섬진강 月降雨量과 月流出量의 推計學的 時系列模型

慶熙大學校 工科大學

教授 李 鍾 南

要 旨

우리나라의 월강우량 기록은 풍부하나 월유출량 기록은 희박하여, 월유출량 시계열의 모형식을 개발하고저 하여 월강우량 기록만으로 하천유량의 정확한 파악을 할 수 있도록 한다.

이 연구는 월강우와 유출량의 시계열에 의한 추계학적 이론에 의거한 복스와 젠킨스의 대체함수 (Transfer function model) 와 아리마 (ARIMA) 의 잔차모양을 합한 형이다.

이 선형 추계학적 차분 시계열식 모형은 공분산 (coveriance) 을 갖는다는 가정에서 강우량과 유출량의 변화에 따라서 식의 구조가 유도되며 정확하게 잘 적용이 된다.

본 식의 최적모형은 일반식으로 아래와 같이 언어진다.

$$Y_t = (\omega_0 - \omega_1 B)\, C_i X_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

Y_t : 월유출량, X_i : 월강우량, C_i : 유출율, ω_0, ω_1 : 대체변수, a_t : 백색잡음 (white noise), θ (B) 및 (B) : MA (Moving average) 와 AR (autoregressive) 조작, 이번 연구 결과 섬진강 하천의 대체조작 (Transfer operator) 은 잔차승 (Sum of square of residu-

al) $R^2 \geq 0.9$로 높은 정도의 수치를 나타내는 것으로 보인다.

序 論

우리나라의 國土綜合開發과 高度의 經濟開發成長에 따라서, 産業의 大型化와 重工業化, 文化의 發展에 따른 人口增加 및 生活向上에 따른 工業用水와 生活用水의 急激한 需要가 되고 있으며, 한편으로 干拓事業과 灌漑改善事業에 따른 農業用水의 需要增大는 水資源의 效率的인 利用管理와 開發·供給問題가 高潮되고 있으며 至急한 問題라고 하겠다.

利水를 위한 長期流出量記錄은 貯水池容量, 渴水期의 放流量, 用水供給計劃 및 水質管理 等을 決定하기 위하여 必要하게 된다.

그러나 우리나라 河川에서는 長期流出量 記錄이 거의 희박하여, 이와같은 計劃에 큰 問題點이 많다.

따라서 實流出量 實側記錄値가 있는 곳의 이數値를 引用한, 月(또는 旬)別 降雨量記錄으로 月(또는 旬)流出量式을 Box & Jenkins의 模型인(代替函數와 ARIMA 모형을 合한것)式을 誘導하여 보고자 하는 것이다.

우리나라의 現存한 水資源 利用을 위한 長期流出量 推定方法으로는 1929년 以來 사용한 梶山氏의 受水量 公式이 主로 使用되고 있으며 最近 梶山公式의 各 係數를 修正하여 使用하려는 方法이 試圖되고 있으나 아직 滿足한 結果를 얻지 못하고 있는 實情이다.

따라서 Box & Jenkins의 對替函數模型(Transfer function model)式으로서 旣知의 月間의 降雨記錄으로부터 月河川流出量을 算

出하는데 引用하는 式이 되며, 示範的인 河川으로서 流量觀測과 流量測定을 比較的 많이 한 蟾津江을 選定하여 誘導하고저 한다.

이런 까닭에 旣知의 月降雨量記錄値의 正確한 選定에 依하여 對替相關係에 따라 正確한 月流出量을 算出하게 되는 것이다.

本 方法은 Box & Jenkins 의 方法論을 適用시키고저 하며, 中·短期 資料로서도 河川流出量을 算出하는 誘導式을 作成할 수 있는 것이다.

式이 簡便하고 다루기 쉬운 Box & Jenkins 方法으로서 相關函數를 利用하여 觀測記錄으로부터 ARIMA 模型式을 반복技法에 依하여서 構成誘導하는 방式과 變數計算方式의 두 方式이 있다.

