

전압원 인버터로 구동되는 유도 전동 기의 동작 해석  
Performance and Analysis of Induction Motor  
Fed Voltage Source Inverter

이 운 종  
정 등 화  
급 경 한\*

한 양 대

## 1. 서 론

유도 전동기는 전연주파수에 의해 결정되는 동기속도에 가까운 일정 속도로만 회전하기 때문에 속도의 제어를 요구하는 시스템에 직류 전동기가 사용되어 왔다. 그러나 최근 반도체 기술의 발달에 따라 여러 제어방식이 개발되어 유도전동기가 VSD(variable speed drives)로 많은 관심을 받아오고 있다.

이러한 여러 제어방식 중에서 PWM 인버터 동작의 장점이 최근 널리 인식되어 그에 관한 연구가 활발하게 진행되고 있다.<sup>1,2)</sup> 일찍이 PWM 인버터로 구동되는 유도전동기에 관한 연구는 실체적 장치에서 측정되는 전압과 전류의 정상상태의 주기적 진동을 예측하기 위해 단지 등가회로만을 사용하였으며 초오크의 진동에 대해서는 관심을 기울이지 않았다.<sup>3)</sup>

유도전동기의 고정자에 비정현파의 전압이 공급되어 질 때 고정자 전류와 토오크에 포함된 고조파분을 정확히 평가하기 위해서 그들을 예측, 분석하는 것이 필요하다.

본 연구에서는 인버터 출력전압파형과 전동기 회로를 표현하기 위하여 문헌(4)등에서 잘 알려진 2축 모델을 사용하여 6-스텝 구형파 및 PWM 파형의 전압이 전압원 인버터에서 전동기에 공급될 때 유도 전동기의 기동시 차도

특성 및 고조파 전류와 고조파 토오크의 특성을 해석 할 수 있었다.

### 2. PWM 인버터의 전압유도

그림 1•은 전동기 단자에 가변주파수의 교류파형을 가하기 위한 인버터의 기본 회로를 나타낸다. 이를 들면 6-스텝 구형파 인버터의 전압파형은 그림2•와 같으며  $V_A, V_B, V_C$ 는 선전압이고  $V_{AB}$ 은 상전압이다. 인버터로 구동되는 전동기를 선형적으로 표현하면 그림3•로 나타나며 인버터의 선전압이 전연전압이다. 이 그림으로부터 증성점 전압은 다음과 같다.

$$V_h = 1/3(V_A + V_B + V_C) \quad (1)$$

따라서 상전압  $V_{AB}$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$V_{AB} = V_A - V_h = 1/3(2V_A - V_B - V_C) \quad (2)$$

이것을 푸리에 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$V_{AB} = 1/3 \sum_{k=1}^{\infty} V_0(k) \left( 2\sqrt{3} \cos \frac{k\pi}{3} - 1 \right) \frac{2\pi k}{3} \quad (3)$$

여기서  $K$ 는 고조파수이며 각 고조파에 대해서 다이어그램은 그림 4로 나타내며 이것으로부터 표(1)의 관계를 알 수 있다. 그림5•는 일반적인 PWM 인버터의 선전압을 나타내며 푸리에 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$V_d = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \left( V_d / k\pi \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \sin 2k\pi T_j \right) \cos \frac{2k\pi}{T} t + \left( V_d / k\pi \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \cos 2k\pi T_j \right) \sin \frac{2k\pi}{T} t \right] \quad (4)$$

여기서  $T_j = t_j/T$  는 소위 칭 시간이며 이식을 삼각함수의 항등식을 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$V_d = \sum_{k=1}^{\infty} R(n) \sin \left( \frac{2k\pi}{T} t + \phi(n) \right) \quad (5)$$

### 3. 유도 전동기의 성능 해석

3상 유도 전동기의 동작을 보다 쉽게 계석하기 위해서 다음과 같이 가정한다.

- 1) 철심은 포화되지 않고
- 2) 공극은 균일하며 공극자속 분포는 정현적이다.
- 3) 철손율 무시한다.

