

4 층 준지균 모델에 관한 研究

氣象研究所 氣象技佐 李 宇 鎭

氣象研究所 氣象技佐 李 天 雨

氣象研究所 物理副技監 成 學 重

요 약

와도 방정식과 오메가 방정식을 이용한 4층 경압 수치모델을 설계하였다. 이때 헬름홀츠 (Helmholtz) 미분 방정식을 수치 계산하기 위해 블록-사이클릭-리덕션 (Block-Cyclic-Reduction) 방법을 적용 하였고, 완화법 (relaxation method) 과 비교할때 상기 방법이 해의 정확도, 안정도, 시간절약의 종합 적 측면에서 보다 우수함이 판명 되었다.

모델의 신뢰성 여부를 평가하기 위해서, 가상적 초기자료를 모델에 입력하여 와도 이류, 온도 이류 효과를 살펴 보았고, 필립스 (Phillips , 1956) 의 대기대순환 실험과 유사한 방식으로 경압 대기의 발달에 따른 에너지 변환 과정을 살펴 보았다.

1. 모형의 특성

가. 기본 방정식

1) 와도 방정식

$$\frac{\partial \vec{\zeta}}{\partial t} + J(\psi, \vec{\zeta} + f) - \bar{f} \frac{\partial \omega}{\partial p} = A_v \nabla^2 \vec{\zeta} - (\bar{k} \vec{\zeta})_p$$

2) 오메가 방정식

$$\begin{aligned} \nabla^2 \omega + \frac{\bar{f}}{\sigma} \frac{\partial \omega}{\partial p^2} &= -\frac{\bar{f}}{\sigma} \nabla^2 J(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial p}) + \frac{\bar{f}}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} [J(\psi, \vec{\zeta} + f)] \\ &+ \frac{\bar{f}}{\sigma} (A_T - A_v) \nabla^2 \frac{\partial \vec{\zeta}}{\partial p} - \frac{R}{c_p p \sigma} \nabla^2 H + \frac{\bar{f}}{\sigma} (\bar{k} \vec{\zeta})_p \end{aligned}$$

3) 선형 균형 방정식

$$f \nabla^2 \psi + v \nabla \cdot \nabla f = g \nabla^2 Z$$

여기서 ψ 는 유선함수 (stream function), w 는 등압면에서의 연직속도 성분, P 는 압력, Z 는 고도값, f 와 f 는 각각 coriolis 맥개변수와 그 평균값, A_v 는 kinetic eddy viscosity, A_T 는 eddy diffusion coefficient for heat, k 는 지표 마찰계수, H 는 단위질량당 가열율, R 은 건조공기의 기체상수, C_p 는 등압비열이다.

그리고 수학기호 $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$,

$$J(\alpha, \beta) \equiv \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial \beta}{\partial x} \text{ 이다.}$$

또한 지구풍 \vec{v}_g , 지구와도 $\vec{\zeta}_g$ 는 유선함수로 각각 다음과 같이 정의된다.

$$u_g = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_g = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \zeta_g = \nabla^2 \psi, \quad \alpha = -f \frac{\partial \psi}{\partial p}$$

또 $\sigma \equiv -\alpha \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$ 는 정적안정도로서 P 만의 함수이고, θ 는 온위이다.

나. 예보 범위

1) 한반도를 중심으로 동서 방향으로 약 100° , 남북 방향으로 약 70° 가량의 부채꼴 모양의 지역을 예보할 수 있다.

2) 예측되는 기상변수 (그림 1 참조)

24 hr, 48 hr, 72 hr 각각에 대해서

ㄱ. 300, 500, 700, 900 mb 고도, 바람, 와도

ㄴ. 400, 600, 800 mb 연직상승류, 온도

ㄷ. 차후 model output statistics가 개발될 경우 지상최고·최저 기온, 강수 등의 확률 예보도 가능하게 된다.

다. 미분 방정식의 수치 계산

종전의 successive-over-relaxation 방법 대신에 Block-Cyclic-Reduction 방법을 채택함으로써, 해의 안정도, 정확도, 시간절약의 측면에서 상당한 경제적 이득을 보고 있다(그림 2 참조)

라. 초기화 과정 (initialization process)

상기 예측 변수들을 얻기 위해 필요로 하는 기본 입력 자료는 300, 500, 700, 900 mb Z 고도값이며, 이 자료는 다음과 같은 객관 분석법에 의해서 마련된다.

1) 지상 (SYNOP)과 해상 (SHIP) 전문에서 기압 분석 (optimal interpolation method 적용)

2) 300, 500, 700 mb 에 대한 고층 전문에서 바람, 고도값을 분석 (correction method 적용)

3) 상기 자료를 토대로 격자망에 대한 고도값 산출

이렇게 마련된 초기 Z 자료는 선형균형 방정식에 대입되어, wind field 와 mass field 가 균형을 이루도록 보정된 유선함수 ψ 를 얻는데 이용된다. 이 초기치 ψ 을 이용한 수치적 분과정은 그림 3에 나타나 있다.

