

노 희삼, 장 의용, 김 성희, 나 영호  
진해 기계공장

Analysis of Acoustic Scattering Patterns by Elastic Cylindrical Shells

H. S. ROH, D. H. CHANG, S. H. KIM, J. Y. NA  
Chinhae Machine Depot

요약  
탄성 원통형 Shell 역사의 산란 이론을 추적해서 이 문헌에서는 산란 패턴을 설명하였다. 이 패턴은 음향학적 탄성 원통형 Shell의 주파수, 직경, 두께에 따른 산란 열점의 위치를 고찰하였다.

1. 서론

탄성 원통형 Shell 역사의 음파 산란에 관한 이론적인 수식은 유도한 R.D. Doolittle<sup>(1)</sup> 와 H. Uberall<sup>(2)</sup> 의 저작을 기본으로 하여 양양수에 따른 산란 열점의 위치를 산란 패턴을 설명하고 있다. 그리고 이 이론 수식을 패턴을 설명하여 탄성 원통형 Shell의 주파수, 직경, 두께에 따른 산란 열점의 위치를 고찰하고자 한다.

2. 패턴을 설명하는 방법

탄성 원통형 Shell의 산란 이론에 의하면 입사 음압은

$$P_i = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n \epsilon_n J_n(k, r) \cos n\theta \quad (1)$$

이고 산란 음압은

$$P_s = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n \epsilon_n b_n H_n^{(1)}(k, r) \cos n\theta \quad (2)$$

이다. 원통 Shell의 외경과 내경에서 외경 쪽으로 에 의하여 6개의 선형 방정식이 유도되며,  $b_n$ 은  $6 \times 6$  행렬식을 포함하고 행렬 요소는 Bessel 함수를 포함한다. 따라서 Bessel 함수와 행렬식의 수치 해석이 간단히 요구된다.

Bessel 함수의 근사식<sup>(3)</sup>

$$J_{n+a+1}(x) - \frac{2(n+a)}{x} J_{n+a}(x) + J_{n+a-1}(x) = 0 \quad (3)$$

으로부터  $J_{n+a}(x)$ 를 구하기 위하여

$$G_n = \frac{J_{n+a}(x)}{J_{n+a-1}(x)} \quad (4)$$

를 두면 (3) 식은

$$G_n = \frac{1}{\frac{2(n+a)}{x} - G_{n+1}} \quad (5)$$

를 만족한다. 여기에서

$G_{v+1} = 0$ 을 만족하는  $v$ 의 초기값을 구한 다음

$G_v, G_{v-1}, \dots, G_2$  값을 (5)식을 이용해서 구한다. 이때  $n=v, v-1, \dots, 1$ 이다.

따라서  $J_{k+a}(x) = G_k J_{k+a-1}(x)$ ,

$$k = 1, \dots, N \quad (6)$$

이다. 초기값  $J_a(x)$ 는 다음 항등식을 이용한다.

$$J_a(x) * \left[ 1 + \sum_{m=1}^N \frac{(a+m)!}{m!} \frac{\Gamma(a+m)}{\Gamma(a)} \prod_{k=1}^m G_k \right] = \frac{x^a}{\Gamma(a)} \quad (7)$$

$-(n+a)(x)$ 의 근사값

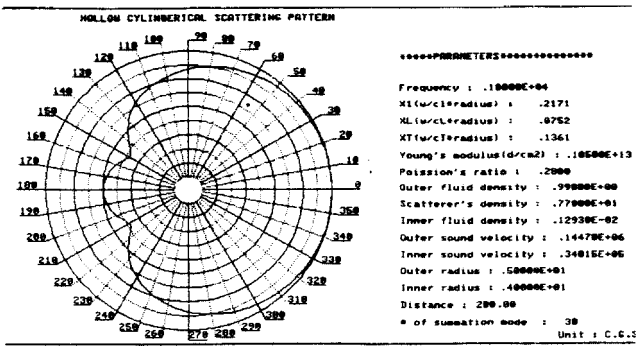
$$J_{-(n+a)}(x) = -\frac{2(n+a-1)}{x} J_{-(n+a-1)}(x) - J_{-(n+a-2)}(x) \quad (8)$$

를 이용하며 전개 방법은  $J_{n+a}(x)$ 와 동일하다.

