비최소실현에 의한 기준모델 적응제어계의 구성에 관하여

On a Configuration of the Model Reference Adaptive Control Systems via Non-minimal Realization

장 세 훈 한 양 대 학 교

이 순 영 한 양 대 학 교

양 오* 한 양 대 학 교

1. 서 론

P.C.Parks 와 Winsor (1)(2)등은 Lyapunov 안정도이론을 이용하여 처음으로 기준모델적응제어계를 설계하였다.

그 들이 다루었던 문제에서는 계를 구성 하는데 출력오차의 고계미분을 필요로 하였다.

그러나, 플랜트의 출력을 미분하게 되면 잡음등의 영향으로 실용상 커다란 제약을 받게 된다. 그래서 Monopoli (3)는 플랜트의 출력을 미분하지않고, 보다 더 일반적인 기준모델적응제어방법을 제시하였다. Monopoli 가 제시한 방법에서는 확장오차신호와 많은 상 배변수 필터들을 필요로 하기 때문에 계의 구성이 상당히 복잡하였다.

그 후 Feuer 와 Morse (4)등은 Monopoli의 이론을 확장하여 구조가 보다 더 간단한 적응제어계의 설계방법을 제시하였으며 전체 계의 안정도를 상세히 증명하였다. 또한 Narendra 와 Valavani (5)도 새로운 적응제어계의 구성방법을 제시하였다. 이 구성방법은 상대적인 차수가 2 이상인 문제를 다루기 위하여 기준모델의 전달함수를 Strictly Positive Real 로 만드는 연산자 L(s) 를 도입하였다.

본 논문에서는 비최소실현(Non-minimal Realization)(6)을 이용하여 적응제어계의 설계를 꾀하였다.

이를 위하여 조정기를 첨가한 플랜트와 기준모델이 일치될 수 있는 Matching 조건을 유도하였다. 또한 적응이득이 증가함에 따라 적응루우프에서의 바람직하지 못한 Oscillation 응답이 크게 되는데 본 논문에서는 Oscillation 응답을 적게하며 적응속도를 개선하기 위하여 적응칙의 적분항에 비례항을 첨가시켜 계를 구성하였다. 이렇게 구성된 전체 계의 안정도를 증명하였다.

논문의 마지막 부분에서는 플랜트 전달함수의 상대적인 차수가 각각 2,3 인 경우에 대하여 디지틀전산기 시뮬레이션을 행하여 원만한 적응제어가 수행됨을 확인할 수 있었다. 아울러 적응칙에 적분항만을 사용한 경우와 적분항에 비례항을 첨가하였을 경우의 수렴특성을 비교하여보았다.

2. 본 론

다음과 같은 플랜트를 고려한다.

$$G_p(s)=\frac{y_p(s)}{u(s)}=\frac{K_p\beta(s)}{\alpha(s)} \qquad (2.1)$$

여기서 $\alpha(s)$및$\beta(s)$는 서로 소인 n 차 및 m 차의 의 다항식이며 $G_p(s)$는 최소위상이다.

또한 $k_p>0$, $n-1\geq m$ 이라 가정한다.

기준모델의 전달함수를 다음과 같이 가정한다.

$$G_M(s)=\frac{y_M(s)}{r(s)}=\frac{K_M\beta_M(s)}{\alpha_M(s)} \qquad (2.2)$$

여기서 $\alpha_M(s)$ 와 $\beta_M(s)$는 점근적으로 안정한 다항식이며 $k_M>0$이다.

그러면 문제는 각각의 입·출력쌍 $\{u(t),y_p(t)\}$, $\{r(t),y_M(t)\}$에 의해서 표시되는 플랜트와 기준모델의 출력이 시간 $t\rightarrow\infty$로 증가함에 따라 완전히 일치되도록 적절한 제어입력 u(t)를 구하는 것으로 귀결된다. 이러한 적응제어의 목적을 달성하기 위하여 플랜트에 조정기를 첨가시켜, 이 조정기를 적절한 적응제어칙에 따라 조정한다.

