하계학술회의

논문85- I -11

유도 전동기의 가변속 최적 제어계에 대한 해석

(The Analysis on Adjustable Speed-optimal Control System for Induction Motor)

백 수 현 동 국 대
김 용* 동 국 대
김 일 남 대유 전문 대

1. 서 론

본 연구는 농형 유도 전동기의 전기-기계계를 상태 방정식으로 표현하고[1,2], 현대 제어 이론의 관점에서 새로운 가변속 제어 시스템을 설계하는 데 주안점을 둔다.
이를 위하여 전압의 직축 성분과 전원 각주파수를 제어 입력 변수로 하고 전류의 4개 성분과 회전 속도를 상태 변수로 하여 비선형 시스템인 유도 전동기계를 표현하고 이를 임의의 동작점 주위에서 선형화[3] 한다.
이 결과로 얻어진 선형화 시스템에 적응 제어의 개념을 도입하여 전동기계의 파라미터가 다소 변동하더라도 출력 응답의 정상 편차를 줄이고 구하고자 하는 동특성을 갖도록 유도 전동기의 최적 제어계를 설계하고자 한다.

2. 본 론

2.1 유도 전동기의 상태 방정식 유도

회전기에 있어서 3상-2상 변환은 전압 전류 자속등에 대해 순시적인 변환이라고 생각되므로 유도 전동기는 3상-2상 변환을 행한 후 2상 유도 전동기로 보고 해석하는 것이 가능하다. 이때 2상 유도전동기의 임피이던스 행렬 및 2차 자속의 관계식은 식(1),(2)로 표현되고, 식(1),(2)를 고정 좌표계에 대해 ϕ의 각을 갖는 회전 좌표계로 변환하면 식(1),(2)는 식(4),(5)로 변환된다.

$$\begin{bmatrix} V_{1\alpha} \\ V_{1\beta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+pL_1 & 0 & pM & 0 \\ 0 & R_1+pL_1 & 0 & pM \\ pM & \omega M & R_2+pL_2 & \omega L_2 \\ -\omega M & pM & -\omega L_2 & R_2+pL_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2\alpha} \\ i_{2\beta} \end{bmatrix} \quad \cdots (1)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{2\alpha} \\ \phi_{2\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & M & 0 & L_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2\alpha} \\ i_{2\beta} \end{bmatrix} \quad \cdots (2)$$

$$\dot{\phi} = \omega_0 \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

$$\begin{bmatrix} V_{1d} \\ V_{1q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+pL_1 & -\omega_0 L_1 & pM & -\omega_0 M \\ \omega_0 L_1 & R_1+pL_1 & \omega_0 M & pM \\ pM & -(\omega_0-\omega)M & R_2+pL_2 & -(\omega_0-\omega)L_2 \\ (\omega_0-\omega)M & pM & (\omega_0-\omega)L_2 & R_2+pL_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} \quad \cdots (4)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{2d} \\ \phi_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & M & 0 & L_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} \quad \cdots (5)$$

식(4)에서 미분 연산자가 포함된 항을 분류하여 다시 정리하면 식(6)을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{1d} \\ \dot{i}_{1q} \\ \dot{i}_{2d} \\ \dot{i}_{2q} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} -R_1L_2 & \sigma^2\omega_0+M^2\omega & R_2M & \omega ML_2 \\ -\sigma^2\omega_0-M^2 & -R_1L_2 & -\omega ML_2 & R_2M \\ R_1M & -\omega ML_1 & -R_2L_1 & \sigma^2\omega_0+L_1L_2\omega \\ \omega ML_1 & R_1M & -\sigma^2\omega_0+L_1L_2\omega & -R_2L_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix}$$

$$+\frac{1}{\sigma^2}\begin{bmatrix} L_2 & 0 & -M & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & -M \\ -M & 0 & L_1 & 0 \\ 0 & -M & 0 & -L_1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} V_{id} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

또한 기계계의 방정식, 즉 토오크 출력은 식(7)로 표현되며 이를 부하특성(8)과 동가로 보면 식(9)가 유도된다.

