84 년도 한국음향학회 추계학술발표회 논문집

주파수에 따른 해저 퇴적층에서의 수중 음파 투과 심도

양 철 수 , 나 정 열
진 해 기 계 창

Frequency Dependent Underwater Acoustic Mode Penetration Depth in Sediment

YANG CHUL SOO, NA JUNG YUL
Chinhae Machine Depot

요 약

파동 이론에 의한 수중에서의 저주파 음파전달은 음향학적 경계 조건에 의해 결정되는 Normal Mode 로 특징지어 진다.

Normal Mode 는 수층(Water Layer)뿐만 아니라 수직적으로 층상 구조인 해저 퇴적층(Sediment Layer)과 해저 저층(Substrate)의 음향 특성을 포함하여 결정되는 파동 방정식의 해로서 이에 의해 수층및 해저 퇴적층에서의 음압 분포와 감쇠를 계산할 수 있다.

본 논문은 저주파 음파 전달에 관한 Normal Mode 이론에 의하여 음원의 주파수와 해저 퇴적층에서의 음속 구조등에 따른 각 Mode 의 음압 분포, 감쇠등에 관한 음향학적 해석으로 원거리까지 진행하는 수중 음파의 해저 퇴적층 투과 심도를 추출하였다.

Abstract

Normal-mode analysis of underwater sound propagation requires knowledge of pertinent physical parameters at all depths in the water and bottom material.

Satisfactory data may often be unavailable for the whole bottom sediment including substrate. We therefore estimated acoustical mode penetration depth in sediment by a distinctive distribution of acoustic pressure and attenuation in sediment.

It is desirable to seek a criterion for a depth in bottom sediment below which the physical parameters negligibly affects underwater sound propagation.

서 론

수중에서의 저주파 음파 전달에 관한 연구는 수평적(r)으로는 음향 환경의 변화가 없고 수직적(z)으로는 음향에너지가 해수면(z = 0)과 해저 저층(z → ∞) 사이에 구속되어 있다고 가정하고 파동 방정식에다 음향학적 경계 조건을 적용하여 풀이한 Normal Mode 의 해석으로 발전하였다. 이에 의하면, 수중에서 진행하는 저주파 음파의 전달거리(r)에 따른 음압 손실은 주로 해저 퇴적층의 음향 특성 - 표층 음속, 음속기울기, 밀도, 음감쇠율등에 크게 기인한다.

따라서 수중음파 전달 손실(Propagation Loss)을 정확히 계산하기 위해서는 수층, 퇴적층, 해저 저층 등 전반적인 음향 환경에 대한 충분한 음향 자료의 확보가 필요하다고 하겠으나, 실제로 해저 퇴적층이 음파의 전달에 특징적으로 미치는 영향을 분석함으로써 음파 전달 계산이 최소한의 오차범위를 갖는 해저 퇴적층 탐사 깊이를 추정해볼만하다고 하겠다.

1. Mode Attenuation

수평방향에 무관한 Cylindrical Symmetric(r, z) 음파전달 환경을 가정하면 Point Harmonic Source (0, zo) 에서 야기된 저주파 음파의 전달 양상은 Discrete Normal Mode 의 합으로 표시되며

$$\psi(r,z) = \sum_n Un(zo)\, Un(z)\, Ho^{(1)}(k_n r) \qquad \cdots\cdots (1)$$

$$Ho^{(1)}(k_n r) = \sqrt{\frac{2}{\pi k_n r}} \exp\left(i\left(k_n r - \frac{\pi}{4}\right)\right), \quad k_n r \gg 1$$

각 Mode는 Eigenvalue(k_n) 에 의해 특징적인 Depth-Amplitude Distribution과 전달속도, 감쇠등으로 구분된다. 매질에 의한 감쇠를 고려하면 음파가 원거리의 수신기(r, z)에 도달할 경우의 음압 손실(db)은 다음과 같다.

$$PL(r,z) = -10\log_{10}\left\{\frac{2}{\pi}\frac{1}{r}\left|\sum_n k_n^{-1/2}\, Un(z_0)\cdot Un(z)\cdot e^{ik_n r}\cdot e^{-\delta_n r}\right|^2\right\} \quad \cdots\cdots(2)$$

여기에서 k_n 은 각 Mode의 Eigenvalue 이며 Un(z) 는 파동함수의 직교성을 이용한 Normalized Eigenfunction 으로서 Depth(z) Dependent Homogeneous 파동 방정식의

$$\frac{d^2\,Un(z)}{dz^2} + \left\{\frac{\omega^2}{C^2(z)} - k_n^2\right\}\cdot Un(z) = 0 \quad \cdots\cdots(3)$$

일반해에다 음향학적 경계조건을 적용하여 풀이한 해이다.

