2個流体 흐름 理論에 依한 여러층 흙에서의 浸透能公式 誘導

Derivation of Infiltration Equation in Multilayered Soil by Two Phase Flow Theory

1. 서 론

물의 순환과정 중에서 침투량을 정확히 산정한다는 것은 매우 어려운 일이다. 특히 흙의 성질이 공간적으로 분포가 다른 경우에도 문제를 제기하지만 한 지점에서도 여러개의 특성이 다른 흙으로 구성이 되어 있는 경우에는 침투의 크기를 결정하기란 매우 어렵다. whisler와 Klute(1966)는 이러한 여러층의 흙에서의 물의 흐름에 대하여 Richard공식을 수치해석에 의하여 그 해를 구한 바 있으며 Child와 Bybordi(1969)에는 Green-Ampt 模型(1911)을 사용하여 침투량을 산정하는 공식을 유도한 바 있다.

침투량 산정에 있어서 Green-Ampt 모형의 적용은 式 自體의 간편성과 실측자료와 비교적 가까운 장점 때문에 근래에 와서 많은 研究가 進行되고 있다.

Green - Ampt의 침투공식은

$$I = \tilde{K}\,(\,H + Z_f + H_f\,)\,/\,Z_f \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

이며 여기서 $\tilde{K}$는 포화상태에서의 투수계수(LT^{-1}), H는 지표상

의 물의깊이(L), Z_f는 지표부터 습윤전선(Wetting Front)까지의 거리(L), H_f는 습윤전선에서 모세관 압력 수두(Capillary Pressure Head at Wetting Front)(L)이며 I는 침투율(LT^{-1})이다.

식(1)에서 습윤전선의 모세관 압력수두 H_f를 정의하기 위하여 Mein과 Larson (1973)은

$$H_f = \int_0^{\infty} K_{rw} dhc \quad \cdots\cdots (2)$$

으로 표시하였으며 두개 유체의 흐름으로 해석을 시도한 Morel-Seytoux와 Khanji는

$$H_f = \int_0^{hc^2} f_w \, dhc \quad \cdots\cdots (3)$$

로 정의하였다. K_{rw}는 물의 상대 투수계수, f_w는

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{K_{ra}}{\mu_a} \cdot \frac{\mu_w}{K_{rw}}} \quad \cdots\cdots (4)$$

K_{ra}는 공기의 상대 투수계수 μ_a와 μ_w는 각각 공기와 물의 동점성계수이다. 식(3)으로 정의되는 H_f는 식(2)보다 K_{ra}의 자료를 요구하기 때문에 다소 복잡한 면이 있으나 Green-Ampt 공식의 물리적인 현상을 잘 설명하여 주고 있다. 따라서 Green-Ampt 공식을 2개 유체의 흐름으로 간주한 해석방법은 타방법보다 정확한 침투량을 계산할 수 있다고 생각할 수 있다. 본 논문은 특성이 각

각다른 여러 흙으로 구성되어 있는 흙에서의 침투량 산정을 위하여 Morel-Seytoux와 Khanji와 같은 2개유체의 흐름으로 침투량 계산공식을 유도하고저 한다.

2. 침투율 공식의 유도

흙이 서로 다른 특성의 여러층으로 되어 있을때 Green-Ampt 공식은 하부의 층이 상부의 층보다 투수 계수가 적은 경우에 한하여 적용할 수 있으므로 다음의 침투량 공식의 유도는 다음과 같은 가정을 두고 있다.

$$\tilde{K}_1 > \tilde{K}_2 > \cdots\cdots > \tilde{K}_n$$

여기서 $\tilde{K}$는 포화상태에서의 투수계수이며 첨자는 地表 부터의 흙의 층을 나타낸다.

물과 공기에 대한 Darcy 공식은

$$V_w = -\frac{k\ k_{rw}}{\mu_w}\left(\frac{\partial P_w}{\partial z} + \rho_w g\right) \cdots\cdots (1)$$

$$V_a = -\frac{k\ k_{ra}}{\mu_a}\left(\frac{\partial P_a}{\partial z} + \rho_a g\right) \cdots\cdots (2)$$

P는 압력, ρ는 밀도를 나타내며 첨자 $_w$와 $_a$는 물과 공기를 나타내고 k는 Intrinsic Permeability이다 또한 연속방정식은

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_w \theta_w) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_w V_w) = 0 \quad \cdots\cdots (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_a \theta_a) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_a V_a) = 0 \quad \cdots\cdots (4)$$