◎ 水文資料

蟾津江流域은 우리나라 4大江 流域의 하나로써 總流域面積은 4,896.5 ㎢이며 流域內 年平均 降雨高는 1,314.3㎜이며 流出高는 706.5㎜로서 流出率이 約 53.75%에 該當하고 있다.

蟾津江流域內의 雨量觀測所는 11個所로(建設部 所管)大略 450㎢當 1個地點 程度가 되고 있다.

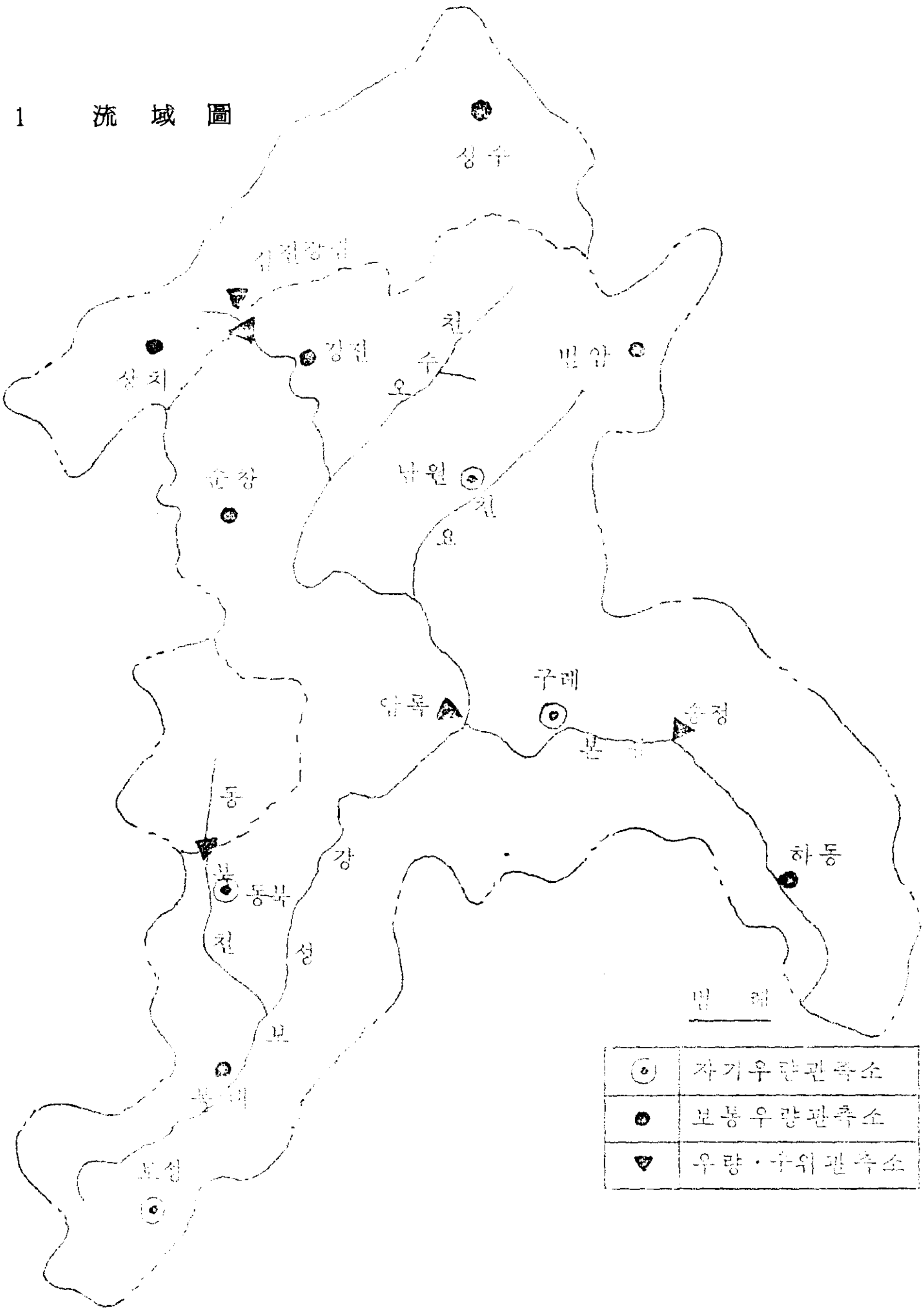
水位觀測所로는 11個所이나 長期流量測定하는 곳으로는 松亭과 鴨綠水位·流量觀測所 및 섬진강댐의 3個所가 되고 있다. 流量測定資料는 1962年 以后 現在까지 長期流量測定하고 있으나 精度와 신빈성이 높은것은 1966年에서 1978年까지의 記錄値이다.