기준 프레임이 임의의 속도  $p\theta$ 로 돌고 있는 관점에서 유도전동기의 동작 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$V = [R]i + [L]i + [G]i \quad p = d/dt \quad (6)$$

$$i = [ids \ igs \ idr \ igr]^T \quad (7)$$

$$V = [V_{ds} \ V_{gs} \ V_{dr} \ V_{gr}]^T \quad (8)$$

$$R = \text{diag} [R_s \ R_s \ R_r \ R_r] \quad (9)$$

$$L = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} & & \\ & L_s & L_{sr} & \\ L_{sr} & & L_r & \\ & L_{sr} & & L_r \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$G = \begin{bmatrix} & -L_s p\theta & -L_{sr} p\theta \\ L_s p\theta & & L_{sr} p\theta \\ & -L_{sr} p(\theta_c - \theta) & -L_r p(\theta_c - \theta) \\ L_{sr} p(\theta_c - \theta) & & L_r p(\theta_c - \theta) \end{bmatrix}$$

$$p\theta = \text{rotor speed} \quad (11)$$

행렬  $[G]$ 는 기준 프레임에 따라 달라지게

된다. 동기 속도로 돌고 있는 기준 프레임에 대해 식 (6)를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$pi = (\omega_r L_i^T [C_1][L] + \omega_r L_i^T [C_2][L] + [L]^T [R])i + [L]^T V \quad (12)$$

여기서  $\omega_r$ 는 동기속도이며  $\omega_r$ 은 회전자의 전기적 각속도이다.

기본파 및 고조파 전류는 식 (12)로 부터 구해지며 이때 전기적 토오크와 속도 방정식은 다음과 같다.

$$T_e = \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{2} L_{sr} (i_{qs} idr - i_{ds} igr) \quad (13)$$

$$p\omega_m = (T_e - T_L - D\omega_m)/J \quad \omega_r = \frac{p}{2} \omega_m \quad (14)$$

식 (12)~(14)는 유도 전동기의 주파수 특성 및 정상상태를 나타낼 수 있는데 대부분 이를 방정식은 비선형이기 때문에 디지털 컴퓨터를 이용해 수치적 방법으로 풀어진다. 여기서  $V_{ds}$ 와  $V_{gs}$ 은 입력전압을 고조파 급수 형태로 표현하여 각 고조파 전압에 PARK 의 변환행렬을 적용하여 그 결과들을 합함으로서 정의된다.

그림 6-6에 3상 유도전동기의 d, q 축의 삼각함수 관계를 나타냈다.

안버터로 구동되는 유도전동기의 정상상태를 보다 간단하게 표현하고 계산 시간을 줄이기 위해 그림 6-6에 나타낸 전동기 등가회를 사용하였다. 이때 PWM 공급 전압은 고조파 푸리에 급수로 표현되며 각 전압 고조파의 실효값이 고조파 등가회로에 독립적으로 작용한다고 가정하여 전순시전류는 각각의 고조파 전류를 합한 급수 형태로 표현할 수 있다. 이러한 고조파 분석을 위하여 회전자 속도는 일정하며 전기적 토오크 맥락의 영향을 받지 않는다고 가정한다. 고정자 전류와 회전자 전류의 폐이서 (phasor)는 각각 다음과 같다.

$$I_{1K} = V_k \cdot \vec{Y}_k / \sqrt{2} \quad (15)$$

$$I_{2K} = V_k \cdot \vec{Y}_k \cdot \vec{F}_k / \sqrt{2} \quad (16)$$

여기서  $\vec{Y}_k$ 은 입력 이드미란스이고  $\vec{F}_k$ 은 회로의 입피던스 비(ratio)이다.

$$\vec{Y}_k = 1/\vec{Z}_k = Y_k \exp(j\theta_k) \quad \vec{F}_k = F_k \exp(j\varphi_k) \quad (17)$$

프로그램은 어떤 제한된 차수 K까지 각 고조파에 대한 고조파 전압  $V_k$ 와  $\vec{Y}_k$ ,  $\vec{F}_k$  그리고 슬립  $S_K$ 의 값을 계산하는 데 전개되었다. 이때 전동기의 동작방정식들은 회전자 속도가 일정하다고 가정하였음으로 어떤 수치 적분이 수행될 필요가 없는 대수 방정식으로 구성된다.