(4)식에서 θ_w는 체적에 의한 함수비이며 θ_a는 같은 개념의 공극내의 공기량을 나타내준다. 1개 종류의 흙으로만 구성되어 있는 경우에 총유속(Total Velocity) V는

$$V = V_w + V_a \quad \cdots\cdots (5)$$

로 정의되며 (1)식~(4)식으로 부터 총유속은

$$V = \frac{H + \int_0^{z_f} f_w dhc + \int_0^{z_f} f_w dz}{\int_0^{z_f} \frac{1}{K} \cdot \frac{dz}{\mu_w r}} \quad \cdots\cdots (6)$$

이다. 여기서

$$r = \frac{1}{\frac{R_{ra}}{\mu_a} + \frac{k_{rw}}{\mu_w}}$$

(5)식으로 정의한 바와 같이 총유속은 공극내에서 물의 속도와 공

기의 속도의 합이나 지표에서 물이 고여있는 상태에서는 공기의 흐름은 없으므로 $V_a = 0$ 이며 따라서 지표에서의 총유속은 물의속도 ($V = V_w$) 와 같고, 이는 즉 침투량이 된다.

$$I = V = V_w \quad \cdots\cdots (7)$$

따라서, 침투량의 산정은 (6)식의 각항들을 여러층의 흙인 경우에 어떻게 결정하는가에 대한 문제로 귀결될 수 있다.

(6)식의 분자에 첫번째 적분항은 Fractional Flow함수를 모세관 압력 수두에 대하여 적분한 것으로서 이는 비포화 상태의 물의 흐름에서 모세관 압력으로 인한 물의 움직임을 나타내주는 항이라 하겠다. 또한 두번째 적분항은 Fractional Flow함수를 수직 거리에 대하여 적분한 것으로서 이는 물의 흐름에서 중력의 영향을 고려하는 항이라 하겠다. (6)식의 분모의 적분항은 공기와 물의 점성이 물의 흐름에 저항하는 소위 점성에 의한 저항 항이라 할 수 있다.

Capillary Drive 항

앞에서 가정한 바와 같이 포화 투수계수 (Saturated Hydraulic Conductivity) 는 거리에 따라 감소하므로 습윤전선 (Wetting Front) 이 있는 층보다 상부층은 완전히 포화되었다고 생각할 수 있다. 즉 그림 1 에서 볼수 있는 바와 같이 습윤전선은 n 의 층에 있을때 1 번층과 ($n-1$) 번층 사이의 모든 흙은 포화상태이다.

이와 같은 Green-Ampt 모형인 경우 (6)식의 첫번째 적분항인 Capillary Drive Term은 다음과 같이 할수 있다. 즉

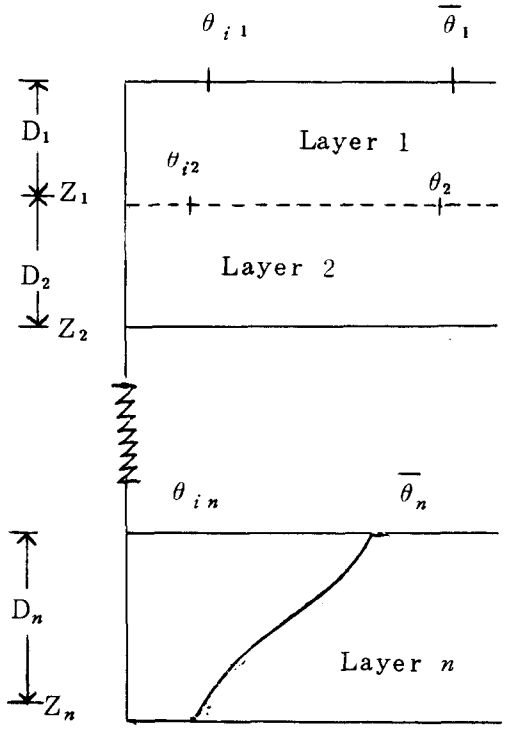

그림 1 Green - Ampt 모형에서의 함수상태

$$H_c = \int_0^{Z_f} f_w \, dhc = \int_0^{Z_1} f_{w1} \, dhc + \int_{Z_1}^{Z_2} f_{w2} \, dhc + \cdots\cdots\cdots\cdots + \int_{Z_{n-1}}^{Z_f} f_{wn} \, dhc \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

