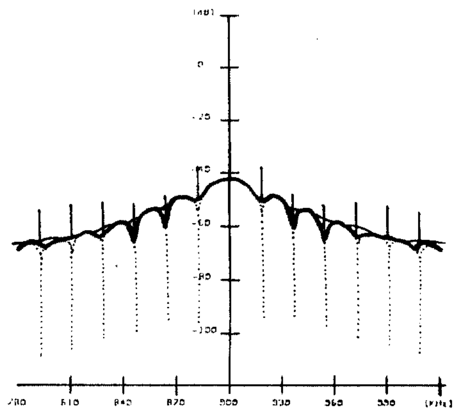
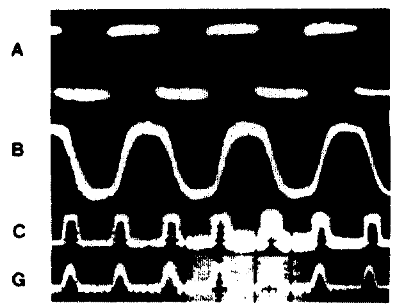


그림 7. MBPSK 신호의 spectrum

위의 그림에서 가는 실선은 chord에 의해 근사된 신호의 spectrum을, 굵은 실선은 정확한 MBPSK신호의 spectrum을, 점선은 종래의 BPSK 신호의 spectrum을 나타낸다.

## 4. 실험 결과 및 고찰

실험에 의해 각 component에서의 파형을 구하면 아래 사진과 같다.




다음페이지에 그림연결

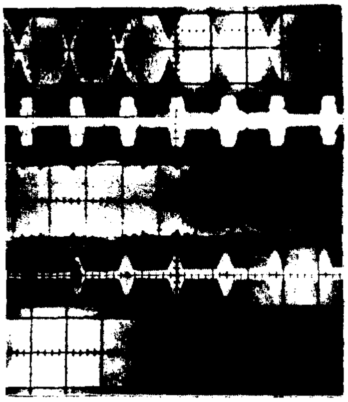



그림 8. 실험에 의한 각 component에서의 파형

실험에서 chord에 의한 근사식 $Y(t)=1-|X(t)|$ 는 NPN switching Tr을 사용한 회로로 구현했는데 이론에서 예측한 바와같이 constant 하기 보다는 약간의 fluctuation이 있는 파형을 얻을 수 있었으며 arc에 의한 정확한 MBPSK Q-channel 의 식 $Y(t)=\sqrt{1-X(t)}$ 는 differential amp.에 의한 feedback 회로로서 구현했는데 거의 완전한 constant envelope BPSK 신호를 얻을 수 있음을 증명했다.

## 5. 결 론

수학적 이론에 의한 constant-envelope BPSK 신호의 발생을 implementation에 의해 확인했으며 또한 computer simulation 에 의해 power spectrum 을 구하였다. 그 결과, spectrum은 종래의 BPSK 신호의 spectrum 과 비슷하지만 종래의 BPSK 신호와는 달리 MBPSK 신호는 constant envelope을 가지므로 RF 증폭기의 saturation 영역에 의한 증폭시에도 대역폭의 확산을 막고 에너지 효율을 상당히 높일수 있음을 확인하였다.

## 6. 참고문헌

1. K.Feher, Digital communication, Prentice-Hall, 1982
2. E. T. Dickerson, J. B. Warren, "Generation of Constant-envelope Signals", IEEE Trans. on commun. , vol. com-30, No.12, Dec.1982
3. H. Yazdani, K. Feher, "Constant Envelope Bandlimited BPSK signal", IEEE Trans. on commun., vol. com-28, No.6, June 1980
4. Bennette,"**Statistics of Regenerative Digital Transmission**",Bell Syst.J.,vol.37,Nov., 1958,pp1501-1542