음파 전달 환경으로서의 매질을 음향학적 유체층으로 가정하면 경계조건은, 해표면(z=0)에서의 음압(Acoustic Pressure)은 0이고 - 식(4), 각 매질층(i^{th} Layer)의 경계면 ($z=Hi^-$, $z=Hi^+$)에서는 수직방향으로의 포텐샬 변위(Displacement Potential)와 음압이 연속이다. - 식(5), 식(6).

$$Un(z)\Big|_{z=0} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$$\frac{d\,Un(z)}{dz}\Big|_{z=Hi^-} = \frac{d\,Un(z)}{dz}\Big|_{z=Hi^+} \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\rho(z)\,Un(z)\Big|_{z=Hi^-} = \rho(z)\,Un(z)\Big|_{z=Hi^+}$$

ρ : 밀도 (density) $\cdots\cdots\cdots(6)$

또한 $e^{-\delta_n r}$ 은 수평거리에 따른 음압감쇠를 나타낸다. 수직적 분포인 각 매질층(i)에 의한 감쇠율(Ei Nepers/km)을 고려하여 파동 전달상수를 복소수로 두면

$$K(z) = \frac{\omega}{C(z)} + iEi,\ Ei \ll \frac{\omega}{C(z)} \quad \cdots\cdots(7)$$

ω : Angular frequency($2\pi f$)

$Hi \leq z \leq Hi+1$

Mode Attenuation δ_n 은 복소수인 Eigenvalue 의 Imaginary Part 로서 다음의 식으로 표현된다.[1)]

$$K_n = k_n + i\delta_n \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

$$\delta_n = \sum_i Ei\cdot\gamma_{n,i} \quad \cdots\cdots\cdots(9)$$

$$\gamma_{n,i} = \frac{\quad}{k_n}\int_{Hi}^{Hi+1}\frac{\rho(z)}{C(z)}\cdot\left|Un(z)\right|^2 dz \quad \cdots\cdots\cdots(10)$$

즉, Mode Attenuation 은 수직적으로 음속 C(z), 밀도 ρ(z) 분포등이 다른 각 매질층에서 Eigenvalue 와 이에 따른 Eigenfunction $|Un(z)|^2$ 의 적분으로 산출되며 매질층의 음감쇠율 Ei 에 비례한다.

Hamilton[2)] 등에 의하면 해저 퇴적물에서의 음파 감쇠는 대체로

$$\alpha\ dB/km = \beta\cdot f_{Hz}^{m},\quad m = 1$$

$$= (20\log e)\cdot E_{Nepers/km} \quad \cdots\cdots\cdots(11)$$

의 관계를 가진다고 하였다.

여기서 β (dB/Km/Hz) 는 해저 퇴적물의 공극율(Porosity), 밀도(Density), 입자크기(Grainsize), 음속분포등에 상호 관련된 음파 감쇠상수로서 퇴적물의 종류(Sediment Type)에 따라 대체로 0.01-0.9의 범위에 속하며 주파수에 작용하는 m 은 주파수 영역과 저질 종류에 따라 0.5-2.0의 범위로서 차이를 보이나 대개의 경우 1에 접근한다.

실지로 수층에서의 감쇠는 거의 없으므로 (Ew=0) 앞의 식(2)와 식(10)에 의하여 주파수와 해저 퇴적층의 음향특성에 따른 k_n, Un(z) 변화로서 해저 퇴적층이 수중 음파 전달에 미치는 영향을 파악할 수 있다.