(8)식에서 첨자 1, 2 ……… n - 1은 층의 번호를 나타내주며 Z는 습윤전선이 있는 층의 번호이며 Z_f는 지표로 부터 습윤전선까지의 수직거리이다. (8)식의 적분한계는 거리이므로 이를 모세관 압력수두로 바꾸어 (8)식을 다시 쓰면

$$H_c = \int_{hc(\tilde{\theta}_1)}^{hc(\tilde{\theta}_1)} f_{w_1} dhc + \int_{hc(\tilde{\theta}_2)}^{hc(\tilde{\theta}_2)} f_{w_2} dhc + \cdots\cdots + \int_{hc(\tilde{\theta}_n)}^{hc(\theta_{in})} f_{wn}\, dhc \cdots\cdots \quad (9)$$

(9)식에서 ($n-1$)항의 적분은 전부 0이 되므로 (9)식은

$$H_c = H_{cn} = \int_{hc(\tilde{\theta}_n)}^{hc(\theta_{in})} F_{wn}\, dhc \cdots\cdots \quad (10)$$

으로 표시할 수 있다. 여기서 $hc(\tilde{\theta}_n)$는 n번층에서 포화상태에서의 모세관 압력 수두이며 $hc(\theta_{in})$는 초기 함수량에서의 모세관 압력수두이다. (10)식은 n번층에서의 Fractional Flow 함수와 모세관 압력수두만의 관계를 알면 적분이 가능한 것이므로 습윤전선의 정확한 위치 또는 함수량 곡선의 정확한 형태 등이 필요한 것

은 아니다.

중 력 항

(6)식의 분자의 두번째 적분항은 물의 흐름에서 중력의 영향을 나타내 주는 항으로서 이항도 (8)식과 비슷하게 각층에 따라 적분하면 다음과 같다.

$$\int_0^{Z_f} f_w dz = \int_0^{Z_1} f_{w_1} dz + \int_{Z_1}^{Z_2} f_{w_2} dz + \cdots\cdots\cdots\cdots + \int_{Z_{n-1}}^{Z_n} f_{wn} dz \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

습윤전선이 있는 n번째층보다 위에 있는 층에는 앞에서 설명한 바와 같이 포화상태에 있으므로 Fractional Flow 함수 f_w는 1이다. 따라서 (11)식의 적분은

$$\int_0^{Z_f} f_w dz = D_1 + D_2 + \cdots\cdots + D_{n-1} + \int_{Z_{n-1}}^{Z_n} f_{wn} dz$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1} D_j + \int_{Z_{n-1}}^{Z_n} f_{wn} dz \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

여기서 D_1, D_2 …… D_{n-1}은 1, 2, ……($n-1$)번 층의 두께이다. 습윤전선의 형태가 Piston형태와 같다고 가정하면 (12)식은

$$\int_0^{Z_f} f_w dz = \sum_{j=1}^{n-1} D_j + \frac{W - \sum_{j=1}^{n-1} D_j(\tilde{\theta}_j - \theta_{ij})}{\tilde{\theta}_n - \theta_{in}}$$

$$= Z_f \quad \cdots\cdots (13)$$

으로서 결국 습윤전선의 위치를 나타내주는 식으로 간단히 표시될 수 있다. 여기서 W는 누가 침투량이며 첨자 j와 n은 각각 j와 n번째의 층을 나타내 준다.

점성에 의한 저항 항

(6)식의 분모는 이러한 유체의 점성을 내포하고 있는 항으로서 이를 점성에 의한 저항 항이라 한다. (6)식의 분모를

$$\int_0^{Z_f} \frac{1}{\tilde{K}} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_r} = \int_0^{Z_1} \frac{1}{\tilde{K}_1} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{r_1}} + \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{1}{\tilde{K}_2} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{r_2}} + \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots + \int_{Z_{n-1}}^{Z_n} \frac{1}{\tilde{K}_n} \cdot \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{rn}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (14)$$

여기서 Λ_r는 (6)식에서 정의한 바와 같으며, 첨자 1, 2 …… n는 층의 번호를 말해준다. 앞에서 가정한 것과 마찬가지로 지표에서 ($n-1$)번째의 층까지 전부 포화상태에 있다면 (14) 식은

$$\int_0^{Z_f} \frac{1}{\tilde{K}} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_r} = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{D_j}{\tilde{K}_j} + \frac{1}{\tilde{K}_n} \int_{Z_{n-1}}^{Z_n} \frac{}{\Lambda} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{rn}} \quad \cdots\cdots (15)$$