### 4. 결 과

구형파 입력과 주파수비가 9이고 변조지수 가

M 일때의 PWM 입력에 대한 고정자 전류, 흐르고 및 화전자의 각속도등을 그림 8 - 14에서 각각 보였다. 전동기의 개수는 다음과 같다.

$$R_S = 0.0642 \mu\Omega \quad R_F = 0.0637 \mu\Omega$$

$$X_S = 2.57 \mu\Omega \quad X_F = 2.57 \mu\Omega$$

$$X_{SF} = 2.475 \mu\Omega \quad H = 0.0331 \text{ second}$$

### 5. 결론

본 논문에서 유도된 해석 방법으로 인버터의 비정현 전압으로 구동되는 유도 전동기의 자도 상태와 정상 상태 특성을 쉽게 해석할 수 있었다.

고조파 등 가회로 모델의 방정식들은 모두 처리하기가 간단한 예수 방정식으로 표현되어 어떠한 수치적분이 필요 없이 고조파 전류를 구할 수 있지만 기동 시 자도 상태를 정확히 표현할 수 없으며 오직 정상 흐르고 막동이 요구되어 질 때만 사용되어 질 수 있다. 이에 비해 2축 모델은 자도 상태 및 정상 상태를 보다 정확히 예측할 수 있다.

본 논문은 일반적인 가정하에서 이상적인 인버터로 구동되는 유도 전동기의 자도 및 정상 상태 특성을 해석 하지만 시스템을 설계할 경우 문제가 되는 고조파 전압, 고조파 전류, 최대전류, 최대 흐르고 막동을 예측하여 시스템을 설계하고 수정하는데 있어서 효과적인 도움을 줄 것이다.

### REFERENCES

1. S.R.BOWES, and M.J.MOUNT: "Microprocessor control of pwm inverter" IEEE PROC Vol 128 Pt.B NO6. November 1981. November
2. S.R.BOWES, and J.CLAIRE, B.S.C. "Steady state performance of pwm inverter drives"; IEEE PRO. Vol 130 Pt.B. NO4 JULY 1983
3. KLINMAN, G B and PLUNKETT, A B; Development of a Modulation Strategy for a PWM inverter drive. IEEE Trans vol IA -15 No 1 1979 pp.72-79
4. P C KRAUSE, "Simulation of symmetrical induction machinery" IEEE, Vol PAS-84 NO. 11. November 1969
5. ASISH K.DESARKAR AND GUNNAR J.BERG; "Digital Simulation of Three phase induction Motors", IEEE TRANS ON PAS-89, NO, JUNE/AUGUST 1970

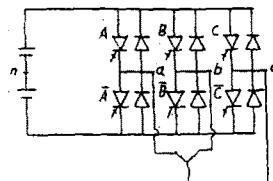


그림 1. 3상 인버터

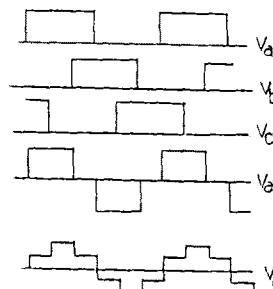


그림 2. 6스텝 전압파형

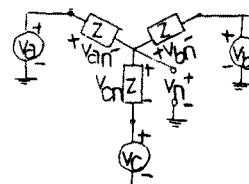


그림 3. 전동기

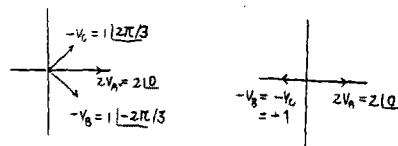


그림 4. 각 고조파의 페이서 다이어그램

Harmonic	$V_{an}(k)$	Rotation
1 4 7 10 13 ..	$V_a(k)$	+
2 5 8 11 14 ..	$V_b(k)$	-
3 6 9 12 15 ..	0	