2. Depth-Amplitude Distribution

수층($0 \leq z \leq H$)밑에 있는 해저 퇴적층의 음속이 깊이(z)에 따라 유사 선형적으로 증가하는

음속분포를 가정하면

$$C_H = C(z)\Big|_{z=H}$$

$$C(z) = C_H\,(1 - g\,(z-H))^{-\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

$z > H$, g : 음속분포 상수 > 0

새로운 변수 ξ_n 의 치환으로

$$\xi_n = -M^{-2/3}\left[K_H^{\,2} - k_n^{\,2} - M(z-H)\right], \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

$$M = K_H^{\,2}\,g\ ,\quad K_H = \omega/C_H\ ,\quad z > H$$

식 (3)의 2차 미분방정식은 다음의 형태로 나타난다.

$$\frac{d^2\,Un}{d\,\xi_n^{\,2}} - \xi_n \cdot Un = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

이의 일반 해는 Airy function[3] 의 선형적 결합으로 표시되며, 파동학적 Radiation Condition($Un\ (z \to \infty) = 0$) 에 의하여 이의 적합한 해는 다음과 같다.

$$Un(z) \simeq Ai(\xi_n) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

그리하여 수층($0 \leq z \leq H$)에서의 수직적 음향 환경 변화를 포함하여 결정되는 Eigenvalue 의 크기에 따라

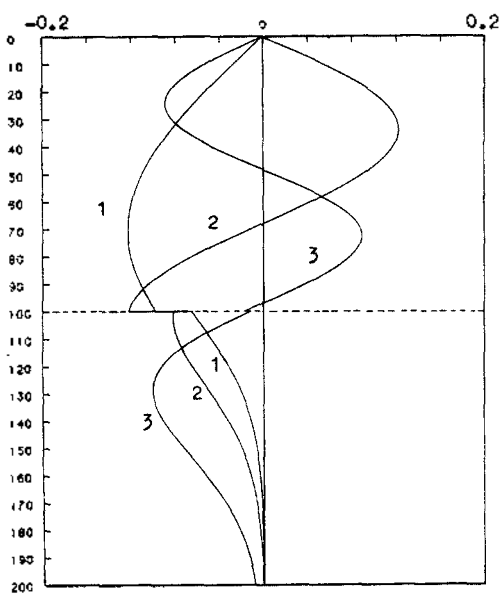
$$\frac{\omega}{C_{min}} > k_1 > k_2 \ \cdots\cdots > k_n \quad \cdots\cdots(16)$$

Mode Number 를 부여하면 n^{th} Mode 의 Eigenfunction $Un(z)$는 Airy function 의 특성에 의하여 그림 (1), (2)에서 보는 바와 같이 특징적인 Depth-Amplitude Distribution을 가진다.

즉, Airy function 의 근사식은 다음의 형태로 표현되며

$$Ai(\xi_n) \simeq \pi^{-\frac{1}{2}}(-\xi_n)^{-\frac{1}{4}}\ \sin\!\left(\frac{2}{3}(-\xi_n)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right),\ \xi_n < 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

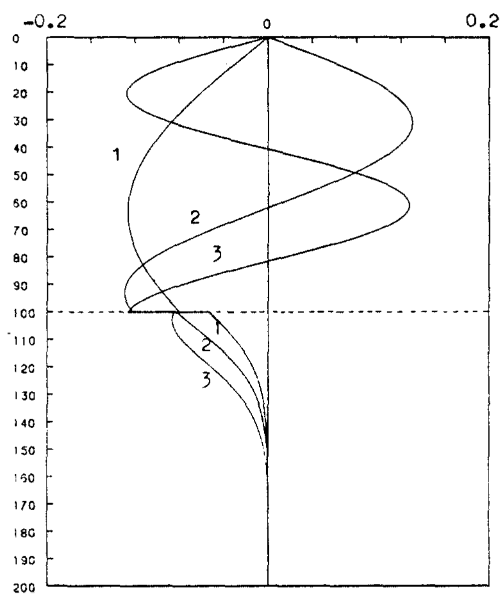
$$Ai(\xi_n) \simeq \frac{1}{2}\,\pi^{-\frac{1}{2}}\ \xi_n^{-\frac{1}{4}}\ \exp\!\left(-\frac{2}{3}\,\xi_n^{3/2}\right),\ \xi_n > 0 \quad \cdots\cdots\cdots(18)$$