위에서 정의한 바와 같이 (6)식의 각 적분항을 (10), (13) 및 (15) 식으로 대입하면 (6)식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$V = I = \frac{H + H_{cn} + Z_f}{\sum_{j=1}^{n-1} \frac{D_i}{\tilde{K}_j} + \frac{1}{\tilde{K}_n} \int_{Z_{n-1}}^{Z_n} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{rn}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (16)$$

(16)식은 여러층으로 구성되어 있는 흙에서의 침투능공식이다.
이식은 단일층에서의 Green -Ampt 공식인 (1)식과 같은 형태를 지니고 있으나 분모에 있어서 여러층의 특성을 포함하고 있음이 다르다.

(16)식의 적분항에 있어서 λ ,은 함수량 θ의 함수이므로 dz에 대하여 직접 적분될 수 없다. 따라서 Z와 θ의 관계로 부터 dz를 dθ로 변환시켜야 한다.

(3)식에서 물을 비압축성의 유체로 본다면 ρ_w = const 이므로 (3)식은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} + \frac{\partial V_w}{\partial z} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (17)$$

또한 (17)식에 Fractional Flow 함수를 사용하여 θ의 함수만으로 표시하면

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} + Vf'_w \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (18)$$

여기서 f_{w^1}는 f_w를 θ에 대하여 미분한 것이다.

(18)식의 해는 Morel-Seytoux와 Khanji(1974)가 제시한바와 같이

$$Z = \int_0^t V f_w' \, dt \qquad \cdots\cdots\cdots (19)$$

이나 여러층의 흙인 경우에는 (19)식은 다음과 같이 표시될수 있다.

$$Z = \int_0^{t_1} V f_{w_1}' \, dt + \int_{t_1}^{t_2} V f_{w_2}' \, dt + \cdots\cdots\cdots + \int_{t_{n-1}}^{t} V f_{wn}' \, dt$$

$$\cdots\cdots\cdots (20)$$

여기서 $t_1, t_2, \cdots\cdots t_{n-1}$은 습윤전선이 $Z_1, Z_2, \cdots\cdots Z_{n-1} \cdots Z_{n-1}$에 도달되는 시간을 말한다. (20)식에서 마지막 적분항을 제외한 적분항들은 각각 층의 두께를 나타내주므로 (20)식은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$Z = \sum_{j=1}^{n-1} D_j + \int_{t_{n-1}}^{t} V f_{wn}' \, dt$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1} D_j + f_{wn}' \left[W - \sum_{j=1}^{n-1} D_j \cdot (\tilde{\theta}_j - \theta_{ij}) \right] \cdots\cdots (21)$$

(21)식을 θ에 대하여 미분하면

$$dz = f_{wn}'' \left[W - \sum_{j-1}^{n-1} D_j \cdot (\tilde{\theta}_j - \theta_{ij}) \right] d\theta \qquad \cdots\cdots\cdots (22)$$

여기서 $f''_{wn} = \dfrac{df'_{wn}}{d\theta}$ 이며 W는 시간 t 까지의 누가침투량이다.

(22) 식을 (16) 식에 대입하여 다시 정리하면

$$I = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{D_j}{\tilde{k}_j} + \frac{H + H_{cn} + Z_f}{\beta_n \left[W - \sum_{j=1}^{n-1} D_j (\theta_j - \theta_{ij}) \right]} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

$$K_n (\theta_n - \theta_{in})$$

이며

$$\beta_n = (\tilde{\theta}_n - \theta_{in}) \int_{\theta_{in}}^{\tilde{\theta}_n} \frac{-f''_{wn}}{\mu_w \Lambda_{rn}} d\theta \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (24)$$

이다. 또한 (23) 식을 다음과 같이도 표시될 수 있다.

$$I = \frac{\tilde{K}_n (H + H_{cn} + Z_f)}{\sum_{j-1}^{n-1} \frac{\tilde{K}_n}{\tilde{K}_j} D_j + \beta_n (Z_f - \sum_{j-1}^{n-1} D_j)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

(23) 또는 (25) 식은 Green-Ampt의 침투량 공식과 유사하며 (23) 또는 (25) 식은 여러층의 흙으로 구성되어 있을 경우에 침투량을 산정할 수 있는 공식이다.

