

노희철, 김원호, 김상희, 나영훈  
 철학기계연구소

Comparison between Theoretical and Experimental Scattering  
 Patterns by Elastic Cylindrical Shells

H. S. ROH, W. H. HIN, S. H. KIM, J. Y. NA  
 Chinhae Machine Depot

요약

R.D. Doolittle 과 H. Überall 에 의해 유도된 탄성 원통형 Shell 예제의 산란 이론을 계산 프로그램화하여 이론적 산란 실험을 산출하였다. 그리고 철( Iron )을 재료로 한 원통형 Shell 의 산란 강도를 측정, 프로그램의 이론치와 비교함으로써 산란 이론치가 탄성 원통 Shell 에 대한 산란 실험 예측에 유용함을 확인하였다.

1. 서론

탄성 원통형 Shell 에 대한 수평 예제의 음파 산란은 이론적으로 많이 연구되어 왔으며, R.D. Doolittle 과 H. Überall 은 탄성 원통형 Shell 예제의 음파 산란에 관한 일반적인 수식을 유도하였다. 본 연구에서는 이 수식을 기본으로 하여 계산 프로그램화함으로써 산출된 이론적인 산란 실험과 철( Iron )을 재료로 한 원통형 Shell 의 측정 산란 실험을 비교하고자 한다.

2. 산란 이론

R.D. Doolittle 과 H. Überall 에 의해 유도된 탄성 원통형 Shell 예제의 산란 이론에 의하면 입사 음파의 음압은

$$P_i = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n \epsilon_n J_n(k \cdot r) \cos n\theta \quad \dots (1)$$

이고 산란 음압은

$$P_s = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n \epsilon_n b_n H_n^{(1)}(k \cdot r) \cos n\theta \quad \dots \dots \dots (2)$$

이다.

원통형 Shell 의 외경  $r=a$  및 내경  $r=b$  예제의 경계 조건을 대입하면

$$b_n = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} \beta_1 & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} & 0 \\ \beta_2 & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} & 0 \\ 0 & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & \alpha_{35} & 0 \\ 0 & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} & \alpha_{45} & \alpha_{46} \\ 0 & \alpha_{52} & \alpha_{53} & \alpha_{54} & \alpha_{55} & \alpha_{56} \\ 0 & \alpha_{62} & \alpha_{63} & \alpha_{64} & \alpha_{65} & 0 \end{vmatrix} \quad (3)$$

이고,

$$D = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} & 0 \\ 0 & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & \alpha_{35} & 0 \\ 0 & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} & \alpha_{45} & \alpha_{46} \\ 0 & \alpha_{52} & \alpha_{53} & \alpha_{54} & \alpha_{55} & \alpha_{56} \\ 0 & \alpha_{62} & \alpha_{63} & \alpha_{64} & \alpha_{65} & 0 \end{vmatrix} \quad (4)$$

이며,  $x_1 = ak_1$ ,  $y_1 = bk_1$  을 이용하면 행렬식의 구성자는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \beta_1 &= (x_1/k_1)^2 J_n(x_1), \\ \beta_2 &= x_1 J_n'(x_1), \\ \alpha_{11} &= -(x_1/k_1)^2 H_n^{(1)}(x_1), \\ \alpha_{12} &= 2\mu x_1^2 J_n''(x_1) - \lambda x_1^2 J_n(x_1), \\ \alpha_{13} &= 2\mu x_1^2 N_n''(x_1) - \lambda x_1^2 N_n(x_1), \\ \alpha_{14} &= 2\mu n [J_n(x_1) - x_1 J_n'(x_1)], \\ \alpha_{15} &= 2\mu n [N_n(x_1) - x_1 N_n'(x_1)], \\ \alpha_{21} &= -x_1 H_n^{(1)'}(x_1), \\ \alpha_{22} &= -\rho_1 \omega^2 x_1 J_n'(x_1), \\ \alpha_{23} &= -\rho_2 \omega^2 x_1 N_n'(x_1), \\ \alpha_{24} &= \rho_1 \omega^2 n J_n(x_1), \\ \alpha_{25} &= \rho_2 \omega^2 n N_n(x_1), \\ \alpha_{31} &= 2n [x_1 J_n'(x_1) - J_n(x_1)], \\ \alpha_{32} &= 2n [x_1 N_n'(x_1) - N_n(x_1)], \\ \alpha_{41} &= -x_1^2 J_n''(x_1) + x_1 J_n'(x_1) - n^2 J_n(x_1), \\ \alpha_{42} &= -x_1^2 N_n''(x_1) + x_1 N_n'(x_1) - n^2 N_n(x_1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{11} &= 2xy^2 J_n''(y_1) - \lambda y^2 J_n'(y_1), \\
a_{12} &= 2xy^2 N_n''(y_1) - \lambda y^2 N_n'(y_1), \\
a_{13} &= 2\pi n [J_n'(y_1) - y_1 J_n''(y_1)], \\
a_{14} &= 2\pi n [N_n'(y_1) - y_1 N_n''(y_1)], \\
a_{15} &= -(y_1/k_2)^2 J_n(y_1), \\
a_{21} &= -\rho_2 \omega^2 y_1 J_n'(y_1), \\
a_{22} &= -\rho_2 \omega^2 y_1 N_n'(y_1), \\
a_{23} &= \rho_2 \omega^2 \pi J_n(y_1), \\
a_{24} &= \rho_2 \omega^2 \pi N_n(y_1), \\
a_{25} &= -y_1 J_n''(y_1), \\
a_{31} &= 2\pi [y_1 J_n'(y_1) - J_n(y_1)], \\
a_{32} &= 2\pi [y_1 N_n'(y_1) - N_n(y_1)], \\
a_{33} &= -y_1^2 J_n''(y_1) + y_1 J_n'(y_1) - n^2 J_n(y_1), \\
a_{34} &= -y_1^2 N_n''(y_1) + y_1 N_n'(y_1) - n^2 N_n(y_1).
\end{aligned}$$

