대한전기학회 1984년도 하계학술회의 논문집 1984년 7월 20일

적응관측자의 구성에 관한 실험적 연구
On a Experimental Study of Adaptive Observer Design

장 세 훈 한 양 대 학 교
이 순 영 한 양 대 학 교
김 기 원* 한 양 대 학 교

1. 서 론

적응관측자는 Luenberger 관측자와는 달리 입-출력정보만을 이용 하여 플랜트의 미지 파라미터 뿐만 아니라 측정 불가능한 상태를 연속적으로 추정할 수 있다.

Carroll 과 Lindorff (2)는 Lyapunov 직접법을 이용하여 적응관측자를 구성하는 방법을 처음으로 제안하였으며 Kreisselmeir (4)는 적응관측자를 파라미터 추정과정과 상태추정과정 으로 분리하여 구성하면 수렴속도를 보다 더 빠르게 할 수 있음을 보었다.

또한 Nuyan 과 Carroll (9)은 상태변수 필터 출력들의 선형조합으로 표현되는 대수방정식을 써서 적응관측자를 구성할 수 있음을 보었다.

본 논문에서는 마이크로 컴퓨터를 사용하여 직접 적응관측자를 구성하여 보는데 그 목적을 두었다.

이에 본 논문에서는 적응칙을 구하는 데 있어서 상태 추정과정과 파라미터 식별과정을 분리 시킴으로써 그 수렴특성을 빠르게 하였다.

또한 파라미터 추정시에 사용되었던 필터들의 출력들을 관측자 구성시에 직접 사용함으로써 전체 계의 구조를 간단히 하였다.

위와 같이 하여 적응관측자를 구성시킨 결과 만족할 만한 실험결과를 얻었다.

2. 본 론

파라미터 식별

다음과 같은 플랜트를 생각한다.

$$G_p(z)=\frac{y_p(z)}{u(z)}=\frac{b_1z^{n-1}+b_2z^{n-2}+\cdots\cdots+b_n}{z^n+a_1z^{n-1}+\cdots\cdots+a_n} \quad (1)$$
$$\triangleq \frac{b_p(z)}{a_p(z)}$$

여기서 $a=[a_1,a_2,\cdots a_n]^T$, $b=[b_1,b_2,\cdots b_n]^T$ 는 미지 파라미터 벡터이며 $a_p(z)$는 $b_p(z)$와 서로 소인 관계를 만족하는 안정한 다항식이다.

이제 다음과 같은 성질을 만족하는 안정한 다항식 $f(z)$를 가정한다.

a. $f(z)=z^n+f_1z^{n-1}+\cdots\cdots+f_n=\prod_{j=1}^{n}(z+\lambda_j)$
b. λ_j는 플랜트의 극점 및 영점과는 다르다.
c. $\lambda_j=\lambda_i$, $i\neq j$ $i=j=1,2,\cdots,n$
d. λ_j는 단위원 내에 존재한다.

위에서 가정한 n차인 임의의 다항식 $f(z)$로 (1)식에서 주어진 플랜트의 분모 및 분자를 나누어 $y_p(k)$의 식으로 정리하면 다음과 같이 된다.

$$y_p(k)=\alpha^TR(k)+b^T\omega(k)+\delta(k) \quad (2)$$
$$R(k+1)=FR(k)+hy_p(k)$$
$$\omega(k+1)=F\omega(k)+hu(k)$$

여기서
$$F=\begin{bmatrix}-f_1 & -f_2 & \cdots\cdots & -f_n\\ 1 & 0 & \cdots\cdots & 0\\ 0 & \ddots & & \vdots\\ \vdots & & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots\cdots & 1 & 0\end{bmatrix},\quad h^T=[1,0,\cdots\cdots,0]$$

(2)식과 같은 형태로 파라미터 추정을 위한 식별 모델을 다음과 같이 구성시킨다.

$$\hat{y}(k)=\hat{\alpha}_1R_1(k)+\cdots\cdots+\hat{\alpha}_nR_n(k)+\hat{b}_1\omega_1(k)+\cdots+\hat{b}_n\omega_n(k)$$
$$=\hat{\alpha}^TR(k)+\hat{b}^T\omega(k) \quad (3)$$

윗 식에서 $\hat{\alpha}^T$와 $\hat{b}^T$는 적응칙에 의해 결정되는 가변 파라미터 벡터이다.