$$T_e = \phi_{2q} i_{2d} - \phi_{2d} i_{2q} = M(i_{1q} i_{2d} - i_{1d} i_{2q}) \cdots (7)$$

$$T_e = T_L + B\omega + Jp\omega \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

$$\dot{\omega} = -(B/J)\omega + (M/J)(i_{1q} i_{2d} - i_{1d} i_{2q}) - (1/J)T_L \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

T_L: 부하토오크, B: 점성마찰계수
J: 부하의 관성능률

따라서 유도 전동기의 상태 방정식은 식(10)으로 표현된다.

$$\begin{cases} \sigma^2 \dot{i}_{1d} = -R_1 L_2 i_{1d} + \sigma^2 \omega_0 i_{1q} + M^2 \omega i_{1q} + R_2 M i_{2d} + M L_2 \omega i_{2q} + L_2 V_{id} \\ \sigma^2 \dot{i}_{1q} = -\sigma^2 \omega_0 i_{1d} - M^2 \omega i_{1d} - R_1 L_2 i_{1q} - M L_2 \omega i_{2d} + R_2 M i_{2q} \\ \sigma^2 \dot{i}_{2d} = R_1 M i_{1d} - M L_1 \omega i_{1q} - R_2 L_1 i_{2d} + \sigma^2 \omega_0 i_{2q} - L_1 L_2 \omega i_{2q} - M V_{id} \\ \sigma^2 \dot{i}_{2q} = M L_1 \omega i_{1d} + R_1 M i_{1q} - \sigma^2 \omega_0 i_{2d} + L_1 L_2 \omega i_{2d} - R_2 L_1 i_{2q} \\ \dot{\omega} = (M/J)(i_{1q} i_{2d} - i_{1d} i_{2q}) - (B/J)\omega - (1/J)T_L \end{cases} \cdots\cdots\cdots (10)$$

2-2. 선형화 시스템에서의 최적 제어계 설계

식(10)으로 표현된 상태 방정식을 각 상태변수 및 제어 입력 변수로 편미분함에 따라 임의의 평형점에 대한 선형화 시스템을 유도할 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + ET_L \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

$$x = (i_{1d}\ i_{1q}\ i_{2d}\ i_{2q}\ \omega)^T$$

$$u = (V_{id}\ \ \omega_0)^T$$

이때 식(11)의 각각의 계수행렬은 다음과 같다.

A	i_{1d}	i_{1q}	i_{2d}	i_{2q}	ω
$\sigma^2\dot{i}_{1d}$	$-R_1L_2$	$\sigma^2\omega_{os}+M^2\omega_s$	R_2M	$ML_2\omega_s$	$M^2 i_{1qs}+ML_2 i_{2qs}$
$\sigma^2\dot{i}_{1q}$	$-\sigma^2\omega_{os}-M^2\omega_s$	$-R_1L_2$	$-ML_2\omega_s$	R_2M	$-M^2 i_{1ds}-ML_2 i_{2ds}$
$\sigma^2\dot{i}_{2d}$	R_1M	$-ML_1\omega_s$	$-R_2L_1$	$\sigma^2\omega_{os}-L_1L_2\omega_s$	$-ML_1 i_{1qs}-L_1L_2 i_{2qs}$
$\sigma^2\dot{i}_{2q}$	$ML_1\omega_s$	R_1M	$-\sigma^2\omega_{os}+L_1L_2\omega_s$	$-R_2L_1$	$ML_1 i_{1ds}+L_1L_2 i_{2ds}$
$\dot{\omega}$	$-(M/J)i_{2qs}$	$(M/J)i_{2ds}$	$(M/J)i_{1qs}$	$-(M/J)i_{1ds}$	$-(B/J)$

B	V_{id}	ω_0
$\sigma^2\dot{i}_{1d}$	L_2	$\sigma^2 i_{1qs}$
$\sigma^2\dot{i}_{1q}$	0	$-\sigma^2 i_{1ds}$
$\sigma^2\dot{i}_{2d}$	$-M$	$\sigma^2 i_{2qs}$
$\sigma^2\dot{i}_{2q}$	0	$-\sigma^2 i_{2ds}$
$\dot{\omega}$	0	0