### 3. 산란각도의 이론 산출과 추정 방법

방향각도의 변화에 따른 산란파의 형태를 이론적으로 산출하기 위하여 산란각도로 정의된

$$SS = 10 \log I_s/I_i \text{ (dB)} \dots\dots\dots (5)$$

을 이용하였다. 여기에서  $I_s$  는 원통 Shell 의 음향 중심으로부터 1m 인 곳에서의 산란파의 강도이고  $I_i$  는 입사음의 강도이다.

산란각도의 추정 분석은 진해기계장의 음향 구조 추정 분석체계를 이용하였으며, 송신기는 ITC-5003, 수신기는 B&K 8100 이었다.

대상 원통의 재질은 철로서 비중 7.7, Young's Modulus  $0.105 \times 10^{12}$ , Poisson's ratio 0.28, compressional velocity 4175.25m/s, shear velocity 2307.96 m/s 이었으며, 원통 Shell 의 내부는 공기(밀도  $1.293 \text{ Kg/m}^3$ )이다. 송수신 센서가 far field 조건을 만족하였으며, 추정 산란각도 산출식은

$$SS = DB - RSD - VTG - SLD + RGG + 20 \log (GW/PW) \dots(6)$$

이다. 여기에서

- SS : 산란각도 준위 (dB)
- DB : 원통에 의한 산란음의 추정치 (dB)
- RSD : 수신기의 수신 전압 감도
- VTG :  $20 \log V$ ,  $V$  : 송신기의 입력 전압
- SLD : 송신기의 송신 전압 투과
- RGG :  $20 \log R_1 + 20 \log R_2$
- R1 : 송신기와 원통 사이의 거리
- R2 : 원통과 수신기와의 거리