이제 (2)식과 (3)식으로부터 플랜트의 출력과

식별 모델 사이의 출력오차는 다음과 같이 구해진다.

$$\varepsilon(k)=\hat{y}(k)-y_p(k) \quad = \quad \phi^T(k)\theta(k)-\tilde{\alpha}^T F^K\theta(0) \qquad (4)$$

여기서 $\phi(k)=[(\hat{\alpha}-\alpha)^T(\hat{b}-b)^T]^T$,

$\theta(k)=[R^T(k) \ \ \omega^T(k)]^T, \quad \tilde{\alpha}=[\alpha^T \ b^T]^T$

이제 파라미터 추정은 $k\longrightarrow\infty$ 에 따라 $\hat{\alpha}(k)\rightarrow\alpha$, $\hat{b}(k)\longrightarrow b$가 되도록하는 적응칙을 구하는 문제로 집약된다.

적응칙을 구하기 위하여 다음과 같은 평가함수를 생각한다.

$$J=\frac{1}{2}\varepsilon^2(k)\left[\theta^T(k) \ \ \theta(k)\right]^{-1} \qquad (5)$$

$\phi(k)$ 에 대한 gradient 를 구하여 적응칙을 구하면 다음과 같이 된다.

$$\phi(k+1)=\phi(k)+\left[-G\theta(k)\theta^T(k)\phi(k)+G\theta(k)\tilde{\alpha}^T A^k\theta(0)\right]\cdot \left[\theta^T(k)\theta(k)\right]^{-1}=\phi(k)-G\theta(k)\varepsilon(k)\left[\theta^T(k)\theta(k)\right]^{-1} \qquad (6)$$

관측자의 구성

앞에서 추정한 파라미터들을 사용하여 상태관측자를 구성한다.

(1)식의 플랜트는 다음과 같은 Luenberger 관측자로 표현할 수 있다.

$$X(k+1)=F^TX(k)+gy_p(k)+bu(k)$$

$$=\begin{bmatrix} & \vdots & I_{n-1} \\ -f & \vdots & \cdots\cdots \\ & \vdots & 0 \end{bmatrix}X(k)+gy_p(k)+bu(k) \qquad (7)$$

여기서 $f=[f_1 \ f_2 \cdots\cdots f_m]$ 이며, 이는 앞에서 정의한 $f(z)$ 의 계수 벡터이므로 이미 알고 있는 값이며 g는 α와 같은 값을 갖는 미지의 파라미터 벡터이다.

이제 다음과 같은 방정식에 의해 플랜트의 상태를 추정한다고 가정한다.

$$\hat{X}(k)=M_1R(k)+M_2\omega(k) \qquad (8)$$

여기서 $R(k)$와 $\omega(k)$는 앞에서 정의한 신호이다.

따라서 $$\hat{X}(z)=M_1(zI-F)^{-1}h\,y_p(z)+M_2(zI-F)^{-1}hu(z)+\delta_c(z) \qquad (9)$$

또 (7) 식의 플랜트의 상태는 다음과 같이 표현된다.

$$X(z)=(zI-F^T)^{-1}gy_p(z)+(zI-F^T)^{-1}bu(z)+\delta(z) \qquad (10)$$

그런데 g는 α와 같은 값이므로 α의 추정치는 $\hat{\alpha}$로 대치되며 b는 $\hat{b}$로 대치된다.

(9) 식과 (10) 식은 $k\longrightarrow\infty$ 에 따라 같은 값을 가져야 하므로 M_1과 M_2는 Cayley-Hamilton 정리(8)를 이용하여 다음과 같이 구해진다.

$$M_1=[\hat{\alpha} \ \ F^T\hat{\alpha}\cdots\cdots F^{T(m-1)}\hat{\alpha}][h \ \ Fh\cdots\cdots F^{m-1}h]^{-1}$$
$$M_2=[\hat{b} \ \ F^T\hat{b}\cdots F^{T(m-1)}\hat{b}][h \ \ Fh\cdots F^{m-1}h]^{-1} \qquad (11)$$

이러한 방법에 의한 적응관측자의 구성도는 아래의 그림 1과 같다.

