

이 광 영

송전대학교 전자공학과

Hilbert Transformer using CTD

K. H. LEE

Department of Electronic Engg, Soon Jun University

ABSTRACT

A Discrete Hilbert transformer(DHT) is studied and designed using the Charge Transfer Device (CTD).

Error problem is discussed and compared with passive, active and digital H. T. Circuits.

본할 전극을 사용함으로써 간단히 convolution 의 급셈과 덧셈 계산이 가능하다.

본 논문에서는 종래의 HT회로와 성능을 비교 하고 CTD DHT 회로 구성상의 오차문제를 검토한다.

1. 서론

복소신호를 만드는데 있어서 90° 이상기 (Phase Shifter) 가 필요하다. 이와같은 광대역 90° 이상기는 수학적으로 힐베르트 변환기 (H.T.) 로써 정의된다. HT 는 전달함수의 진폭과 위상의 관계를 나타내며, 그 스펙트럼의 실부수와 허수부의 관계를 나타낸다. 이외에도 여러가지 디지털 신호처리 (D.S.P) 분야에 있어서 중요한 의미를 갖는다.

1940년경 DOME 및 KIYASU 에 의해 각각 H.T. 의 실현방법이 제안된 이래 Tsuchiya⁽²⁾ 에 의해 계속되고 있는 HT 회로는 비선형 근지연 특성을 갖는 것이다.

FFT를 이용하여 이산 HT(D.H.T) 의 계산도 주파수 영역에서 계산할 수 있게 되었다. Rabiner⁽³⁾ 는 선형위상을 갖는 FIR DHT 를 Remetz 의 최적화 반복 알고리즘에 의하여 최소최대 오차를 갖도록 설계하고 있다.

CTD 는 일종의 애너로그 시프트 레지스터로서 맵달린 CTD 는 FIR 필터의 설계방식에 준한다.

CTD필터를 사용하는 이점은 MOS LSI 기술에 의해 제조 가능하며, A/D D/A 변환기가 필요없이 외부 클럭에 의해서 지연시간을 제어할 수 있으며 소형, 저소비전력 소자라는 점이다.

트랜스버살 필터 (TF) 로 사용할때는 특히

2. 90° 위상차 회로

DOME, KIYASU 의 광대역 90° 이상기는 두 개의 APF (전대역 여파기)를 병렬로 하여 제비세후 근사방법을 써서 4단자 수동회로망으로 구성된다.

이상기의 전달함수는 감소를 초래하는 최소위상 추이부와 APF 부로 구분할 수 있다.

HT 회로를 구성하는 문제는 2 개의 병렬회로의 각각의 전달함수의 진폭 특성을 같게하고 최소 위상 추이부도 서로 같게하면, 각 주파수에 있어서 위상차가 90° 인 APF를 구하는 문제로 귀결된다.

이 방법은 Bedrosian⁽⁴⁾에 의해 발전 정리되어 타원 함수를 수치 계산하여 얻은 수치표와 그림으로 부터 내삽하여 사양의 소자값을 편리하게 구할 수 있게 되었다.

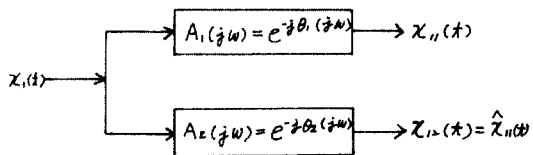


그림 1. 90° 위상차 회로
90° Phase Difference Network.

그림 1에서 $\theta_2(j\omega) - \theta_1(j\omega)$
 $= (C + \log \omega) - (C + \log K\omega)$ (1)
 $-\log K = -\pi/2$

되도록 만족하는 주파수 범위를 갖는다.

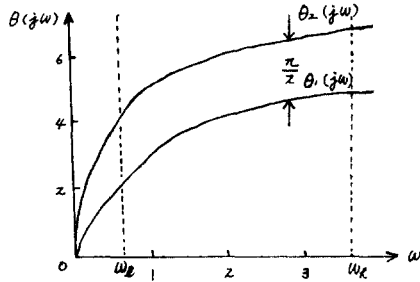


그림 2. 그림 1의 비선형 위상 특성
 Nonlinear Phase Characteristic
 of Fig 1.