雨量觀測記錄은 10個雨量觀測所 資料를 引用하였으며, 本 資料는 建設部에서 調査하여 發刊된 韓國水文調査年報에서 蒐集하여, 各流量觀

測所別 面積雨量을 算出하였다.

流域內의 各觀測所位置圖는 그림 1 과 같으며, 各流量觀測所의 面積降雨量과 流出量을 分析整理한 數値를 年度別 集計한 것은 表 1 과 같다.

그림 1 流 域 圖



流出率은 松亭觀測所에서 0.538, 鴨綠觀測所에서 0.593, 섬진강에서 0.525 였다.

◎ 推計學的 Box & Jenkins 對替函數 模型式

確定論的 成分을 代替函數模型(Transfer Function Model)에다 任意誤差(Random error)를 合한 模型式이 推計學的模型(Stochastic Model)[1) 11)] 의 式인 것이다.

月流出量(本量을 高인 ㎜와 量인 m^3/sec를 말함)系列(Y_t) 과 月降雨量系列(X_t) 資料로서 上記 模型式을 作成하며, 月間變化 係數를 사입하며, 良好한 模型基本式은 다음과 같다.

$$Y_t = V(B)\dot{X}_t + N_t \quad \cdots\cdots (1)$$

여기서 $C_i X_t = X$로서 C_i는 i 月의 流出率을 말하며, 따라서 윗式은 X_t와 Y_t 間은 여과과정의 理論에 따른 것이며, Box & Jenkins에 詳述되었으며, 여기서 結果式만을 說明한다(旣 本 理論式의 入力數値가 長期 여과과정에서 出力數値는 모든 損失을 고료치 않고 同一한 出力數値로 나온다는 것임)

過去의 入力 및 出力數値가 여과과정에서 同一하다는 線型模型은 下와 같이 쓸 수 있다(여기서 入力은 降雨量, 出力은 流出量으로 代置 언급함).

또한 代案으로 入·出力數値間에서는 線型여과는 直結關係가 있다고 말할 수 있을 것이다. 따라서

$$Y_t = v_0 \dot{X}_t + v_1 \dot{X}_{t-1} + v_2 \dot{X}_{t-1} \cdots\cdots = v(B)\dot{X}_t \cdots\cdots (2)$$

v(B)를 代替函數(transfer function)로서

$$v(B) = v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \cdots\cdots (3)$$

는 두 多項式의 比率로 表示할 수 있다.

$$v(B) = \omega(B) / \delta(B) = \omega(B)\,\delta^{-1}(B) \qquad \cdots\cdots (4)$$

따라서 $Y_t = v(B)\,\dot{X}_t = \omega(B)/\,\delta(B)\,\dot{X}_t$ 로서 代替函數模型인 確定論的 成分은 다음과 같다.

$$Y_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 \cdots\cdots)}{(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 \cdots)}\,\dot{X}_t \qquad \cdots\cdots (5)$$

任意誤差成分 N_t 는 ARIMA(推計學的) 模型으로서 上記理論과 同樣으로 하여

$$N_t = \phi^{-1}(B)\,\theta(B)\,a_t \qquad \cdots\cdots (6)$$

이며, a_t 는 白色雜色(white noise)이라 稱한다.