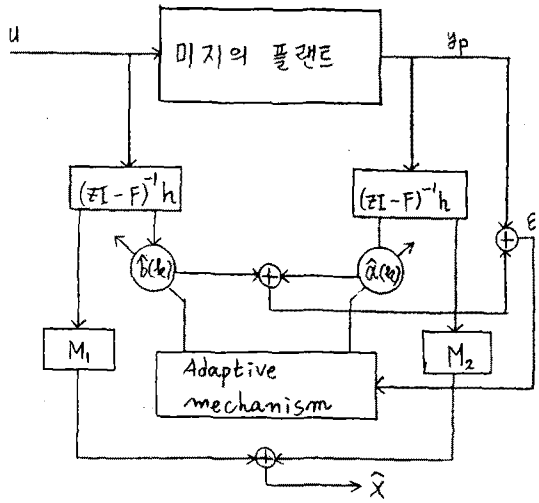

그림 1. 적응관측자의 구성도

이상의 결과를 바탕으로 실제 적응관측자를 구성시켜 보았다.

실험하는 데 있어서 플랜트는 아날로그 시뮬레이터로 구성하였으며 APPLE-2마이크로 컴퓨터를 사용하여 적응관측자를 구성하였다. 아날로그 시뮬레이터와 마이크로 컴퓨터 사이의 정보 교환은 D/A Converter 와 A/D Converter 를 이용하였다.

3. 결 론

본 논문에서는 적응관측자 구성시 적응속도를 빠르게 하기 위하여 파라미터 추정과정과 상태추정과정을 분리하였으며 또한 파라미터 추정시에 사용되는 상태변수 필터를 직접 상태추정시에도 사용할 수 있게끔하여 전체적인 구조를 간단히 하였다. 이러한 구성방법의 효용성 및 타당성을 입증하기위해 마이크로 컴퓨터로 적응관측자를 직접 구성하여 실험하여 본 결과 만족할만한 결과를 얻었다.

그러나 계통의 응답속도가 매우 빠르게 되면, 계통의 응답속도와 마이크로 컴퓨터의 계산시간이

일치하지 않아 정확한 추정을 할 수 없었다. 응답속도가 빠른 계통에 대해서는 좀 더 연구되어야 하겠다.

참 고 문 헌

1. Y.D.Landau;"Adaptive Control-The Reference Approach", Marcel Dekker Inc.,1979.
2. R.L.Carroll& D.P.Lindorff;"An Adaptive Observer for SISO Linear Systems", IEEE Trans. Auto. Contr.,vol.AC-18,pp.428-435, Oct. 1973.
3. K.S.Narendra & P.Kudva;"Stable Adaptive Schemes for System Identification and Control-Part 2", IEEE Trans. Auto. Contr. System, Man, and Cybernetics, vol.SMC-4, pp.542-560,Nov.1974.
4. G.Kreisselmeir ;"Adaptive Observers with Exponential Rate of Convergence", IEEE Trans. Auto. Contr.,vol.AC-22, Feb.1977.
5. C.C.Hang;"A New Form of Stable Adaptive Observe", IEEE Trans. Auto. Contr.,pp.544-547,Aug. 1976.
6. K.Ichikawa;"Continuous Time Adaptive Identification and Control Algorithms via Newly Developed Adaptive Laws", Int.J.Control, vol.36,pp.819-831,1982.
7. P.Kudva & K.S.Narendra;"An Identification Procedure for Discrete Multivariable Systems", IEEE Trans. Auto. Contr.vol.AC-19, pp.549-552, 1974.
8. C.T.Chen;" Introduction to Linear System Theory",Holt,Rinehart & Winston,Inc.,New York,1970.
9. S.Nuyan & R.L.Carroll;"Minimal Order Arbitrary fast Adaptive Observers and Identifiers",IEEE Trans. Auto. Contr.,vol.AC-24, pp. 289-296, Apr. 1979.
10. T.Suzuki & T.Nakamura & M.Koga;"Discrete Adaptive Observer with fast Convergence", Int.J.Contr.,vol.31,pp.1107-1119,1980.
11. S.Tamaki & S.Omatu & A.Kikuchi & T.Soeda;" Design of a Discrete Adaptive Observer based on Lyapunov's Direct Method", Int.J. Systems.Sci.,vol.12,pp.473-484,1981.