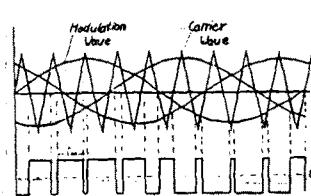


그림 5. PWM 파형

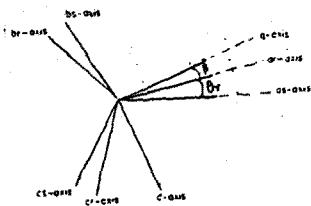


그림 6. D, G 쪽  
삼각함수 관계

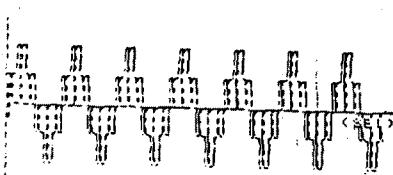


그림 7. 고조파 등가회로

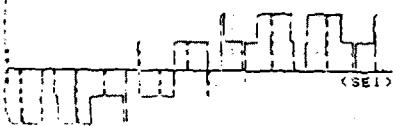


그림 11. 상전압(주파수 비=9 M=1)

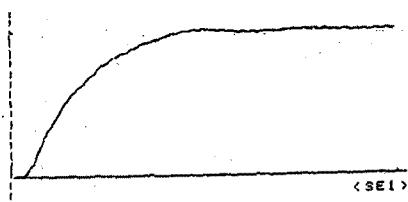


그림 8. 회전자 속도(구형파,  $V_C = 170$ )

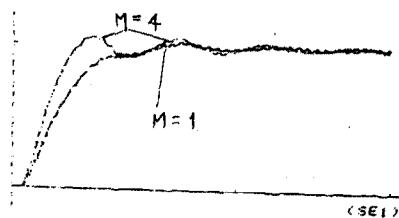


그림 12. 회전자 속도( $V = 1.5 \cdot V_C$ )

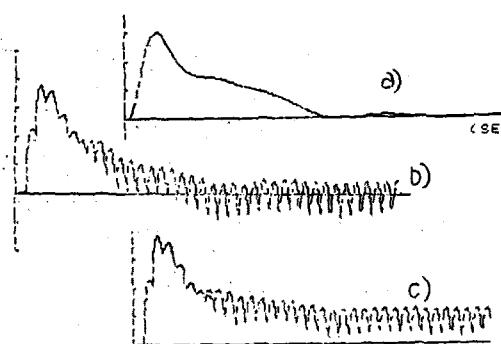


그림 9. 토오크  
a) Sin 압력(무부하)  
b) 구령파(무부하)  
c) 구령파(전부하)

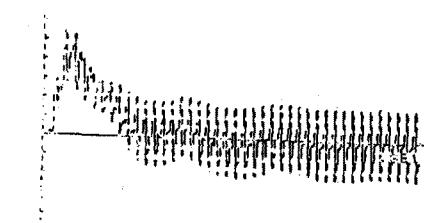


그림 13. 토오크

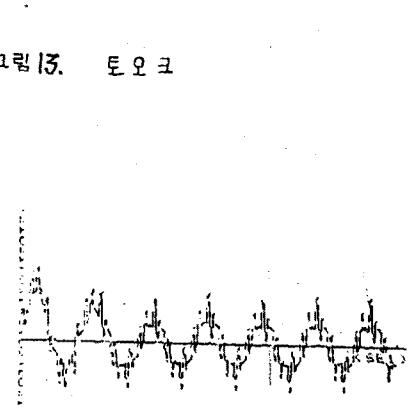
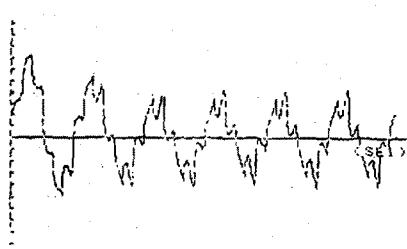


그림 14. 고정자 전류

그림 10. 고정자 전류