대한전기학회 1984년도 하계학술회의 논문집 1984년 7월 20일

모달 방법을 사용한 선형 시스템의 오더. 리덕숀

ORDER REDUCTION OF LINEAR SYSTEMS BY MODAL METHOD

이 건 용

Kun-Yong Lee

University of Saarlandes West Germany

The accurate description of many physical processes leads to high number of different equations which are very difficult to handle for simulation or control purposes. The reduction of high-order, linear, time-invariant systems to lower-order ones has been investigated by many researchers. In this paper, a model technique among these methods is used. This technique has been developed here as if it were extensions of Davison's original method (1), its modification having been made to provide, among other things, steady state agreement between the original large-scale and reduced-order model.

The advantage of the modal analysis approach is that only matrix operations have to be executed. Here, it is very simple to obtain a reduced model. An example of illustration is shown using the model method.

1. 서론

아주 복잡한 시스템을 정확하게 수식으로 표시하기 위하여는 고차의 많은 미분 방정식이 필요하게 하게 되며 이런 고차의 시스템을 직접 시뮬레이숀이나 제어목적으로 사용하기 위하여는 그 취급이 아주 곤난하다. 그래서 본 논문에서는 고차의 시스템을 아주 낮은 차수의 모델을 구하는 하나의 방법으로서 모달방법 (1) (2)를 사용하였다.

2. 모달방법

선형화한 고차의 시스템을 다음과 같이 표시할수 있으며 $\dot{X} = AX + Bu$ (1) 여기서 x 는 n 차의 상태 벡터이며 u 는 p 차의 입력벡터이고 A,B 는 일정한시스템 마트릭스 (n,n) 와 제어 마트릭스 (n,p) 이다. 출력식은 $Y = CX$ (2)으로서 Y 는 출력벡터이고 C 는 일정한 출력마트릭스 (q,n) 이다. 이때 n 차의 상태방정식을 m 차의 상태방정식으로 (n> m) 줄이기 위하여는 먼저 (1) (2) 식을 선형변환하면 $X = VZ$ (3) 에서 $\dot{Z} = JZ + Gu$ (4)/$Y = C^{*} Z$ (5) 가되며 이때 $J = V^{-1}AV = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix}$ (6) $G = V^{-1}B = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}$ (7) $C^{*} = CV$ (8) 이다.

그러면 (4),(5)식에서 전체 n 개의 전달함수중에서 어떤 방법으로 m 개 (n> m) 전달함수를 선택할 것인가 ? 다음에 n-m 개 전달함수를 무시하였을때 오차를 최소로 주리는 방법은 무엇인가? 이상의 2가지 문제에서 첫째는 다음과 같은 식을 사용하여 구할수 있다.

$M_k = \max\limits_{i=1,m} (\max\limits_{j=1,K=1---n} dikj)$ (9)/$S_k = \sum\limits_{i=1,j=1}^{m} \sum\limits_{K=1---n}^{p} dikj$ (10)

여기서 dijk 는 p 개의 입력, q 개의 출력인 모

델에서 i-j 번째항의 전달함수중 에서 K 항에 대하여 단위입력을 다하였을때 시간응답으로 얻는 것의 계수의 절대치이다. (9)(10)식을 dominance 크기로서 정의하고 M_k 나 S_k 를 계산하여 그 값이 큰것 순위로 선택하여 m 개의 전달함수를 구한다. 둘째단계로서 (4)식에서 다음과 같이 $Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}$ (11) 중요한 상태벡터 (Z_1)과 중요하지 않은 상태벡터 (Z_2) 로 분류하여 Davison 이 제시한 $Z_2 = 0$ 로 인하여 발생하는 문제를 보상하기 위하여 Z_2 를 Z_1 의 선형결합으로 구성된 근사값 $\tilde{Z}_2$ 는 $\tilde{Z}_2 = EZ_1$ (12)으로 표시할수 있으며 E 는 최적선형 마트릭스이다. (3)식을 다음과 같이 표시하면

$X_1 = V_{11}Z_1 + V_{12}Z_2$ (13) $X_2 = V_{21}Z_1 + V_{22}Z_2$ (14)에서 X_1 는 중요한 상태벡터이고 X_2 는 중요하지 않은 상태벡터라고 할때 X_1 의 대한 근사식은 $\tilde{X}_1 = (V_{11} + V_{12}E)\, Z_1 = V_r Z_1$ (15) 로서 m 차로 줄인 모데의 모달형식은 $\dot{Z}_1 = J_1Z_1 + G_1u$ (16)이다. 따라서 최종 결과식은 $\dot{\tilde{X}}_1 = AR\tilde{X}_1 + BRu$ (17)로서 $AR = VR\, J_1 VR^{-1}$ (18)/ $BR = VR\, G_1$ (19)이다.

따라서 출력식은 $\tilde{Y} = C_1 \tilde{X}_1$ (20)이다.

C_1 은 (q,m) 이며 (17) - (20)식으로서 둘째단계의 문제를 고려한 원하는 m 차 모델을 구할수 있다. 이상의 이론을 이용하여 19차의 시스템을 5차로 줄이는 예를 별도로 제시한다.

3. 결론

모델을 줄일때 발생하는 오차를 중요하지 않은 상태벡터의 최저근사치를 구하여 보상하였으며 중요한 특성치의 선택은 도미넌스 크기표를 이용하여 구하였다. 이렇게 하여 얻은 모델은 원모델과 비교하여 아주 만족스런 결과를 얻었다. 끝으로 본 논문을 작성하는데 많은 조언과 지원을 해주신 할마.야쉐 교수 에게 사의를 표하는 바이다.

참고문헌

E. Davison: A Method For Simplifying Linear Dynamic Systems, IEEE Trans. AC - 11 (1966) pp. 93-101

K. Lee: Entwurf und optimale Regelung von Mehrgroessensystemen mit Ordnungsreduktionsverfahren, Univ des Saarlandes (1984)