3. FIR-DHT의 설계

유한 임펄스 응답(FIR) 디지털 필터는 선형 위상을 갖고 안정하며 양호한 차단 특성을 위해서는 긴 지연 선로를 필요로 한다.

FIR 디지털 필터(DF)의 설계방법에는 푸리에 급수에 참함수를 급한 참함수법과 FSF(주파수 표본화 여파기) 및 최대오차를 최소화 하는 세가지가 있다.

Rabiner(3)는 체비세후의 개념으로 임펄스 응답의 값을 구하고 있다.

실신호 계열 $x(n)$ 과 그 HT의 출력 $\hat{x}(n)$ 을 합하면 복소신호 계열 $\tilde{x}(n)$ 가 되며, 그 각각의 푸리에 변환(FT)은 다음(3)식과 같이 된다.

$$\tilde{x}(n) = x(n) + j\hat{x}(n) \quad (2)$$

$$\tilde{x}(e^{j\omega}) = x(e^{j\omega}) + j\hat{x}(e^{j\omega}) \quad (3)$$

또

$$\tilde{x}(e^{j\omega}) = 2x(e^{j\omega}), 0 \leq \omega \leq \pi \quad (4)$$

$$= 0, \pi \leq \omega < 2\pi$$

여기서 $\hat{x}(e^{j\omega}) = H_d(e^{j\omega}) \cdot x(e^{j\omega})$ (5)

$$H_d(e^{j\omega}) = -j, 0 < \omega < \pi \quad (6)$$

$$= +j, \pi < \omega < 2\pi$$

$H_d(e^{j\omega})$ 는 DHT의 이상 주파수 특성이다. 여기에 선형위상을 추가하여, 임펄스 응답을 구하면

$$h_d(n) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sin^2[\frac{\pi}{2}(n-\tau)]}{(n-\tau)}, n \neq 0 \quad (7)$$

$$= 0, n = 0$$

표본치 지연,

$$\tau = -\frac{1}{2} \text{일 때,} \quad h_d(n) = \frac{1}{\pi(n + \frac{1}{2})} \quad (8)$$

$$\tau = 0 \text{일 때,} \quad h_d(n) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\pi n}{2}}{\pi} \quad (9)$$

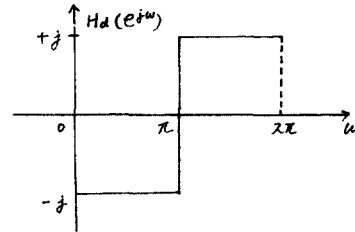


그림 3. 이상 H.T 특성 $H_d(e^{j\omega})$
 Ideal H.T. Characteristic
 $H_d(e^{j\omega})$

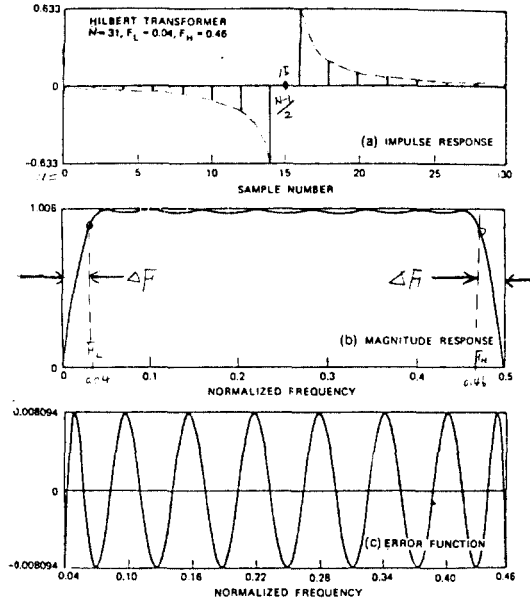


Fig. 4—The impulse response, magnitude response, and error function of an $N = 31$ Hilbert transformer with $F_L = 0.04$ and $F_H = 0.46$.