따라서 推計學的 模型式은 下와 같이 된다.

$$Y_t = \frac{(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 \cdots\cdots)}{(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 \cdots\cdots)}\,\dot{X}_t + \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \cdots\cdots)}{(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 \cdots\cdots)}\,a_t \qquad \cdots\cdots (7)$$

(7)式에서 Ubertini 는 伊太利 河川에서 流域面積 3,000 ㎢ 以內 6 個河川의 月降雨量과 月流出量公式 誘導式에서 1次自己相關係數로 誘導하였다. 이로 미루어 봐서 우리나라의 河川流出量 性格으로 봐서 2次自己相關係數로서(約 流域面積 5,000 ㎢ 以上)이 適正할 것으로 보여지며, 또한 Ubertini 는 $\delta(B)$ 는 無關한 것으로 하여 다음 式으로 調整이 되었다.

$$Y_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)\,\dot{X}_t + \frac{1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2}{1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2}\,a_t \qquad \cdots\cdots (8)$$

따라서 8式中 月降雨量과 月流出量 誘導式의 우리나라 河川의 경우 本人이 여러모로 算出하여 본바

ⓘ 流域面積이 5,000㎢ 以下에서는

$$Y_t = (\omega_0 - \omega_1 B)\dot{X}_t + \frac{1-\theta B}{1-\phi_1 B} a_t \quad \cdots\cdots (9)$$

ⓘⓘ 流域面積이 5,000㎢ ～ 30,000㎢에서는

$$Y_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2)\dot{X}_t + \frac{1-\theta_1 B-\theta_2 B^2}{1-\phi_1 B-\phi_2 B^2} a_t \quad \cdots\cdots (10)$$

로서 充足할 수 있는 誘導式으로 사료된다.

Box & Jenkins 式에서 全 入力과 出力値는 同一한 假定으로 획타되여 (全期間동안) 진다고 보았다.

9式에서 確定論的成分인 代替函數만 고려하고 任意誤差成分 N_t를 無視하고 一次的으로 下記 3個案에 對하여 檢討하였다.

(i) 첫번째 案

各月別의 流出高와 降雨高를 方眼紙에 푸롯트하여 가장 良好한 $Y_t^{(i)} = C_i X_i^{(i)} = \dot{X}_t^{(i)}$ 되도록 C_i의 式을 作成하였으며 (혹은 最小自乘法을 利用하여도 可함), $\dot{X}_t^{(i)}$의 係數式은 $X_t^{(i)} = a + b X_{i,t}$ 또는 $X_t^{(i)} = C(X_{i,t} + d)$ 型으로 하여 誘導한바 다음式과 같다. i는 月數

$$Y_t = (0.854 + 0.146 B)\dot{X}_t \quad \cdots\cdots (11)$$

(11)式의 13個年間의 總 流出量 $\sum Y_t = 9{,}182.3\ m^3/sec$, 殘差乘 $\sum$

$(Y_{t0} - Y_t)^2 = 78,547$, 決定係數 $R^2 = 0.910$ 였다.

(ii) 둘째 案

各月別의 流出高에 對하여 降雨高와 土壤水分 함유에 依한 土壤水分流出高로서 回歸方程式을 作成하였으며, 土壤水分流出高를 前月의 流出高 $Y_{i-1,t}$ 로 代直利用하여 算出하였다. 前案과 같이 $Y_t^{(i)} = C_i X_t^{(i)} = \dot{X}_t^{(i)}$ 로서 $Y_t^{(i)} = \dot{X}_t^{(i)} = a_i + b_i X_{i,t} + c_i Y_{i-1,t}$ 로 풀이하고 ($Y_t^{(i-1)}$ 와 $Y_{i-1,t}$ 는 同一함) 이를 整理하면 다음과 같다.

$$Y_t = (0.934 + 0.061\,B + 0.038\,B^2)\,\dot{X}_t \quad \cdots\cdots (12)$$

上記式의 13個年間의 總流出量 $\sum Y_t = 9,200.1\ m^3/sec$, 殘差乘 $\sum(Y_{t0} - Y_t)^2 = 89,768.2$ 이었다.