2. 수치실험

가. 기본 자료

1) 가열율

$$H = \begin{cases} 2h(11-j)/20 & , j = 1 \sim 10 \\ -2h(j-10)/20 & , j = 11 \sim 20. \end{cases}$$

여기서, h 는 위도 45 N 선상에서 관측된 북쪽방향의 순 열수송량 6×10^{19} cal/day 과 일치하도록 계산될 상수이다.

2) 초기자료

이 실험은 상기 모형이 중위도 지역의 종관계를 잘 설명해 주는 준지귤 경압파 이론 (quasi geostrophic baroclinic wave theory) 을 잘 소화하고 있나를 살펴보기 위한 것으로, 초기의 ψ 함수는, 선형요란이론 (linear perturbation theory) 에서 잘 설명된 경압대기 발달의 최적 조건으로서, 기압골은 상층으로 가면서 시속으로 180° 위상차의 기울기를 갖게하고, 평균 풍속은 10 m/sec , 상하층 풍속차는 10 m/sec , 파장은 약 $4,000 \text{ km}$ 가 되도록 \sin 함수로 주었다. 즉,

$$\psi_{i,j,k} = (10 - z_k) 10^{12} + (21-j) a \Delta\varphi (10 + \frac{u_T}{2} (2.5-k)) 10^7 + 500 a \Delta\lambda \cdot \sin[2\pi i/16 + (5-2k)\pi/6]$$

$$, 1 \leq i \leq 33, 1 \leq j \leq 20, 1 \leq k \leq 4$$

a 는 지구반경, $\Delta\varphi$ 는 위도간격, $\Delta\lambda$ 는 경도간격, u_T 는 풍속차 (m/sec) 이다.

여기서 $\Delta\lambda = 4.5$, $\Delta\varphi = 2.5$ 로 놓았다.

3) 에너지 순환

($\bar{\quad}$) : 동서 평균 (\prime) = (\quad) - ($\bar{\quad}$), 요란

K : 운동에너지

P : 위치에너지

{Q,P} : 열에너지의 위치에너지로의 변환

{P,A} : 요란의 분산에 따른 위치에너지의 감소

{K,A} : 요란의 마찰에 따른 운동에너지의 감소

$\{K, k\}$: 지표 마찰에 따른 운동 에너지의 감소

$\{P, K\}$: 위치에너지의 운동 에너지로의 변환

$\{\bar{P}, \bar{p}\}$: 평균 위치에너지의 요란 위치에너지로의 변환

$\{k', \bar{k}\}$: 요란 운동 에너지의 평균 운동 에너지로의 변환

나. 실험 결과의 분석 및 논의

앞장의 초기 을 이용하여 수치적분된 2일간의 모형 대기는 그림 4 에 나타나있다. 이 실험을 위해서 사용된 컴퓨터 기종은 UNIVAC - 1106 이고, 이 때 계산시간은 CPU 시간으로 약 29분 이었다. 또한 상기 그림들은 등위경도 간격을 일정한 길이로 오므린 사각평면에서 묘사된것이다. 따라서 실제 격자간격은 북쪽에서 짧고 남쪽에서는 더 길다. 우선 그림 4 에서 ψ 는 북으로 갈수록 그 크기가 증가하는데 이는 초기상태에서 위도에 무관한 편서풍 U 의 상대와도가 동서조화파의 와도에 얽히기 때문이다. 상기 그림에서 ψ 와 ω 를 비교해보면 300 mb 기압층과 900 mb 기압층 사이에는 상승류, 300 mb 기압층과 900 mb 기압층 사이에는 하강류가 분포하는 것을 볼수 있는데 이는 준지귤이론과 잘 일치하고 있으며, 모형이 오메가 진단 방정식을 잘 설명하는 것으로 풀이할 수 있다. 다음으로 상기 그림에서 ψ 와 ω 의 요란(disturbance)은 동진하면서 발달하는 모습을 볼수 있는데, 이는 각각 와도이류와 온도이류에 의한 영향으로서 준지귤이론과 잘 일치하고 있다. 여기서 기압층이 기압층과 비슷한 크기

나는 진동으로 해석된다. 또한 $\{\bar{p}, \bar{k}\}$ 는 0hr 때 +값을 갖는데 이는 가열에 의한 Hadly 순환을 나타내고, K, K' 는 0 hr 때 +값을 갖는데 이는 운동량 수송에 따른 jet 류의 발달을 나타내고 있다. 이제 $\{\bar{p}, \bar{k}\}$ 와 $\{K, K'\}$ 는 시간에 따라 부호가 반복하여 뒤바뀌는데 이는 가열에 의한 Hadly 순환과 경압요란의 발달에 따른 Ferrel 순환이 서로 경쟁하면서 모형기후에 수렴하는 과정으로 풀이된다. 위 도표에서 마찰에 따른 운동. 위치 에너지의 소모량은 $\{\bar{p}, A\}$ 를 제외하면 시간이 지나면서 꾸준히 증가하는데 이는 K, P, K' 의 증가에 기인한 것이다. 상기 과정을 위도순환(meridional circulation)을 통해서 살펴보면 그림 5 와 같다.