E	T_L
$\sigma^2\dot{i}_{1d}$	0
$\sigma^2\dot{i}_{1q}$	0
$\sigma^2\dot{i}_{2d}$	0
$\sigma^2\dot{i}_{2q}$	0
$\dot{\omega}$	$-1/J$

식(11)에서 각각의 행렬요소의 평형점은 정상상태의 동가회로와 임피이던스 행렬을 이용하여 구해진다. 이때 전동기의 회전속도 ω는 $\omega = (1-s)\omega_0$ 로부터 구해지며 나머지 4개의 상태변수는 식(6)의 미분항을 0으로 놓음으로서 식(12)와 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} i_{1ds} \\ i_{1qs} \\ i_{2ds} \\ i_{2qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & -\omega_0 L_1 & 0 & -\omega_0 M \\ \omega_0 L_1 & R_1 & \omega_0 M & 0 \\ 0 & -(\omega_0-\omega)M & R_2 & -(\omega_0-\omega)L_2 \\ (\omega_0-\omega)M & 0 & (\omega_0-\omega)L_2 & R_2 \end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} V_{id} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdots (12)$$

이제 식(11)의 선형화 시스템에 대해 최적제어계를 구성한다.

먼저 출력변수를 $\quad y = (i_{1q}\ \ \omega)^T = Cx \cdots\cdots (13)$

설정치를 $\quad u_0 = (i_{1q}^s\ \ \omega^s)^T \cdots\cdots (14)$

평가함수 $\quad J = \int_0^\infty (\bar{x}_e^T Q \bar{x}_e + v_e^T R v_e)\,dt \cdots\cdots (15)$

식(15)의 평가함수를 도입하고 이를 최소로 하는 문제를 고려한다.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A-BK_1 & B \\ -K_2C & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_2 \end{bmatrix} u_0 \equiv A_0 \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + B_0 u_0 \cdots\cdots (16) \\ y = Cx \cdots\cdots\cdots\cdots (17) \end{cases}$$

식(15)에서 하중행렬 Q는 상태변수 x와 제어입력 u를 모두 포함하므로 이를 간단히 하기 위해 대각행렬로 하며, 전류를 나타내는 상태변수의 하중계수를 0으로 하고 회전속도 ω에 대한 항을 크게 하여 제어입력에 대한 2계수의 조합을 여러가지로 함에 따라 식(16)을 설계할 수 있게 된다.

최적 추종 제어계(16),(17)의 설계에 있어 필요충분조건은 $|Z|=0$ 가 된다. 그 경우 최적 추종 제어계는 식(15)의 평가함수를 최소화하여 얻어지는 Riccati 방정식의 정상해 $\bar{P}$ 를 사용하여 K_1, K_2 에 의해 제어계를 설계할 수 있게 된다. 따라서 식(16),(17)은 출력 변수 y 가 설정치 a_o에 추종하는 서어보 계가 된다고 할 수 있게 된다.

3. 결 론

농형 유도 전동기에 대한 선형화 시스템을 유도 하였으며 이를 기초로 적용제어의 개념이 도입된 최적 추종 제어계를 설계하였다. 평가함수를 나타낸 식(18)에서 하중행렬 Q는 상태변수에 제한을 주는 조건으로서 상태에 조건이 없는 경우($Q=0$)를 제외하고는 Q가 대각행렬일 때 가장 간단한 형태를 지니게 된다.

그러나 평가함수의 하중행렬 Q, R 의 선정이 곤란한 점으로 여겨지며 앞으로 이의 선정방법에 대한 구체적인 결정법이 제시된다면 최적제어계의 설계에 큰 도움이 되리라 생각된다.

4. Reference

1. M.L.MacDonald and P.C.Sen, "Control loop Study of Induction Motor Drives Using DQ Model" IEEE/IAS 1978 Annual Meeting, pp.897-903, 1978.
2. Thomas A.Lipo and Paul C.Krause,"Stability Analysis of Rectifier Inverter Induction Motor Drive" IEEE Trans. Power App. Syst. vol.PAS-88. pp55-66. Jan 1969.
3. 백수현, 김용, 김일남, "가변속 제어 유도 전동기계의 상태 공간법 적용 해석" 대한전기학회 하계 논문집 PP 38-40,1984.