

## 유한 요소법 적용을 위한 요소 분할

Mesh Generation for F.E.M.

한국 학술회의

논문 85-1-3

한 송 염  
박 도 영\*

서 울 대  
서 울 대

### 1. 서 론

전기나 자게 해석에 유한 요소법은 대단히 정확한 근사해를 얻을 수 있는 방법이지만 이를 적용하려면 해석하려는 영역을 이산화(discretization) 해야 한다. 형태의 차이, 재질의 차이, 전류원의 유무, 그리고 종점적으로 해석할 부분 및 해의 변화가 급격하여 결과에 많은 영향을 줄 수 있는 부분을 고려하여 요소의 수 및 크기를 결정해야 한다. 현재까지는 이 과정에 있어서 상당한 경험을 필요로 했고, 분할된 요소의 정보를 일일이 입력시켜 주어야 했는데 형태가 복잡한 경우나 요소의 수가 많이 필요한 경우에는 대단히 많은 시간과 노력이 필요했다.

본 연구에서는 해석하려는 영역을 몇 개의 영역으로 다시 분할하여서 각 영역에서 원하는 크기의 삼각형 요소로 이산화가 자동적으로 이루어지는 컴퓨터 프로그램을 개발하는데 목적을 두었다.

### 2. 본 론

해석 영역 내에는 이질 재질 및 전류원 등 특성이 현저하게 다른 영역이 포함되므로 전 영역을 몇 개의 소 영역으로 분할하여 고려하는 것이 좋다. 요소는 1차 삼각형 요소를 선택하였다.

프로그램은 크게 절점의 생성과 삼각형화의 두 단계로 나뉘어 지는데, 절점의 생성에서는 각 소 영역에서 후에 연결하여 요소가 될 절점을 만든다. 삼각형화에서는 생성된 절점들을 각 소 영역별로 연결하여 삼각형 요소를 만들고 적합한지를 조사한다.

#### (1) 절점의 생성

각각의 소 영역에서  $r_i$ 에 따라서 격자를 형성하여 영역을 구분한다.

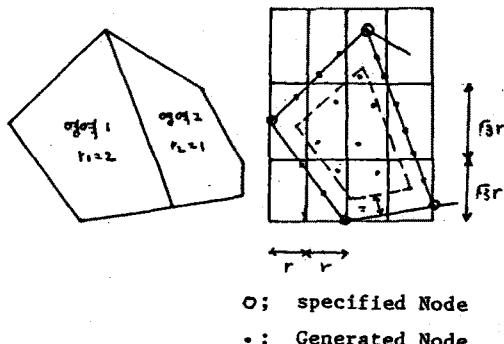


그림 1. 영역 분할과 절점의 생성

절점의 생성은 각 소 영역별로 하는데 우선은 각 변에서  $r_i$ 에 따라 절점을 만들고 다음에 각 격자에서 두 개의 점  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 를 만든다. 여기서 생긴 절점을 후에 연결해서 정삼각형이

이루어 지도록 해야 하기 때문에 각자의 원점을  $(x_0, y_0)$ 라 하면 첫번째 각자에서의 두점의 좌표는

$$x_1 = x_0 + \frac{r}{4}, \quad y_1 = y_0 + \frac{\sqrt{3}}{4}r$$

$$x_2 = x_0 + \frac{3}{4}r, \quad y_2 = y_0 + \frac{3\sqrt{3}}{4}r$$

이 되도록 한다.

이렇게 절점을 규칙적으로 생성시키면 이 절점들을 연결하여 형성되는 삼각형 요소들도 영역내에서는 규칙적인 정삼각형을 이루게 된다. 생성되는 절점들 중에는 변에 근접한 것들도 있는데 이런 절점은 피하는 것이 좋으므로 각변에서 수직거리  $r/2$  만큼 안으로 들어간 새로운 영역을 만들어서 새로 만들어진 영역내에 있는 점들만 절점으로 선택한다. 유통도는 그림 2와 같다.

## (2) 삼각형화(Triangulation)

삼각형 요소를 형성하는 방법은 처음에는 각변에서 한 절점을 그 이웃 절점간의 선분을 밀변으로 해서 전체 밀변으로 BASE LIST 를 만든다.

