단일 모드 광섬유의 Faraday Rotation 해석에 관한 연구

82316

°김 기영, 양 길호, 김 은수, 양 인응
광 운 대 학

A Study on the Analysis of Faraday Rotation of Single Mode Optical Fiber.

Gi-Young KIM, Gil-Ho YANG, Eun-Soo KIM, In-Eung YOUNG
KWANGWOON UNIVERSITY

ABSTRACT

In this paper, the intrinsic birefringence and Faraday rotation of the single mode optical fiber have been investigated.

On the analysis, the optical fiber has been modeled as a linear retarder and the intrinsic linear retardation of the fiber is approximatly found to be 2.57 deg/m from the measurement. Faraday rotation was analyzed as perturbation theory and Jones matrix.

1. 서론

일반적으로 광섬유 속을 진행하는 빛은 여러가지 원인에 의해 마치 광학적으로 균일하지 않을 매질 속을 진행할 때와 같은 편광특성, 즉, birefringence 를 나타내게 된다[1]. 그 원인으로는 광섬유 제조과정시의 코어의 타원성 등에 의한 광섬유 자체가 가지고 있는 고유 birefringence와 외부의 영향 즉, 구부림 비틀림, 온도, 압력, 자기장 등에 의한 birefingence 가 있다.이러한 birefringence 에 대한 편광특성을 정확히 분석함으로써 전류 측정이나 자이로 등에 널리 응용될 수 있다[2].

따라서 본 연구는 단일 모드 광섬유의 고유 -birefringence 를측정하였고 광섬유에서 흔히 일어나는 Faraday rotation 에 대한 이론적 해석을 하였다.

2. 본론

(1) 고유birefringence 의 해석 및 실험측정

일반적으로 직선 편광된 빛이 광섬유의 입력에 입사 되었을때 선형 birefringence에 의해 출력광은 타원 편광되어 나타나게 된다[3]. 이 출력 타원의 ellipticity 와 방위를측정하기 위한 방법은 보편적으로 λ/4 플레이트와 직선 편광기가 이용되어 왔다.

선형 지연 δ 를 갖는 물질의 slow축과 fast 축이 각각 x,y 이고 전파 방향이 z인 직각좌표 시스템을 고려하여 Jones 행렬을 이용한다. slow축과 각도 θ 를 이루는 직선 편광된 빛을 단일 모드 광섬유에 입사하면 그때 출력은

$$\begin{pmatrix} Ex \\ Ey \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(j\delta/2) & 0 \\ 0 & \exp(-j\delta/2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \times Eo \exp(jwt) \qquad (1)$$

이 된다.일반적으로 출력은 타원 편광되어 있고 타원의 장축과 x축은 ϕ의 각을 이룬다. E_1과 E_2 가 각각 장축과 단축의 전계 성분이라 하면,

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Ex \\ Ey \end{pmatrix} \qquad (2)$$

이 된다.편광 파라메타 P는 출력광의 ellipticity를 부여하며

$$P = \frac{|E|^2 - |E|^2}{|E|^2 + |E|^2} \qquad (3)$$

으로 정의 된다. 이것은 P=1 일때는 직선 편광됨을 나타내고 P=0 일때는 원편광된 빛을 나타낸다. 수식전개를 하면 타원의 찌그러짐과 방위는 각각

$$P^2 = \cos^2 2\theta + \cos^2\delta \sin^2 2\theta \qquad (4)$$

$$\tan 2\phi = \cos\delta \tan 2\theta \qquad (5)$$

로서 주어진다.

그림(1) 은 birefringence 를 측정하기 위한 장치이다.

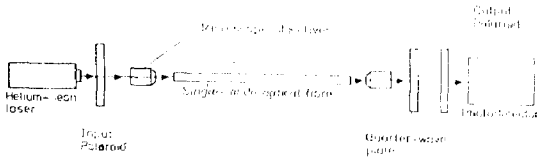

그림1. Birefringence를 측정하기 위한 장치.
Fig. 1. Birefringence measurement apparatus.

$\frac{\lambda}{4}$플레이트의fast, slow축과 일치할때 직선 편광된 빛이 나오게 되며 이것은 출력 직선 편광기에 의해 분석된다. 광 검출기에 의하여 편광 파라메타가 P 와 같으면 그때$\frac{\lambda}{4}$플레이트의 fast 축과 출력 직선 편광기 축과 이루는 각ξ는 다음과 같이 주어진다.

$$P = \cos 2\xi \qquad (6)$$

그러므로 ξ를 측정함으로써 P를 알 수 있다. 적당한 초기상태를 조절함으로써 입력 편광기와 $\frac{\lambda}{4}$ 플레이트의 상대적인 방위를 측정할 수 있으며, 입력 편광각의 변화에 대해$\frac{\lambda}{4}$플레이트의 방위와ξ를 측정함으로써 절대크기 θ와 ϕ가 유도 되며 식 (4), (5)에 의해 $|\cos\delta|$ 가 결정된다.

