

이 장 규
이 달 오 *

서울대학교 공과대학
제어계측공학과

1. 서론

미사일과 같은 복잡한 시스템을 개발할 때 컴퓨터 시뮬레이션은 필수적으로 사용된다. 시뮬레이션은 통하여 개발하고자 하는 미사일이 원하는 성능을 발휘할 수 있는지 확인하게 되며, 개발된 미사일의 성능을 개선하고자 할 때 개선할 곳과 개선방법을 결정지을 수 있다. 이러한 컴퓨터 시뮬레이션은 미사일의 공력특성(aerodynamic behavior)을 정확히 묘사하는 미사일 모델을 중심으로 행하여지며, 미사일 모델은 공력계수(aerodynamic coefficients)를 써서 운동방정식을 세움으로써 구성되진다.

미사일 모델링은 여러번의 풍동실험을 통하여 그 계수들의 값을 정하는 모형법을 사용하는데, 실제 미사일이 대기중을 비행할 경우 풍동실험에서 나타났던 특성과 약간 다르게 되며 또한 예기치 않은 외계의 영향을 받게 된다. 따라서 비행시험에서 얻어진 데이터와 풍동실험에서 얻어진 데이터를 사용하여 실제 미사일의 모델을 추정하는 필터링 기법을 사용하여야 한다.

본 연구에서는 필터링기법으로 확장칼만필터(extended kalman filter, EKF)와 최대공산추정법(maximum likelihood method, ML)을 사용하여 미사일의 공력계수를 추정 비교하였으며, 측정기로 3축의 가속도를 측정하는 가속도계와 3축의 각속도를 측정하는 레이트자이로(rate gyro)를 사용하여 잡음(noise)이 섞인 측정치를 얻었다.

2. 미사일의 모델링

비행하는 미사일의 운동은 자유도가 여섯인 운동식으로 완전히 표시할 수 있으며, 일반적인 운동식은 다음과 같이 12 개의 상태변수로 구성되진다. (2)

$$\dot{\underline{v}}^B = \frac{QAC_f}{m} + \frac{f_T}{m} + C_B^I \underline{g}^I - \underline{\omega} \times \underline{v}^B + \underline{r}_f \quad (1)$$

$$\dot{\underline{r}}^I = C_B^I \underline{v}^B \quad (2)$$

$$\dot{\underline{c}} = [I_N^{-1}] \{ QAD C_m - QAC_E \times C_f + m_T - \begin{bmatrix} qr (I_z - I_y) \\ rp (I_x - I_z) \\ pq (I_y - I_x) \end{bmatrix} + \underline{r}_m \} \quad (3)$$

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ (q \sin \phi + r \cos \phi) / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

이 방정식들의 왼쪽항은 12개의 미사일 상태변수들의 미분치를 나타내며 3개의 요소들로 구성된 벡터이고 다음과 같이 정의된다 :

- \underline{v}^B : 미사일 동체좌표계로 표시한 관성좌표계에서의 속도
 - \underline{r}^I : 관성좌표계에서의 미사일 중심점의 위치벡터
 - $\underline{\omega}$: 동체좌표계로 표시된 관성좌표계에 대한 각변화
 - \underline{v} : 오일러 각 벡터(Euler angles)
- 식에서 사용된 기호들은 다음의 양들을 나타낸다.

- Q = 동압력
- A = 미사일의 공력기존면적
- C_f = 공력임 계수
- D = 미사일의 공력기존길이
- m = 미사일의 질량
- f_T = 추진력 벡터
- r_f = 가속도 교란입력
- $I_N = I_x, I_y, I_z$ 를 포함하는 관성행렬

C_m = 공력 모멘트 계수
 c_g = 공력 기준점으로부터 중심점까지의 위치 벡터
 m_T = 추진력 모멘트 벡터
 r_m = 모멘트 교란 입력

미사일의 공력 힘 계수 C_f 및 공력 모멘트 계수 C_m 은 공격각, 횡전각, 마하수, 제어용 편각, 미사일 동체의 각속도등의 함수이며 공력 힘 및 모멘트는 이러한 변수들의 Taylor 급수로써 나타낸다.

본 연구에서는 표1과 같이 11개의 공력 계수를 사용하여 시뮬레이션하였다.

표 1. 공력 계수 모델

x 축 힘	AQC_{x_0}
y 축 힘	$AQ(C_{y\beta}\beta + C_{y\delta r}\delta r)$
z 축 힘	$AQ(C_{z\alpha}\alpha + C_{z\delta r}\delta r)$
x 축 모멘트	0
y 축 모멘트	$ADQ(C_{M\alpha}\alpha + C_{M\delta q}\delta q + C_{Mq}\frac{D}{2V_T})$
z 축 모멘트	$ADQ(C_{N\beta}\beta + C_{n\delta r}\delta r + C_{Nr}\frac{r}{2V_T})$

3. EKF와 ML의 계수추정 비교

단거리 공대공 미사일에 확장칼만필터와 최대공산 추정법을 적용하여 공력 계수를 추정하였으며, 시뮬레이션에서 미사일은 고도 22,000 피트, 마하수 1.1의 상태에서 발사되었다. 시뮬레이션은 발사된 후부터 2초간 행하였으며 샘플링 주기는 0.025초로 하였다.

본 연구에서 사용된 11개 공력 계수의 초기치와 EKF 및 ML을 수행하여 추정한 공력 계수값을 표2에 나타내었다.