그림 4. $N=31, F_L=0.04, F_H=0.46$ 일때의 DHT의 임펄스 응답, 진폭특성 및 오차함수.

4. CTD - DHT

임펄스 변환의 정의식은

$$\mathcal{H}[x(t)] = \hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} \cdot d\tau \quad (10)$$

$$= \frac{1}{\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{x(t-\tau) - x(t+\tau)}{\tau} \cdot d\tau$$

입력신호의 푸리에 변환은

$$\mathcal{F}[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt = X(j\omega) \quad (11)$$

이므로 (10)식을 F.T.하면

$$\mathcal{F}[\mathcal{H}(x(t))] = -j \operatorname{sgn} \omega \cdot X(j\omega) \quad (12)$$

즉, HT의 임펄스 응답은 $\frac{1}{\pi t}$ 이며, 시스템 전달함수는 ω 에서 $-j$, ω 의 ω 에서 $\frac{j}{2}$ 의 값을 갖는다. 따라서 2인과성 임펄스 응답을 위해서 일정한 지연시간이 필요하게 된다.

지금 랩달린 CTD를 써서 브랜스버살 필터형 HT를 실현할때, 그 전달함수는

$$H(z^{-1}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cdot z^{-n} \quad (13)$$

그림 5에 RETICON 회사의 TAD-32를 사용하여 DHT 실험 회로를 구성하고 있다.

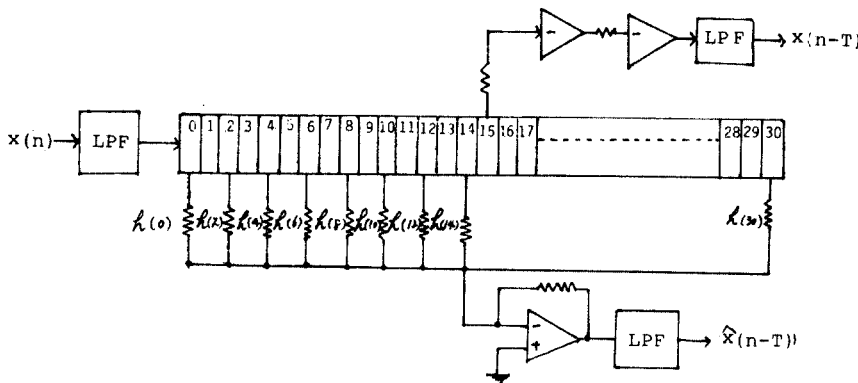


그림 5. TAD-32를 이용한 DHT Experiment Circuit Using TAD-32

지연단수 $N=31$ 의 기수일 때는 $\frac{N+1}{4} = 8$ 개의 랩달기로 만족된다.

입력 LPF는 aliasing error를 제거하며,

출력 LPF는 smoothing Filter이다.

신호주파수 f_x 대역은 지연단수 N 과 크릭주파수 f_c 에 의해 제한된다.

$$\frac{f_c}{N} < f_x < \frac{f_c}{4} \quad (14)$$

CTD TF는 유한 지연 단수로 인한 절단오차와 크릭주파수 1/4이하의 신호성분의 주파수로 적분을 근사하는 오차 및 신호전송에 있어서의 잔류편하에 의한 오차가 있다.

이외에 하중 계수 (weighting coeff.)의 편차, 소자특성의 비선형과 크릭에 의한 스파이크 잡음등이 있다.

정현파 입력에 대한 HT는 여현파이며, 유한 지연소자로 근사시킬 때의 평균자승 오차는

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [\sin \omega n - \sum_{k=0}^{N-1} h_k(n) \cdot \cos(\omega n - \tau_k)]^2 \cdot d\omega \quad (15)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [\sin \omega n - \sum_{k=0}^{N-1} (\frac{1}{\pi n} (1 - \cos \pi n)) \cdot \cos(\omega n - \tau_k)]^2 \cdot d\omega$$

에서 구할 수 있다.