따라서 입력 직선 편광기,$\frac{\lambda}{4}$플레이트와 출력 직선 편광기의 회전각을 조절함으로써 광 검출기에 의해 고유birefringence 를 측정 할 수 있다. 실험결과, 사용된 단일 모드 광섬유는 2.57 deg/m 의 낮은 birefringence 를 갖는 것으로 나타났다.

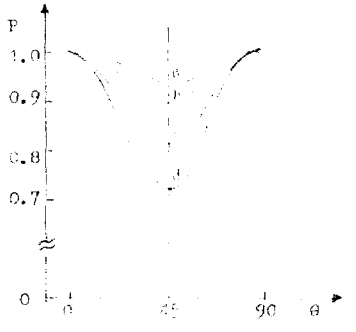

그림2. 입력 편광각에 따른 P의 변화
Fig. 2. Variation of intensity ratio P with input polarization angle

(2) 결합 모드 이론

실제의 광섬유에서 섭동된 유전율의 공간 분포는

$$\epsilon = \epsilon_0 + \tilde{\epsilon} \qquad (7)$$

로 나타나게 된다.

여기서 $\epsilon_0(r)$은 $r^2=(x^2+y^2)$ 에서의 스칼라 함수이며 $\tilde{\epsilon}(x,y,z)$ 는 불완전한 광섬유의 섭동이다.

이상적인 광섬유에서 모드m의 전계와 자계는 각각

$$A_m(z)\vec{E}_m(x,y)\ ,\ A_m(z)\vec{H}_m(x,y)$$

가 되며

$$A_m(z) = a_m \exp(ik_m z) \qquad (8)$$

가 된다. 불완전한 광섬유의 횡방향 전계는 이상적인 광섬유의 모드간의 중첩으로나타나게 된다.[5] 즉,

$$\vec{E}^t(x,y,z) = \sum_m A_m(z)\vec{E}^t_m(x,y) \qquad (9)$$

이 되며 $\vec{E}^t_m$는 전파상수 k_m을 갖는 이상적인 광섬유에서 정상 모드m의 횡전계를 표시하며 z 방향의 크기 $a_m(z)$에 섭동이 가해질때 결합모드 방정식은

$$a_m(z) = i\sum \kappa_{mn} a_n(z)\exp[i(k_n-k_m)z] \qquad (10)$$

이 되며 κ_{mn}은 결합 계수로서 섭동 $\tilde{\epsilon}$ 에 의존하게 된다. 단일 모드 광섬유에는 직교를 이루는 두 개의 정상모드가 존재하며,[6] 이상적인 광섬유에서 전파상수는 실수이며 축퇴($k_1=k_2$) 한다. 그러므로 불완전한 단일 모드 광섬유의 전계는 두 개의 정상모드의 중첩으로 나타난다. 즉,

$$\vec{E}(x,y,z) = [a_1(z)\vec{E}_1(x,y) + a_2(z)\vec{E}_2(x,y)]\exp(ik_1 z) \qquad (11)$$

이 되며 $\vec{E}_m(x,y)$는 Cartesian 성분을 갖는 전계로서

$$\vec{E}_1 = -\vec{H}_2/n_0 = \{J(r),\ 0,\ (i/k_1)\cos\phi\, \dot{J}(r)\}$$
$$\vec{E}_2 = \vec{H}_1/n_0 = \{0,\ J(r),\ (i/k_1)\sin\phi\, \dot{J}(r)\} \qquad (12)$$

이다. 여기서 $J(r)$은 반지름에 따르는 필드 분포함수를 나타낸다.

이 경우 결합 계수는

$$\kappa_{mn} = \{I^{(1)}_{mn} + I^{(2)}_{mn} + I^{(3)}_{mn}\}/Q_m \qquad (13)$$

이 된다. 여기에서

$$I^{(1)}_{mn} = k^2 \iint [\tilde{\epsilon}\vec{E}^t_n \times \vec{H}^{t*}_m]^z\, dxdy$$
$$I^{(2)}_{mn} = k k_n \iint \vec{E}^{z*}_m (\tilde{\epsilon}\vec{E}_n)^z\, dxdy$$
$$I^{(3)}_{mn} = -ik \iint \vec{E}^{z*}_m \nabla\cdot(\tilde{\epsilon}\vec{E}_n)\, dxdy$$

$$Q_m = 2k_m \iint [\vec{E}^t_m \times H^{t*}_m]^z\, dxdy \qquad (14)$$

이며 $Q_1 = Q_2 = 4\pi n_0 k_1 \int J^2 r\, dr$

$$I^{(1)}_{mn} + I^{(2)}_{mn} = kk_1 \iint \vec{E}^*_m(\tilde{\epsilon}\vec{E}_n)\, dxdy$$
$$I^{(3)}_{mn} = -ik \iint \vec{E}^{z*}_m \nabla\cdot(\tilde{\epsilon}\vec{E}_n)\, dxdy \qquad (15)$$