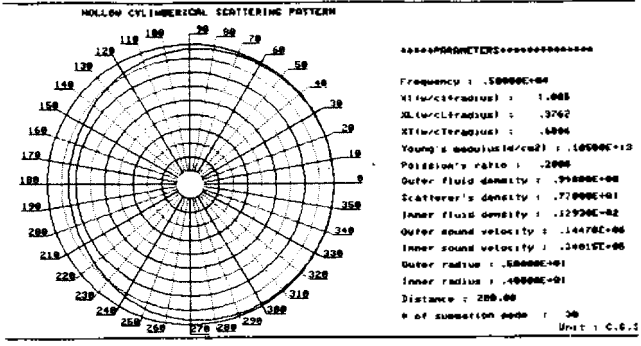
실계수  $(n \times n)$  차정 방정식 시스템을 Sweep-Out<sup>(3)</sup>법에 의하여 구한다. 계정 방정식 A를

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (9)$$

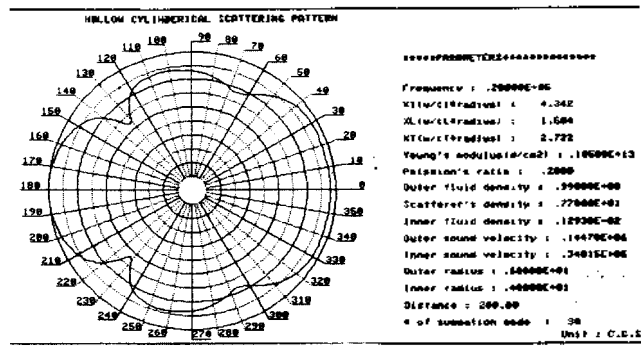
이라 하면 주(Pivot)의 선택을 위하여 행렬식 A의 각 요소에서 절대치가 최대인 것을 택하며



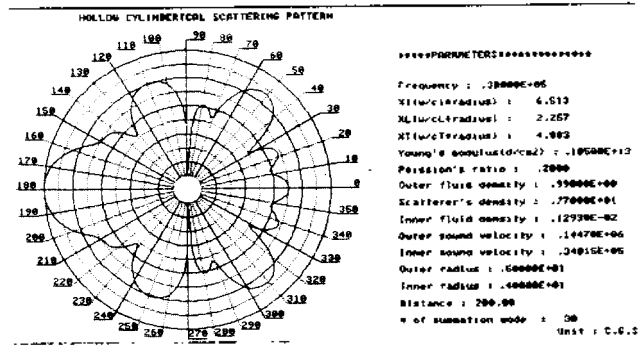
(그림 1). 산란 형태 (주파수 : 1 KHz)



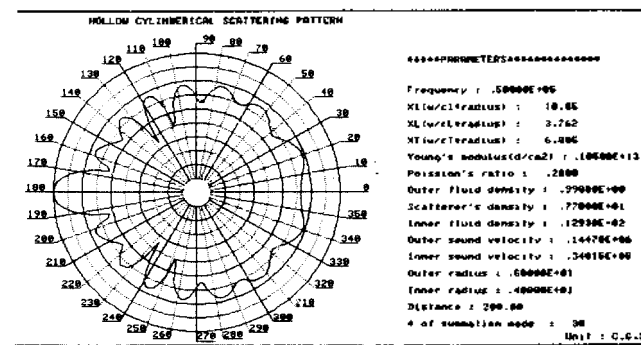
(그림 2). 산란 형태 (주파수 : 5 KHz)



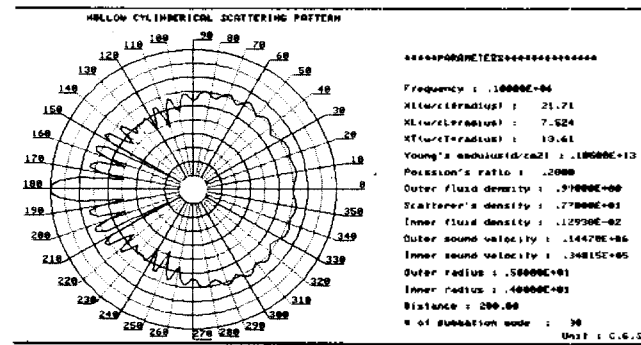
(그림 3). 산란 형태 (주파수 : 20 KHz)