그림(1). Normalized Eigenfunctions

$U_1(z)$, $U_2(z)$, $U_3(z)$

Frequency : 60 Hz



그림(2). Normalized Eigenfunctions

$U_1(z)$, $U_2(z)$, $U_3(z)$

Frequency : 120 Hz

이에 따라 Un(z) 는 주파수와 음속분포, Eigenvalue 의 함수로서 $\gamma_n=0$ 인 Turning Depth Z_{TD}) 를 경계로 해수면으로부터

$$Z_{TD} = (K_H^2\, g)^{-1} \cdot (K_H^2 - k_n^2) + H \quad \ldots.(19)$$

수심(z)에 따라 Oscillation 또는 Exponentially decrease 함을 알 수 있다. 따라서 식 (18)에 의하여 Z_{TD} 에 대한 파동함수의 크기가 임의의 충분히 작은 값 τ 에 접근하는 수직거리 (Z_{HD})로서

$$\frac{Un(Z_{HD})}{Un(Z_{TD})} \leqslant \tau \;, \quad \tau < 10^{-3} \quad \ldots\ldots.(20)$$

$$Z_{HD} \simeq (K_H^2\, g)^{-1/3} \cdot \left(\tfrac{2}{3} \ln \tau^{-1}\right)^{2/3} \quad \ldots\ldots.(21)$$

수층을 포함하는 전체 음향 환경에서 해저경계면 (Z = H 으로부터의 Penetration Depth 는 다음과 같다.

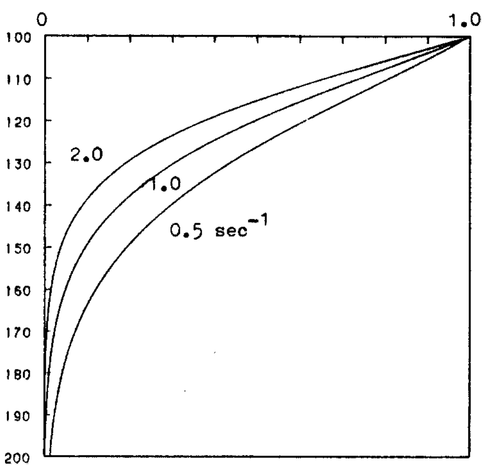
$$Z_{PD} \simeq Z_{TD} + Z_{HD} - H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots.(22)$$

따라서 수중에서 진행하는 음파가 퇴적층에 침투하는 깊이(Z_{PD})는 퇴적층에서의 음속분포상수 (g)의 크기에 반비례하고 저주파일수록 커지며 Eigenvalue 의 분포로부터 Higher Mode 일수록 커짐을 알 수 있다. 그리하여 이들 각 Mode 의 결합으로 나타나는 음파전달 양상은 Highest Mode 로서 최대, Lowest 1st Mode 로서 최소범위의 Sediment Penetration Depth 를 가지며 수층을 진행하게 된다.

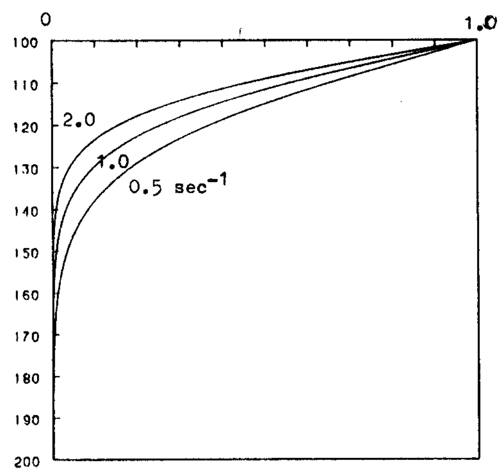
주파수 (Hz)	Mode No.	Eigen-value k_n	γ_n	(20 log e)·δ_n dB / Km	$Z_{TD}-H$ (m)	Z_{HD} (m)
15	1	0.0607	0.4144	0.622	51	275
30	1	0.1241	0.1994	0.598	19	173
60	1	0.2503	0.0871	0.522	6	109
	2	0.2470	0.2664	1.598	26	109
120	1	0.5021	0.0343	0.412	2	69
	2	0.5001	0.1003	1.204	8	69
	3	0.4967	0.2020	2.424	18	69
240	1	1.0050	0.0120	0.288	0	42
	2	1.0039	0.0382	0.917	2	42
	3	1.0020	0.0684	1.642	5	42
	4	0.9993	0.1083	2.599	9	42

표(1). Low Attenuation Mode Characteristics ;

수심 100m , 음속기울기 1.0 s^{-1}(g=1.3 * $10^{-3}m^{-1}$)
Attenuation Constant β = 0.1(dB/Km/Hz), τ = 10^{-3}