본 연구에서 사용된 공력 계수의 초기치 및 EKF와 ML의 계수 추정치를 표2에 나타내었다. 표2에서 실제모델은 측정치를 얻은 계수들로 구성되며 이는 필터모델의 평균치에 그것의 25%에 해당하는 표준편차를 가진 Gaussian 잡음을 첨가한 것이다. 필터모델은 필터를 수행하기 위한 초기 공력 계수의 평균치를 나타내며 그 표준편차는 평균값의 25%로 하였다. 실제모델의 출력인 가속도와 각속도를 측정하는 측정기의 오차 크기는 가속도 계를 2.0ft/sec² 레이트자이로를 0.02rad/sec 로 하였다.

표2. 공력 계수 초기치 및 추정치

공력 계수	실제모델	필터모델	EKF	ML
C_{x_0}	-1.99	-1.63	-1.97	-1.94
$C_{y\beta}$	-33.5	-43.6	-35.0	-39.5
$C_{y\delta r}$	-0.049	-0.04	-0.043	0.148
$C_{z\alpha}$	-42.1	-43.6	-39.7	-38.7
$C_{z\delta q}$	-0.041	-0.04	-0.044	-0.026
$C_{M\alpha}$	-172.0	-200.6	-179.9	-167.8
$C_{M\delta q}$	3.26	2.9	3.36	3.66
C_{Mq}	-10432	-12500	-11276	-11294
$C_{N\beta}$	166.5	200.6	161.7	166.3
$C_{n\delta r}$	-2.49	-2.9	-2.29	-2.7
C_{Nr}	-12892	-12500	-11111	-9750

두 방법으로 추정한 계수들의 성능을 비교하기 위하여 널리 사용되고 있는 정규 계수오차(normalized parameter error)를 사용하였으며 다음과 같이 정의된다.

$$NPE = V(\hat{\theta}(t)) = \frac{\|\theta_0 - \hat{\theta}(t)\|}{\|\theta_0\|} \quad (5)$$

여기서 θ_0 는 실제 계수이며 $\hat{\theta}(t)$ 는 추정된 계수이다. 식(5)에서 알 수 있듯이 NPE가 작을수록 추정 결과가 좋다.

아래와 같이 몇가지 조건을 변화시키면서 EKF와 ML의 계수추정 결과를 비교하였으며, 이를 표3에 나타내었다.

CASE 1 : 표2의 NPE

CASE 2 : 측정잡음의 표준편차를 1/10으로 하였을 경우

CASE 3 : 상태변수의 초기분산 P_0 를 1/2로 하였을 경우. 즉, 상태변수의 초기치에 대한 정보가 정확한 경우

CASE 4 : 실제모델의 정보가 거의 없는 경우로서 필터모델의 계수값을 실제모델의 약 1/4로 하여 수행한 경우

표3. NPE에 의한 EKF와 ML의 비교

NPE	필터모델	EKF	ML
CASE 1	0.1269	0.1188	0.1964
CASE 2	0.1269	0.0534	0.0594
CASE 3	0.1269	0.0429	0.0180
CASE 4	0.7785	0.4362	0.2770

표3에 나타난 결과로 알 수 있는 것은

- (1) 상태변수의 초기치를 정확히 알때 두 기법은 모두 추정치가 실제값에 가깝게 되며, ML의 계수추정 결과가 EKF보다 낫다.
- (2) 측정오차가 작아지면 EKF, ML중이 개선된다.
- (3) ML의 경우 계수의 분산을 필요로 하지 않으며, 계수의 초기값에 무관하게 실제 계수에 수렴하므로 초기계수의 정보가 거의 없는 시스템에 적합하다.

이와 같이, 측정잡음이 많은 실제 비행시험 데이터가 주어졌을 경우 ML을 먼저 수행한 후, 추정한 계수를 이용하여 EKF를 수행하면 실제계수를 보다 정확히 추정할 수 있다.

4. 결론

풍동시험에만 의존한 미사일 모델링의 안개를 극복하기 위하여 필터링 기법을 사용하여야 하는데, 본 연구에서는 EKF와 ML을 이용하여 비행시험 데이터로부터 공력 계수를 추정하였다. ML에서 공산함수를 최대화시키는 계수를 구하는 최적추정자로 수렴성이 좋은 Modified Newton-Raphson 방법을 이용하였으며 계산시간을 단축하기 위하여 간단한 형태로 간략화하였다. 두 기법은 공기 필터링 기법을 사용하지 않는 경우보다 나은 계수를 추정하였고, 계수들의 초기 정보가 거의 없는 경우 ML이 EKF보다 나은 성능을 발휘하였다.

참고 문헌

1. Charles M. Brown, "An Extended Kalman Filter for Estimating Aerodynamic Coefficients," The Analytic Sciences Corp., Report No. TR-636-1, December 1976.
2. James E. Kain, Charles M. Brown, Jr., and Jang G. Lee, "Missile Aerodynamic Parameter and Structure Identification Flight Mechanics Conference Palo Alto, Calif., 1978.
3. W. Earl Hall, Jr. and Narendra K. Gupta, "System Identification for Nonlinear Aerodynamic Flight Regimes," J. of craft, vol.14, No.2, pp.73-80, February 1977.

4. N.K. Gupta and Raman K. Mehra, "Computational Aspects of Maximum Likelihood Estimation and Reduction in Sensitivity Function Calculations," IEEE Trans. Automatic Control, vol.AC-19, No.6, pp.774-783, December 1974.
5. Ravindra Jategaonker und Ermin Plaetsche, "Maximum Likelihood Parameter Estimation from Flight Test Data for General Non-Linear Systems," Technical Report No. DFVLR-FB 83-14, Institute für Flugmechanik Bräunschweig, February 1983.
6. Etkin, B., Dynamics of Atmospheric Flight, John Wiley & Sons, New York, 1972.
7. Gelb, A. (ed.), Applied Optimal Estimation, MIT Press, Cambridge, Mass., 1974