이 그림을 통해서, 0hr 때는 Hadly 순환이 우세하나 시간이 흐름에 따라 Hadly 순환과 Ferrel 순환이 고대로그 크기가 강해져서 96 hr 에 이르면 대기 대순환의 3세포 구조를 이루는 과정이 비교적 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

지금까지의 논의를 통해서, 가상적 경압대기를 초기자료로 입력한 경우, 와도이류에 의한 기압계의 동서이동과, 온도이류에 의한 기압계의 발달과정을 모델이 잘 소화하고 있으며, 에너지순환의 원리도 잘 충족하고 있음이 밝혀졌다. 그러나 실제대기를 수작업으로 입력한 경우 시간적분의 계산 불안정 현상을 유발시킬수 있으며, 따라서 보다 세련된 객관분석법의 연구가 선행되어야 할 것으로 평가된다.

로 발달하는 것을 볼 수 있는데 이는 실제대기에서는 볼 수 없는 현상이다. 실제대기를 경도풍으로 근사시켜 보면 고기압은 발달에 한계가 있다는 것을 쉽게 확인할 수 있다. 따라서 이 모형대기의 기압농 발달은 준지군 모형의 기본가정에 기인하는 불가피한 제약으로 볼 수 있다. 즉 준지군 모형은 경도풍을 묘사하지 못하고 지군풍만을 묘사하는 약점을 가지고 있다. 한편 상기 그림에서 초기 상태에는 ψ 와 w 의 요란의 중심이 남북방향으로 일직선상에 놓여 있다가, 시간이 흐름에 따라 차츰 경계선 근처에서 휘는 모습을 볼 수 있는데 이는 경계조건의 오차에 기인한다고 생각된다.

도표 7은 모형대기의 발달에 따른 에너지 변환과정을 보인 것이다.

상기 도표에서 우선 공간평균한 스트림함수 $\bar{\psi}$ 는 시간이 지남에 따라 서서히 증가하여 $t = 105hr$ 을 전후로 하여 급격히 감소하는데, 이는 모형의 수치적분이 약 4일간은 안정되어 있다는 것을 보이고 있다. 위 도표에서 K, P, K' 의 계속적인 증가추세는 경압요란의 발달에 따른 동서류의 위치에너지가 요란 운동에너지로 변환되는 과정을 잘 나타내고 있다. 또 $\{\bar{P}, P'\}$ 와 $\{P, K'\}$ 의 추이는 33 - 72 hr 동안은 제외하면 일반적으로 증가하는데 이는 경압요란의 발달을 암시하고 있다. 이때 33 - 72 hr 동안의 $\{\bar{P}, P'\}$ 의 - 부호는 모형이 모형기후에 접근할 때 일어