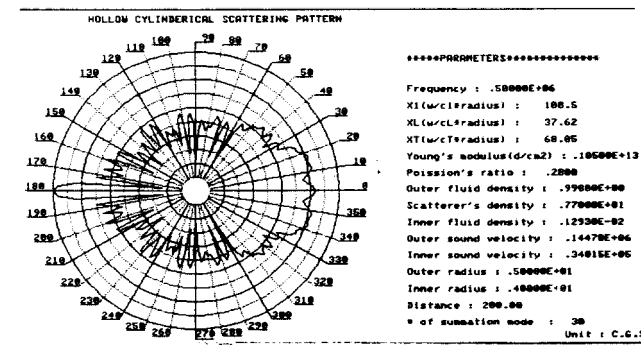
(그림 4). 산란 형태 (주파수 : 30 KHz)



(그림 5). 산란 형태 (주파수 : 50 KHz)



(그림 6). 산란 형태 (주파수 : 700 KHz)



(그림 7). 산란 형태 (주파수 : 500 KHz)

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k)} - \frac{a_{ik}^{(k)} \cdot a_{kj}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} \quad (40)$$

$i = 1, 2, \dots, n$   
 $j = k, (k+1), \dots, n$   
 $k = 1, 2, \dots, n-1$

이다. 식 (8)을 이용하여 행과 열의 교환을 (변 요소)에 대하여 행한다. 따라서 행렬식 A 는

$$A = (-1)^{P+Q} \begin{vmatrix} a_{11}' & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22}' & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & a_{nn}' \end{vmatrix} \quad (41)$$

와 같이 다각선 행렬로 변환되고 행렬식 값은

$$A = (-1)^{P+Q} \cdot a_{11}' \cdot a_{22}' \cdot \dots \cdot a_{nn}' \quad (42)$$

이다. 여기서 P', Q' 는 각각 Sweep-out (제거)를 통해서 행과 열의 교환 횟수이다.

방위각의 변화에 따른 산란파의 형태를 이론적으로 산출하기 위하여 산란강도를 정의된

$$SS = 10 \log I_s / I_i \quad \text{dB} \quad (43)$$

를 이용하였다. 여기에서  $I_s$  는 원통 Shell 의 음향 중심으로부터 1m 인 곳에서의 산란파의 강도이고  $I_i$  는 입사음의 강도이다. 이 산란강도식은 HP-7000 의 소형 계산기에 의한 Fortran 언어로 작성되었으며, 상기한 바와 같은 수치 해석 방법이 이용되었다.

### 3. 결과 및 고찰

(그림 1) - (그림 7)은 재질이 철(iron)인 원통 Shell 의 외경 50cm, 내경 40cm 일때 주파수를 1KHz - 500KHz 로 주변시에 산란형태를 도식한다. 이제  $Ra$  ( $k$ : 주파수,  $a$ : 원통 외경)는 약 0.42 - 104.47 의 범위를 가진다. 주파수가 작을 때는 후방산란(back scattering,  $\theta = 0^\circ$ )이 크며, 주파수가 증가하여  $ka$  가 커짐에 따라 방위각  $\theta$  에 따른 산란파형은 복잡한 fluctuation 을 보이며, 또한 회절 현상이 두드러지게 전방 산란(forward scattering,  $\theta = 180^\circ$ ) 의 효과가 커지게 된다.<sup>(4)</sup> 이 전방 산란의 이유로는 Geometrical wave 의 효과에 외한다.<sup>(5)</sup>

(표 1)은 각 재질의 물리적 특성을 보이고, (그림 8) - (그림 25)는 동일 원통 Shell 의 재질 변화에 따른 산란 형태와 동일 주파수일 경우의 원통 Shell 의 두께 변화에 따른 산란형태를 도식하나, 지면 관계상

표 및 그림 수를 생략한다.

### 참 고 문 헌

1. R.J. Doolittle and H. Überall, "Sound Scattering by Elastic Cylindrical Shells," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 39, No.2, 272-275, 1966.
2. M. Abramovitz and I. A. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables," Dover Publications, Inc., P331-494, 1965.
3. Shan S. Kuo, "Computer Application of Numerical Methods," Addison-Wesley Publishing Comp., P176-206, 1972
4. Philip M. Morse and K. Uno Ingard, "Theoretical Acoustics," McGraw-Hill Book comp., 400-407, 1968
5. Donald Brill and H. Überall, "Acoustic Waves Transmitted through Solid Elastic Cylinders," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 50, No. 3, 921-939, 1971