(23) 과 (25) 식에는 비선형의 요소인 W 또는 Z_f 가 있으므로 직접 침투율(I)을 구하기 위하여서는 이식들을 사용할 수가 없다. 다시말하면 W 또는 Z_f 가 이미 알고있는 값이라면 (23) 과 (25) 식을 사용하여 침투율(I)를 구할 수 있지만 W 또는 Z_f 는 I의 함수이므

로 이 식들을 사용하여 직접 침투율을 구할수는 없다. 그러나 (23)또는 (25) 식을 적분함으로서 이를 가능하게 할 수 있다.

(23) 식을 재정리하면

$$I = \frac{\widetilde{K}_n}{\beta_n} \cdot \frac{\left[H + H_{cn} + \Sigma Dj - \frac{\widetilde{K}_n}{\beta_n} \Sigma (Dj / \widetilde{K}j) \right]}{\frac{\widetilde{K}_n}{\beta_n} \Sigma (Dj / \widetilde{K}j) + \frac{W}{\widetilde{\theta}_n - \theta_{in}} - \Sigma \frac{Dj(\widetilde{\theta}j - \theta ij)}{\widetilde{\theta}_n - \theta in}} + \frac{\widetilde{K}n}{\beta n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

여기서 합의 기호 Σ에서 j의 한계는 $j = 1$ 에서부터 $n-1$까지이다.

(26) 식을 t 에 관하여 적분하면

$$\int_{t_{n-1}}^{t} Idt = \frac{\widetilde{K}n}{\beta n} \int_{t_{n-1}}^{t} \frac{\left[H - H_{cn} + \Sigma Dj - \frac{\widetilde{K}n}{\beta n} \Sigma (Dj / \widetilde{K}j) \right] dt}{\frac{\widetilde{K}n}{\beta n} \Sigma (Dj / \widetilde{K}j) + \frac{W}{\widetilde{\theta}n - \theta in} - \Sigma \frac{Dj(\widetilde{\theta}j - \theta in)}{\widetilde{\theta}n - \theta in} + \frac{\widetilde{K}n}{\beta n} (t - t_{n-1})} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

또한 W는 시간 t의 함수이므로

$$dt = \frac{1}{(dw / dt)} dw \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (28)$$

로 표시할 수 있으며 $dw/dt = I$ 이므로 (26)식과 (28)식을 (27)식에 대입하여 정리하면

$$\int_{t_{n-1}}^{t} I\,dt = \left[H - H_{cn} + \Sigma Dj - \frac{\widetilde{K}n}{\beta n}\Sigma\,(Dj/\widetilde{K}j)\right](\widetilde{\theta}n - \theta in)\cdot$$

$$\int_{t_{n-1}}^{t} \frac{dw}{\left[H + H_{cn} + \Sigma Dj - \Sigma \frac{Dj(\widetilde{\theta}j - \theta ij)}{\widetilde{\theta}n - \theta in}\right](\widetilde{\theta}n - \theta in) + W + \frac{\widetilde{K}n}{\beta n}(t - t_{n-1})}$$

(29)식의 왼편 적분항은

$$\int_{t_{n-1}}^{t} Idt = W - \Sigma Dj\,(\widetilde{\theta}j - \theta ij) = (Z_f - \Sigma\,Dj)(\theta n - \theta in) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

(30)식을 (29)식에 대입하여 적분을 실시하면

$$t = t_{n-1} + \frac{\beta n}{\widetilde{K}n}(\widetilde{\theta}n - \theta in)\left[Z_f - \Sigma Dj - (H - H_{cn} + \Sigma Dj - \frac{\widetilde{K}n}{\beta n}\Sigma\frac{Dj}{Kj})\cdot \ell n\left(\frac{H + H_{cn} + Z_f}{H + H_{cn} + \Sigma Dj}\right)\right] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (31)$$

따라서 (31)식은 주어진 Z_f에 대한 시간을 나타내주므로 (25)

식과 (31) 식을 동시에 적용하면 시간 t에 대한 침투율 I를 계산할 수 있다.