이제 다음과 같이 점근적으로 안정한 다항식을 가정한다.

$$f(s)=s^{n-1}+f_2 s^{n-2}+\cdots\cdots+f_n \tag{2.3}$$

그리고 $G_p(s)$ 의 분모 분자 다항식을 위의 f(s) 로 나누고 정리한 후 플랜트에 대한 비최소 상배공간 표현식을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbb{X}}(t)=\begin{bmatrix} a_1 & \bar{\mathbb{a}}^T & \bar{\mathbb{b}}^T \\ \mathbb{h} & \mathbb{F} & \mathbb{0} \\ \mathbb{0} & \mathbb{0} & \mathbb{F}\end{bmatrix}\mathbb{X}(t)+\begin{bmatrix} b_1 \\ \mathbb{0} \\ \mathbb{h}\end{bmatrix}u(t)$$

$$y_p(t)=[\,1 \quad \mathbb{0} \quad \mathbb{0}\,]\,\mathbb{X}(t) \tag{2.4}$$

여기서 $\mathbb{X}(t)=[\,y_p \quad \mathbb{Z}^T \quad \mathbb{W}^T\,]^T$ 이며 $\mathbb{Z}, \mathbb{W}$ 는 각각 플랜트의 출력과 입력이 filter 된 상배들이고 각 파라미터 값들은 다음과 같다.

$$\mathbb{F}=\begin{bmatrix} -f_2 & -f_3 & \cdots\cdots & -f_n \\ 1 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots 0\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbb{h}=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0\end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbb{a}}^T=[\,a_2, a_3, \cdots\cdots\cdots a_n\,]$$

$$\bar{\mathbb{b}}^T=[\,b_2, b_3, \cdots\cdots\cdots b_n\,]$$

위의 비최소실현상배벡터는 측정 가능하므로 다음과 같은 가조정이득과 조합된 선형상배변수 궤환을 생각할 수 있다.

$$u(t)=\theta_1(t)r(t)+\theta_w^T(t)\mathbb{W}(t)+\theta_{n+1}y_p(t)+\theta_z^T(t)\mathbb{Z}(t)$$
$$=\theta^T(t)\mathbb{V}(t) \tag{2.5}$$

(2.1)식과 (2.5)식으로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{y_p(s)}{r(s)}=\frac{K_p\theta_1 f(s)\beta(s)}{D(s)} \tag{2.6}$$

여기서 $D(s)=\alpha(s)\{s^{n-1}+(f_2-\theta_2)s^{n-2}+\cdots+(f_n-\theta_n)\}$
$-K_p\beta(s)\{\theta_{n+1}s^{n-1}+(\theta_{n+1}f_2+\theta_{n+2})s^{n-2}+\cdots+\theta_{2n}\}$ (2.7)

위의 식에 Wolovich (7)공식을 적용하면 D(s) 가 $\alpha_M(s)L(s)\beta(s)$ 와 같게 되는 θ_i^* 가 존재한다. 따라서 조정기를 첨가한 플랜트의 전달함수와 $G_M(s)$ 가 완전히 일치되기 위한 필요충분조건은 다음과 같이 된다.

1) $\beta(s)$ 및 $\beta_M(s)$ 는 m 차의 점근안정한 다항식
2) f(s)는 $\beta_M(s)L(s)$ 인 점근안정한 다항식

단, L(s) 는 기준모델의 전달함수가 Strictly Positive Real 이 되게하는 n-m-1차의 Hurwitz 다항식이다.