그림(3). Relative amplitude distributions of $U_1(z)/U_1(z_{sed})$
With respect to sound velocity gradient in sediment.
Water depth 100m, Frequency 60Hz



그림(4). Relative amplitude distributions of $U_1(z)/U_1(z_{sed})$
With respect to sound velocity gradient in sediment.
Water depth 100m, frequency 120Hz

3. Long Range Propagation

퇴적층에 의한 감쇠를 고려하면($E_i = 0$)앞의 식 (10)과 그림(1), (2)로부터 Higher Mode 일수록 수평방향으로의 음압감쇠($e^{-\delta_n r}$)는 커져 쉽게 소멸된다.

F. Ingenito[4], R.H.Ferris[5] 등은 음향 실험으로 Mode 간의 상호 간섭, 전달속도 차이등에 의하여 원거리까지 진행하는 1st 또는 2nd Mode 를 분리하고 수층에서의 수직 음압분포를 측정하여 이를 확인하였다.

본 연구에서는 원거리를 진행하는 음파가 해저 퇴적층과 상호 작용하는 깊이에 대한 정량적 추출의 일예로서 등음속분포(1500m/sec)인 수층과 표층음속이 같고 음속기울기가 있는 거의 무한대에 걸친 해저 퇴적층(Sediment Half Space)을 가정하고, 전산 프로그램을 이용하여 경계조건을 만족하는 Eigenvalue k_n 의 함수로서 퇴적층에서의 Depth-Amplitude Distribution Un(z) 을 분석하였다. 그리하여 앞의 표(1)과 그림(1), (2) 그리고 식(9), (10), (19), (21)에 의하여 해저 퇴적층에서의 밀도가 $1.5 g/Cm^3$, 음속기울기가 $1.0 s^{-1}$ 인 경우 수평거리에 따른 감쇠와 Z_{TD}, Z_{HD} 에 관한 계산으로부터 감쇠가 적어 원거리를 진행하는 1st, 2nd, Mode 에 의한 Sediment Penetration Depth 는 대체로 음속에 대한 파장의 4-6배 정도로 추출되었으며 그림 (3), (4)로부터 음속기울기에 따른 변화량을 알 수 있다.

결 론

본 연구에서는 음원의 주파수와 해저 퇴적층에서의 음속분포등 음향 환경에 의하여 Discrete Normal Mode 의 합으로 표현되는 저주파 음파가 수중을 진행할때 각 Mode 의 감쇠, Depth-Amplitude분포를 분석하여 원거리까지 진행하는 1st Mode 로서 Minimum Penetration Depth 를 추출하였다.

실제 해저 퇴적층은 이의 분류(Sediment Type)에 따라 표층상대음속, 음속기울기, 밀도, 음감쇠율등이 상호 관련을 가진다. 따라서 상호 관련된 음향 변수 등에 대하여 전체적인 음향 환경 변화에 의한 퇴적층에서의 수직음압분포를 분석함으로써 주파수에 따라 최소한의 오차로서 음파 전달 손실을 계산할 수 있는 퇴적층 탐사 범위를 추정할 수 있다고 하겠다.

참 고 문 헌

1. F. Ingenito, "Measurements of mode attenuation coefficients in shallow water", JASA 53, 858-862, (1973)

2. E.L. Hamilton, "Sound attenuation as a function of depth in the sea floor", JASA 59, 528-535, (1976)

3. Handbook of Mathematical Functions, edited by M. Abramowitz and I.A. Stegun [Natl, Bur, Stand. (U.S.), Washington, DC, 1965], pp 446 - 478

4. See Ref. 2

5. R.H. Ferris, "Comparison of measured and calculated normal-mode amplitude functions for acoustic waves in shallow water", JASA 52, 981-987, (1972)

6. A. . Williams, "Hidden Depths : Acceptable ignorance about ocean bottoms", JASA 59, 1175-1179, (1976)

7. K.C. Focke, "Acoustic attenuation in ocean sediments found in shallow water regions", (ARL-TR-84-6), Applied Research Laboratories, The University of Texas at Austin.

8. E.L. Hamilton, "Sound velocity gradient in marine sediments", JASA 65, 909-922, (1979)

9. I. Tolstoy and C.S.Clay, Ocean Acoustics (McGraw-Hill, New York, 1966)