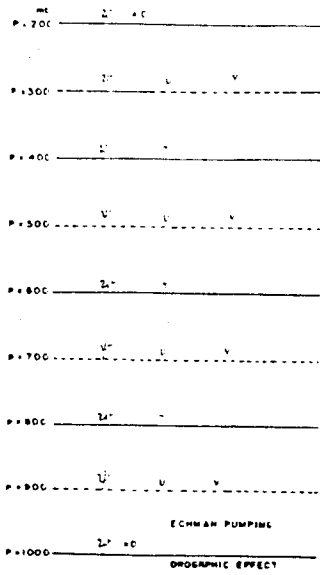


Fig. 1

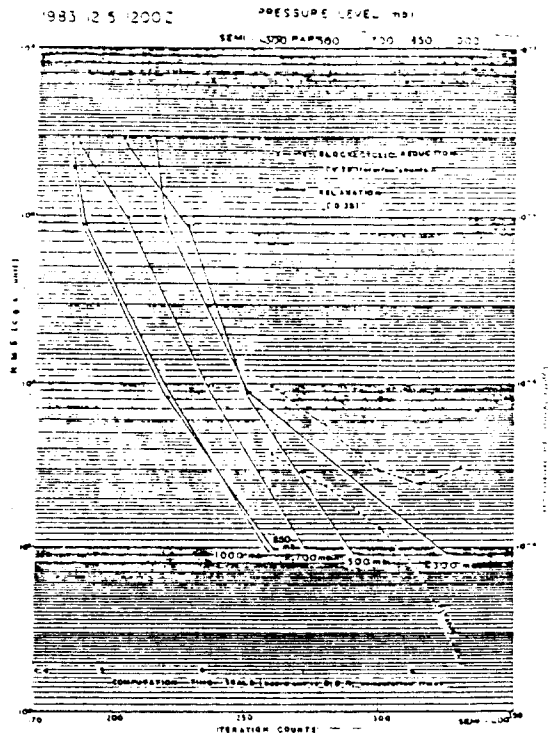


Fig. 2

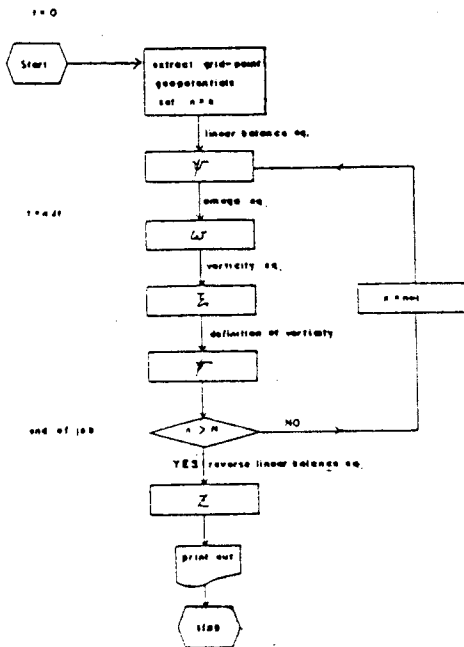


Fig. 3

Iteration	$\frac{\Delta \ln \sigma}{\ln \sigma}$	$\frac{\Delta \ln \theta}{\ln \theta}$	$\frac{\Delta \ln \omega}{\ln \omega}$	$\frac{\Delta \ln \rho}{\ln \rho}$	$\frac{\Delta \ln \mu}{\ln \mu}$	$\frac{\Delta \ln \nu}{\ln \nu}$	$\frac{\Delta \ln \xi}{\ln \xi}$	$\frac{\Delta \ln \eta}{\ln \eta}$	$\frac{\Delta \ln \zeta}{\ln \zeta}$	$\frac{\Delta \ln \chi}{\ln \chi}$	$\frac{\Delta \ln \psi}{\ln \psi}$	$\frac{\Delta \ln \phi}{\ln \phi}$	$\frac{\Delta \ln \chi}{\ln \chi}$
0	2.1	1.0	0.048	480	0.38	23	18	160	25	0.0	2.1	11	2.1
1	4971	2.3	1.0	0.075	610	5.2	-5.0	-19	75	0.0	2.3	10	2.1
2	4980	2.4	1.5	200	2.3	-18	-100	-	41	0.1	2.8	9.1	19
3	4981	2.5	1.7	0.18	87	3.3	0.48	14	44	0.2	1.0	0.8	14
4	4982	2.6	1.8	0.21	-23	3.3	16	-118	30	0.3	1.3	0.7	15
5	4983	2.7	2.5	0.34	-360	3.3	46	-6.7	31	0.9	3.6	9.6	24
6	4984	2.8	2.5	0.32	-190	3.3	77	11	36	1.2	3.6	10	27
7	4985	2.9	3.4	0.53	-200	3.3	110	-4.2	100	1.0	3.6	60	15
8	4986	3.0	3.4	0.49	-140	3.3	100	-34	100	1.0	3.6	60	15
9	4987	3.1	3.3	0.49	-140	3.3	100	-34	100	1.0	3.6	60	15
10	4988	3.2	3.3	0.49	-140	3.3	100	-34	100	1.0	3.6	60	15
11	4989	3.3	3.3	0.49	-140	3.3	100	-34	100	1.0	3.6	60	15
12	4990	3.4	3.4	0.76	190	9.2	4160	13	180	6.5	87	19	65
13	4991	3.4	3.4	1.4	1000	6.9	-160	1600	170	11	130	32	110
14	4992	3.4	4.0	1.8	1900	15	-100	410	200	13	250	34	150
15	4993	4.0	4.0	2.2	1900	24	-200	-110	250	15	260	31	140
16	4994	4.0	4.3	4.4	1000	110	1900	4100	460	19	1900	40	110
17	4995	5.7	5.7	5.7	19000	9100	44000	19300	160	11000	35	95	110
18	4996	5.7	5.7	5.7	19000	9100	44000	19300	160	11000	35	95	110
19	4997	5.7	5.7	5.7	19000	9100	44000	19300	160	11000	35	95	110

Table 1. Maximum kinds of average transformation function during the process of integration. The kind of average transformation function indicate the stability of numerical calculation for the period of 100hr.