이제 플랜트에 조정기를 첨가시켜 (2.5)식에 의한 선형상배궤환을 행할 경우 폐루우프 제어계의 상배공간표현식은 다음과 같이 된다.

$$\dot{\mathbb{X}}(t)=\mathbb{A}_c\mathbb{X}(t)+\mathbb{b}_c\{\theta_1^* r(t)+\phi^T(t)\mathbb{V}(t)\}$$
$$y_p(t)=[\,1 \quad \mathbb{0} \quad \mathbb{0}\,]\,\mathbb{X}(t) \tag{2.8}$$

여기서
$$\mathbb{A}_c=\begin{bmatrix} a_1+b_1\theta_{n+1}^* & \bar{\mathbb{a}}^T+b_1\theta_z^{*T} & \bar{\mathbb{b}}^T+b_1\theta_w^{*T} \\ \mathbb{h} & \mathbb{F} & \mathbb{0} \\ \mathbb{h}\theta_{n+1}^* & \mathbb{h}\theta_z^{*T} & \mathbb{F}+\mathbb{h}\theta_w^{*T}\end{bmatrix} \quad \mathbb{b}_c=\begin{bmatrix} b_1 \\ \mathbb{0} \\ \mathbb{h}\end{bmatrix}$$

오차방정식을 유도하기 위한 이론적인 기준모델의 동배방정식을 다음과 같이 가정한다.

$$\dot{\mathbb{X}}_m(t)=\mathbb{A}_c\mathbb{X}_m(t)+\mathbb{b}_c\theta_1^* r(t)$$
$$y_M(t)=[\,1 \quad 0 \quad \mathbb{0}\,]\,\mathbb{X}_m(t) \tag{2.9}$$

여기서 $\mathbb{X}_m(t)$ 는 2n-1 차의 상배벡터이다.

그러면 위의 (2.8)식, (2.9)식으로부터 플랜트와 기준모델의 출력오차 $e_1(t)$ 는 다음과 같다.

$$e_1(t)=\frac{G_M(s)}{\theta_1^*}\cdot\{\phi^T(t)\mathbb{V}(t)\} \tag{2.10}$$

그런데 기준모델이 항상 Strictly Positive Real 한 것은 아니므로 이를 Strictly Positive Real 이 되게 하는 연산자 L(s)를 도입하고, 또한, 조정기는 미분기를 갖게 되는데 이를 피하기 위하여 확장오차신호 e_a (8)를 도입한다. 확장오차신호 $e_a(t)=e_1(t)+e_s(t)$ 라 하면 $e_a(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$e_a(t)=\frac{G_M(s)L(s)}{\theta_1^*}\cdot\{\phi^T\xi(t)+\theta_1^*\tilde{g}_1(t)\psi_1(t)\} \tag{2.11}$$

따라서 (2.11)식에 Mayer - Kalman - Yacubovich 공식을 적용하면 적응칙은 다음과 같이 된다.

$$\dot{\theta}_i(t)=-\gamma_i\xi_i e_a,\quad \dot{g}_1(t)=-g\psi_1 e_a \tag{2.12}$$

(단 i =1 ,2 , ... ,2n)

또한 적응속도를 개선하고 Oscillation 응답을 적게하기 위하여 위의 적응칙에 비례항을 첨가시킨다. 적분항에 비례항을 첨가시킨 적응칙은 다음과 같이 구해진다.

$$\theta(t)=\theta_I(t)+\theta_P(t)$$
$$\dot{\theta}_I(t)=-\Gamma\xi(t)e_a(t)=\dot{\phi}_I(t)$$
$$\theta_P(t)=-B\xi(t)e_a(t)$$
$$g_1(t)=g_{1P}(t)+g_{1I}(t)$$
$$\dot{g}_{1I}(t)=-g\psi_1(t)e_a=\dot{\tilde{g}}_{1I}(t)$$
$$g_{1P}(t)=-k\psi_1(t)e_a \tag{2.13}$$

이와 같이 구성된 전체 적응제어계의 구성도는 그림 1과 같다.

3. 결 론

본 논문에서는 비최소실현을 이용하여 조정기를 첨가한 플랜트와 기준모델이 일치될 수 있는 Matching 조건을 유도하였다.

또한 적응칙을 구하는 데 있어서는 적분항에 비례항을 첨가시켰다.

이렇게 함으로써 구성된 계의 과도응답을 현저히 줄일 수 있었으며 적응속도를 개선시킬 수 있었다.