(iii) 셋째 案

이 案은 일단 月降雨高가 全部河川流出을 한다고 하여 代替函數模型式을 誘導하여 算出되는 計算河川 月流出高 Y_t' 는 月實流出高보다 크게 數値를 갖는다. 即

$$Y_t^{(i)} = V(B)\ X_t = Y_{t0}^{(i)}/c_i \quad \cdots\cdots (13)$$

式이 되며 ($Y_t^{(i)\prime}$ 는 計算 i 月流出高, $Y_{t0}^{(i)}$ 는 實 i 月河川流出高임) 따라서 $C_i = Y_{t0}^{(i)}/Y_t^{(i)\prime}$ 로서 各月別 補正係數 C_i 가 算出된다.

여기에다 6月, 7月, 8月 및 9月은 河川流出量中 一部가 農業用水로 또한 夏期에 生活用水 等이 增加될 것으로 灌漑用水高라 稱하고 d_i (㎜)를 減하는 式을 作成한다. 따라서 이 誘導式은 다음과 같다.

$$Y_t = (0.627 + 0.109\,B)\,C_i\,X_t - d_i \quad \cdots\cdots (14)$$

上記式은 일단 任意誤差 N_t 는 除外한 것이며 各 i 月別의 C_i 및 d_i 는 다음과 같다.

表－4 各 i 月別 補正係數

	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
C_i	0.659	0.625	0.598	0.657	0.686	0.805	1.364	1.206	1.363	0.642	0.568	0.582
d_i	－	－	－	－	－	40	70	70	60	－	－	－

(14) 式의 13 個年間의 總流出量 $\sum Y_t = 9{,}183.6\ m^3/sec$, 殘差乘 $\sum (Y_{tr} - Y_t)^2 = 79{,}089.7$ 이었다.

첫째와 셋째案은 大同小異하였고, 둘째案은 流出量差도 크고, 決定係數도 가장 낮으므로서 첫째案의 式을 擇한다.

任意誤差成分을 加하여 最終式으로서 蟾津江, 松亭地點 月降雨量과 月流出量式을 下式과 같이 決定한다.

$$Y_t = (0.854 + 0.146\,B)\,\dot{X}_t + \frac{1}{(1 - 0.357\,B)}\,a_t \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

a_t : 白色雜色 (white noise)

過去에 使用하였던 梶山公式은 아래와 같이 作成되였으며,

$$Y_t = \sqrt{X_t^2 + (140.6 + 10.2)^2} - 140.6 \pm E \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

Y_t : 流出量 (mm) X_t : 降雨量 (mm) E : 月別更正數値

윗式에서 總流出量 $\sum Y_t = 119.579\ m^3/sec$, 殘差乘 $\sum (Y_{t0} - Y_t) = 0.869$ 로서 前記上式보다는 精度가 相當히 低下됨을 알수 있다.

앞으로 流域面積別 各位置의 流出量式은

$$d\,Y_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2) + \frac{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)}{(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)}$$

의 關係式이 成立된다는 理論式을 提示되여 있어 이에 對하여 檢討硏究하여 나갈것입니다.

結 論

蟾津江流域內에서 資料의 精度가 比較的 높은 松亭水位 · 流量觀測所의 月流出量의 推計學的模型式을 誘導하였다. 이는 Box & Jenkins 의 代替函數模型 (Transfer function model) 과 ARIMA 模型으로 構成된 것이다.

月流出高 (量) 系列 推定을 爲한 式으로서 $Y_t = (0.854 + 0.146\,B)\,\dot{X}_t$ 이며, 任意誤差成分은 $\frac{1}{1 - 0.357}\,a_t$ 이며, 決定係數 $R^2 = 0.934$ 로도 精度가 相當히 높다.

上記 流出高 (量) 公式은 各 變數의 中 · 短期 觀測資料로부터도 相當히 高度의 精度를 갖는 月流出量系列을 推定할 수 있을 것으로 보인다.

梶山 (Gaziyama) 受水量公式은 相當히 精度가 낮으며, 舊公式으로는 利用價値가 적다.

따라서 推計學的 理論인 代替函數模型으로 誘導되는 本式의 誘導方式에 依하여, 우리나라 各 河川의 流出量公式을 誘導作成함으로써 이를 利用하여 水資源의 最適運營體系를 樹立하여 나갈 것을 期待한다.