5. 종래의 HT와 비교 검토

Bedrosian의 90 위상차 회로는 비선형 위상 특성을 갖는다.

DSP에 사용할 때는 프로그램에 의해서 거의 무시될 수 있는 오차로 신뢰성 높게 동작 주파수 범위를 조정할 수 있다.

CTD-DHT는 DSP의 설계방법에 따라 설계할 수 있으며, TAD-32는 32Hz ~ 1MHz 신호를 취급할 수 있다.

CTD-DHT는 크릭주파수가 제한받는 단점이 있으나 선형위상특성을 가지며 A/D 변환기없이 간단히 Convolution 계산이 실행될 수 있다.

현재 다이내믹 레인지가 -60dB이므로 0.1% 오차 이내로 실현할 수 있는데

더욱 개선시킬 수 있다고 본다.

6. 결론

DSP에 있어서도 중요한 의미를 갖는 DHT를 CTD를 사용하여 설계하였다.

종래의 수동소자 회로에 의한 HT와 디지털 HT와의 장단점을 논하고, CTD를 이용했을 때의 오차문제를 검토하였다.

표1. HT 의 소자별 성능 비교
Performance Comparison of HT relative to elements

회로 종류	수 동 소 자			능 동 소 자		
	격자형	브리지형	SAW	OP Amp	디지털	CTD
오 차	0.3%	1%		2%	0.0001%	0.1%
소 요 소 자	L=20 C=20 (n=5)	I ₁ =8 C=0 트랜스=3	단일소자	OPA=7 R =21 C =10 Pot.R=6	디지털 IC A/D LPF	31단 MOS 지연회로 LPF
사 용 회 로	격자 APF	브리지	T.E.	90° 위상차	FIR	T. F.
위 산 특 성	비선형	비선형		비선형	선형	선형
사 용 주 파수	MHz	(1M 15MHz)	(10MHz 1GHz)	(100Hz 10KHz)		(1KHz 10MHz)
지연시간가변	x	x	x	x	⊙	⊙
소 비 선 력				中	中	小
크 기	大	大	小	中	中	小
무 게	大	大	小	中	中	小
신뢰성	0	0	0	0	⊙	⊙
설 계 용 이	수	우	우	우	수	↑
제 작 용 이	비	비	우	비	우	수
최대지연시간	μs	μs	100μs	10ms	100s	1s
π 차	3 - 17			3	4 - 64	64
측 대 역 계	-84 dB				-120dB	-60dB
w _k / w _e	1000	15	100	100	50	50

RETICON 회사의 TAD-32는 클럭이 5MHz 상한을 가지나 매패형 CCD를 사용하면 1GHz까지도 사용이 가능하겠다. 또 Dynamic Range는 60dB에 불과하나 매트릭스 탭을 달거나 또는 2중 분할 전극을 사용하면 크게 개선시킬 수 있다.

이러한 CTD-DHT는 평탄한 지연 특성을 가지므로 파형전송을 목적으로 하는 확장전송이나 데이터통신에 유용하겠다.

(참 고 문 헌)

- (1) A.V. Oppenheim, "Digital Signal processing" Prentice Hall 1975
- (2) T. Tsuchiya, "On the Design of Broad-Band 90° Phase-Splitting Networks", IEE Trans. Vol. CAS-27, No. 1 pp.30-36. Jan. 1980
- (3) L.R.Rabiner, "On the Behavior of Minimax FIR Digital Hilbert Transformer". BSTJ, Vol.53. No2 pp. 363-390 Feb. 1974
- (4) s.B.Bedrosian, "Normalized Design of 90° Phase Difference Network." IRE. Trans. on Circuit Theory June 1960
- (5) D.D. Buss. "Transversal Filtering using Charge Transfer Devices", IEE J.Trans. Vol. SC-8, pp. 138-146, Apr. 1973
- (6) RETICON TAD-32 Tapped Analog Delay Manual