BASE LIST 에서 한 밀변을 선택하여 한 점을 A, 다른 한점을 B라 하면 다른 절점들 중에서 한 절점 C를 선택하여 삼각형 ABC 를 형성하는데  $\angle ACB$  가 최대가 되는 절점 C를 선택한다. 이렇게 하여 처음에는 각변에서부터 삼각형 요소를 이루어서 영역내로 들어가서 전 영역을 삼각형 요소로 분할한다.

만들어진 삼각형 요소는 이미 만들어진 삼각형 요소의 변들 중에서 교차하는 변이 있는지 없는지를 조사해서 교차하는 변이 있을 때는 포기한다. 즉, 다시 다른 절점을 찾아서 삼각형을 형성해서

조사해 보게된다. 다음으로는 새로 만들어진 삼각형이 이미 만들어진 삼각형 요소들 중에서 절점의 순서만 바뀌어 있을 수가 있으므로 이런 경우에도 포기하고 다른 절점을 찾아본다.

이런 과정을 거쳐서 삼각형 요소가 새로 하나더 만들어지면 AC, BC 두 선분을 BASE LIST 에 추가하여 BASE LIST 를 다시 형성한다. 유통도는 그림 4와 같다.

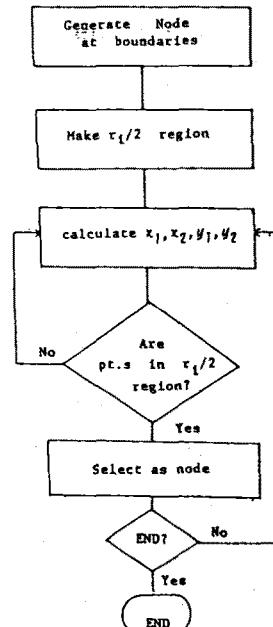


그림2. 절점 생성 유통도

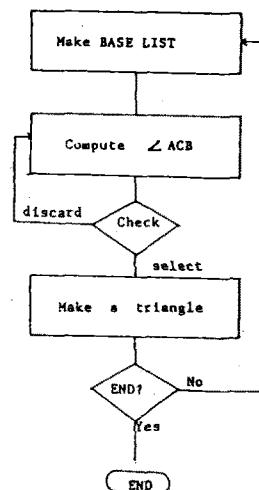


그림4. 삼각형화 유통도

Computer J., vol.21, No.4, 324-332, 1977.

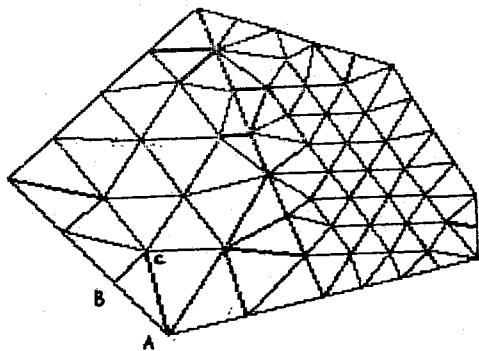


그림3. 요소 분할 예

4) R.D. Shaw and R.G. Pitchen, "Modifications to the Suhara-Fukuda Method of Network Generation", Int'l J. for Num. Meth. in Eng., vol.12, 93-99, 1978.

5) E.A. Sadek, "A Scheme for the Automatic Generation of Triangular Finite Elements", Int'l J. for Num. Meth. in Eng., vol.15, 1813-1822, 1980.

### 3. 결 론

본 연구에서는 주어진 영역을 유한 요소법을 적용하는데 적합한 삼각형 요소로 자동분할하도록 하였다. 만들어진 삼각형 요소들 중에서 변에 근접한 요소를 제외한 요소들은 규칙적인 정삼각형이 이루어 짐을 알 수 있었다.

앞으로의 개발 방향은 각 요소에서의 해의 변화 정도와 오차를 고려하여 해가 급격히 변하는 부분에서는 더욱 요소를 세분하여 계산의 정도(accuracy)를 향상시키도록 하는 것이다.

### 4. Reference

1) W.R. Buell and B.A. Bush, "Mesh Generation-A Survey", J. of Eng. Ind. trans. of the ASME, 332-338, Feb. 1973.

2) James C. Cavendish, "Automatic Triangulation of Arbitrary planar Domains for the Finite Element Method", Int'l J. for Num. Meth. in Eng., vol.8, 679-696, 1974.

3) B.A. Lewis and J.S. Robinson, "Triangulation of planar regions with applications",