3. 타공식과의 비교

단순한 흙으로만 구성되어 있는 경우의 침투능 공식인 (32) 식과 (33) 식은 Morel-Seytoux와 Khanji(1974)가 단순 흙의 경우에 유도한 공식과 동일하다. 또한 여러층으로 구성되어 있는 흙의 경우에 Childs와 Bybordi(1969)는 Green-Ampt 공식을 사용하여 다음과 같은 공식을 유도하였다.

$$I = \frac{\widetilde{K}_n \left(H - H_{fn} + Z_f \right)}{\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\widetilde{K}_n}{\widetilde{K}_j} D_j + \left(Z_f - \sum_{j-1}^{n-1} D_j \right)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (32)$$

$$t = t_{n-1} + \frac{\widetilde{\theta}_n - \theta_{in}}{\widetilde{K}_n} \left[Z_f - \sum_{j=1}^{n-1} D_j \left(H + H_{fn} + \sum_{j-1}^{n-1} D_j - \widetilde{K}_n \sum_{j-1}^{n-1} \frac{D_j}{\widetilde{K}_j} \right) \right.$$

$$\left. \cdot \ell n \frac{H + H_{fn} + Z_f}{H + H_{fn} + \sum_{j=1}^{n-1} D_j} \right] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (33)$$

(32) 식과 (33) 식을 앞에서 유도한 (25) 식 및 (31) 과 서로 대등하다고 볼 수 있으나 (25) 식과 (36) 식을 비교하면 25) 식에는 β_n 항이 추가되어 있으며 H_{cn} 과 H_{fn} 의 개념상의

차이가 있을 뿐 식의 형태는 동일하다 하겠다.

β_n 는 이미 Morel - Seytoux와 Khanji(1974)의 논문에서도 기술된바와 같이 토양 및 유체의 특성만으로 결정되는 상수이며 점성에 의한 저항을 대표할 수 있는 값이라 할 수 있다. Green- Ampt 공식에서 습윤전선에서의 모세관 압력수두인 H_f 또는 H_c 는 각각 연구자에 따라 다른 값을 보여주고 있으나 Mein과 Larson(1973)이 정의한

$$Hb = \int_0^{\infty} Krw \; dhc \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (34)$$

과 (10)식과의 비는 흙의 종류에 따라 다르나 0.7～1.26 사이의 값을 갖는다. 일반적으로 Green - Ampt 공식의 Hb, 또는 H_f값은 경험에 의하여 결정되는 값이나 (25)식에서는 이론적인 근거에 의하여 정확한 정의를 할 수 있으며 또한 물과 공기의 점성과 영향을 고려할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 과거의 실험 결과는 이론치보다 다소 낮게 나오는 경향이 있으며 이는 이론전개시 유체의 점성을 고려하지 않았기 때문인것으로 판단된다.

참 고 문 헌

1. Bouwer, H., Infiltration of water into nonuniform soil, J. of Irrig. and Drain. Division, ASCE, Vol. 95, No. IR4, Dec. 1969.

2. Bouwer, H., Infiltration into Increasingly permeable soils, J. of Irrig. and Drainage Division, ASCE, Vol. 102, No. IR1, March 1976.

3. Bruce, R.R., A.W. Thomas and F.D. Whisler, Prediction of infiltration into layered field soils in relation to profile characteristics, Trans. of ASAE, Vol. 19, No. 4 July-Aug. 1976.

4. Childs, E.C. and M. Bybordi, The vertical movement of water in stratified porous material. 1. Infiltration, wat. Resour. Res. Vol. 5, No. 2, April, 1969.

5. Freyberg, D., J. Reeder, J. Franzini, and I. Remson, Application of the Green-Anpt Model to Infiltration Under Time-Dependent Surface Water Depths, Water Resour Res., 16(3), 517-528, 1980.

6. Green, W.H. and G.A. Ampt, Studies in Soil Physics, 1. The flow of air and water through soils, J. of Agr. Sci. 4, 1-24, 1911.

7. Hachum, A.Y. and J.F. Alfaro, Rain infiltration into layered soils: prediction, J. of Irrig. and Drain. Div. ASCE, Vol. 106, No. IR4. Dec. 1980.

8. Mein, R.G. and C. Larson, Modeling infiltration during a steady rain, Wat. Resour. Res. Vol. 9, No. 2 April 1973.

9. Morel-Seytoux, H.J. and J. Khanji, Derivation of an infiltration, Wat. Resour. Res. Vol. 10, No. 4 Aug. 1974.

10. Morel-Seytoux, H.J. and J. Khanji, Prediction of imbibition in a horizontal column, soil Sci. Soc. of Am. Pro. Vol. 39, No. 4, July-Aug. 1975.

11. Morel-Seytoux, H.J., Derivation of equations for rainfall infiltration, J. of hydrol. 31, 1976.

12. Whisler, F. and A. Klute, Analysis of Infiltration into stratified Soil Columns, IASH, Symp. of water in Unsaturated Zone Wageningen, The Netherlands, Vol. 1, No. 82, 1966.