그리고 적응칙에 비례항을 첨가하여 구성된 전체 계의 안정도를 증명하였다.

이와 같이 구성된 제어계의 효용성 및 응답특성을 알아 보기 위하여 플랜트 전달함수의 상대적인 차수가 각각 2, 3 인 경우에 대하여 디지틀전산기 시뮬레이션을 행하여 만족할만한 결과를 얻었다.

참 고 문 헌

1. P.C.Parks;"Lyapunov Redesign of Model Reference Adaptive Control System",IEEE Trans. Auto. Control,AC-11,pp.362-367,1966.
2. C.A.Winsor & B.J.Row;"Design of Model Reference Adaptive Control Systems by Lyapunov's Second Method", IEEE Trans. Auto. Control, Pp.204-205,1968.
3. R.V.Monopoli;"Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal", IEEE Trans. Auto. Control,vol. AC-19,1974.
4. A.Feuer & A.S.Morse;"Adaptive Control of Single-input Single-output Linear Systems", IEEE Trans. Auto. Control, AC-13,pp.557-569,1978.
5. K.S.Narendra & L.S.Valavani;"Stable Adaptive Controller Design-Direct Control", IEEE Trans. Auto. Control, AC-23, pp.570-583, 1978.
6. K.Ichikawa;"An Approach to the Synthesis of Model Reference Adaptive Control Systems", Int.J.Control, vol.32,pp.175-190, 1980.
7. W.A.Wolovich; Linear Multivariable Systems, Springer-Verlag New York, 1974.
8. Suzuki & Dohimoto;"A Modified Scheme for the Model Reference Adaptive Control with Augmented Error Signal",Int.J.Control, vol.27, pp. 199-211,1978.

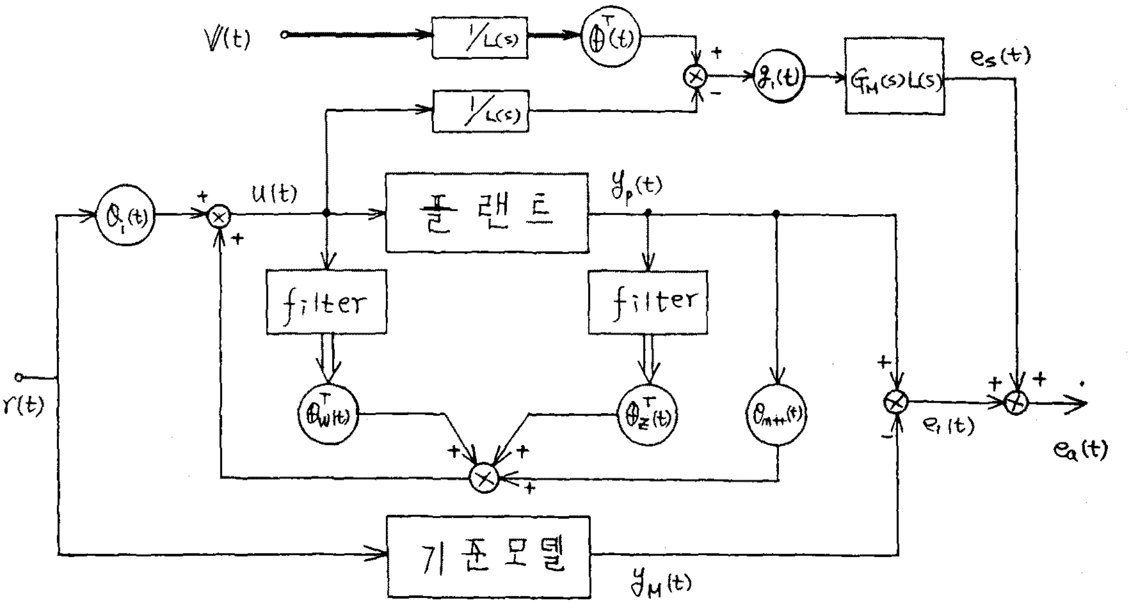

그림 1. 전체 적응제어계의 구성도