SW : Jetting Width

PW : 펄스 폭

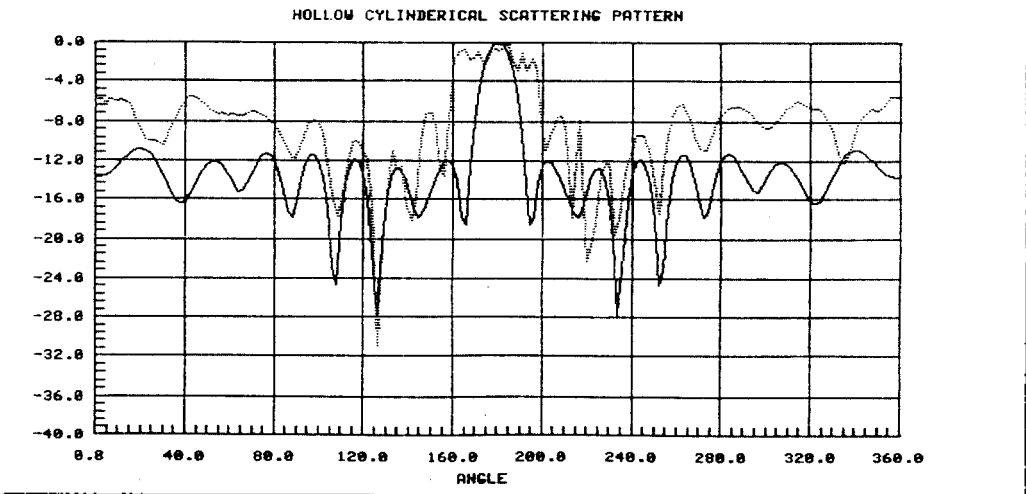
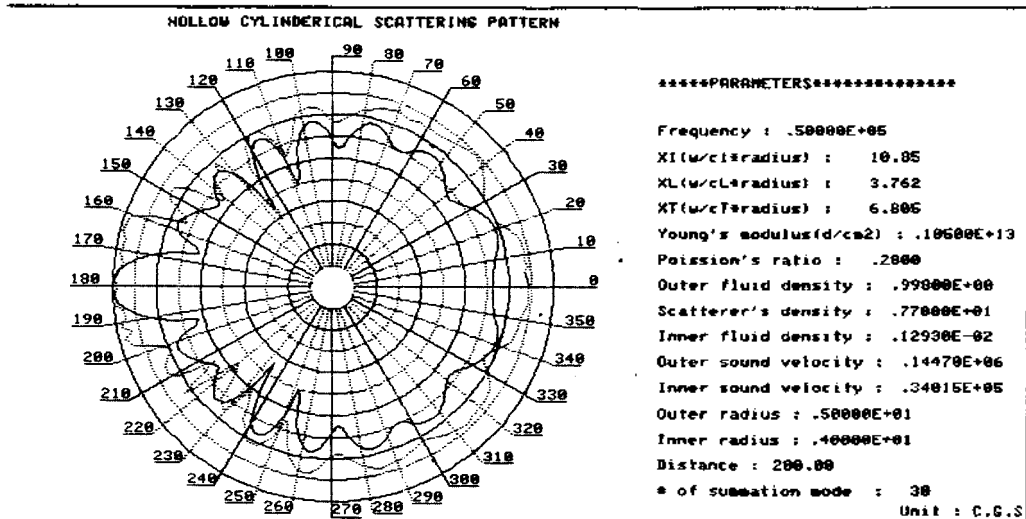
이다.

### 4. 결과 및 결론

(그림 1)은 이론 및 추정 산란 형태 비교이다.

추정주파수는 50 KHz, 원통 Shell 의 외경 5 Cm, 내경 4 Cm 이다. (그림 1)와 이론 및 추정 산란 형태 간 상대적 비교로서 편위각 범위각  $\theta = 180^\circ$  의 경우 산란 전위를 일치시켜 산란 형태를 비교하였다. 그러나  $\theta = 180^\circ$  부근의 추정 산란 전위는 송수신 센서의 지향각과 원통의 크기 및 외곽의 반경으로 인입사파와 산란파의 편위가 같아지기 때문에 오묘한 차분이다. 따라서  $\theta = 0^\circ$  방향 중심으로 한 추정 산란 각도와 주파수 산란 방향의 차분만이 유용하며, 그림에서는 범위각에 따른 산란 형태 비교만이 가능하다. 이때의  $\theta = 0^\circ$  예시의 산란각도, 추정 산란치는 이론치 -16.75dB, 추정치 -20.92dB 이다.

이론 및 추정 산란각도의 비교 결과 범위각에 따른 산란 형태는 비교적 좋은 일치율을 보여주고 있다. 다만 산란각도의 크기는 이론치에 비해 추정치가 약 4 dB 정도 낮은 결과를 수반하고 있으며, 이는 이론에서 원통 Shell 이 완전 반향을 가정함으로써 재질에 의한 흡수를 고려하지 않은 반면에 식(2)의 재질된 원통은 완전 반사체가 아니에 기인한다. 이와 같은 영향은 주파수가 가변하며, 크기와 두께가 다른 원통 Shell 의 자료 비교에서도 비슷한 결과를 보인다. 그러므로 Doolittle 과 Überall 에 의한 반향 원통 Shell 예시의 산란 수신은 완전 반향 원통 Shell 의 경우에는 산란 형태와 산란 각도가 일치한다고 볼 수 있으며, 산란 형태의 이론 산출의 유용함을 알 수 있다.



(그림 7). 이원외부층 (상판) 및 내부층 (하판)의 산란 패턴 비교 (단위 : cm, 속도 : cm/s)

참 고 문 헌

1. R.D. Doolittle and H. Uberall, "Sound Scattering by Elastic Cylindrical Shells," J. Acoust. Soc. Am. Vol 39, No. 2 272-275, 1966
2. Lawrence Flax and Werner G. Neubauer, "Acoustic Reflection from Layered Elastic Absorptive Cylinder" T. Acoust. Soc. Am., Vol 61, No.2, 307-312, 1977.