가 된다. 여기에서 n_0는 광섬유의 굴절율로서 $n_0 \simeq \sqrt{\epsilon_0}$ 이다. 전파방향에 따라 자계 H 에 의한 유전 상수의 섭동은

$$\tilde{\epsilon}_{12} = -\tilde{\epsilon}_{21} = -2in_0 VH/k \qquad (16)$$

이 된다. 여기서 V는 Verdet 상수이다.

따라서 결합 계수는

$$k_{11} = k_{22} = 0$$
$$k_{12} = -k_{21} = -2iVH \qquad (17)$$

가 된다.

(3) Jones 행렬을 이용한 파라데이 회전의 분석

외부 자계 $\vec{H}$가 광섬유 내의 직선 편광방향과 평행하게 인가 될 때 입사광의 편광방향이 회전하여 출력측에 나타난다. 그때 회전각은 자계의 세기와 자계의 영향을 받은 광섬유의 길이에 선형적으로 비례하게 된다. 즉,

$$F = V\int_L \vec{H}\cdot d\vec{l} \qquad (18)$$

이 되며 L은 빛이 통과한 광섬유의 길이를 나타내며 V는 Verdet 상수이다. 그러므로 고유 birefringence 를가진 단일 모드 광섬유에 자계가 인가되면 파라데이 효과에 의한편광 변화와 광섬유 자체의 고유birefringence 에 의한 편광 특성이 나타난다. Jones 행렬을 이용하여 길이 ℓ의 광섬유를 통과한 후 출력 성분은[6,8]

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_Y \end{pmatrix}_\ell = \begin{pmatrix} A & -B \\ B & A^* \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_x \\ E_Y \end{pmatrix}_0 \qquad (19)$$

로 나타나며, 여기에서

$$A = \cos(\phi/2) + j\cos\chi\sin(\phi/2)$$
$$B = \sin\chi\sin(\phi/2)$$
$$(\phi/2)^2 = (\delta/2)^2 + F^2$$
$$\tan\chi = F/(\delta/2)$$

이다. F와 δ는 각각 파라데이 회전과 위상 지연을 나타내며 복합된 birefringence 파라메타 ϕ를 이루고 있다. birefringence 효과를 줄이기 위해 입력 편광 방향을 X축으로 잡으면

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_Y \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} E_0\exp(jwt) \qquad (20)$$

가 된다. 수광기로 받는 두 비암의 세기 (E_1, E_2)

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_x \\ E_Y \end{pmatrix} \qquad (21)$$

이 되고

$$P = (|E_1|^2 - |E_2|^2)/(|E_1|^2 + |E_2|^2)$$
$$= 2F(\sin\phi/\phi) \qquad (22)$$

가 된다.

길이 ℓ인 광섬유의 중간에 길이 ℓ_1만이 빛의 진행 방향과 평행한 자계를 받는다면 편광 변화는

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_Y \end{pmatrix}_\ell = \begin{pmatrix} \exp(j\delta_2/2) & 0 \\ 0 & \exp(-j\delta_2/2) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & -B \\ B & A^* \end{pmatrix}$$
$$\times \begin{pmatrix} \exp(j\delta_0/2) & 0 \\ 0 & \exp(-j\delta_0/2) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_x \\ E_Y \end{pmatrix}_0 \qquad (23)$$

이 된다. 이때 δ_i는 광섬유 ℓ_i의 위상지연이고 자계에의한 효과 A와 B가 광섬유 ℓ_1에 인가된다. 출력의 편광 상태를 쉽게 분석하기 위해 입력 편광을 다음과 같다고 가정하면

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_Y \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0\exp(jwt) \end{pmatrix} \qquad (24)$$

으로 표시 할 수 있고, 이때 출력은

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_Y \end{pmatrix}_\ell = -BE_0\exp[j(wt + \delta_2/2)]$$
$$= |A|E_0\exp[j(wt + \delta_2/2 - \eta] \qquad (25)$$

이 된다. 여기에서

$$\eta = \tan^{-1}[\cos\chi\tan(\phi/2)$$ 이다.

아날로그 회로에 의해 출력 P는

$$P = -2|A|B\cos(\delta_2 + \eta) \qquad (26)$$

가 되며 $|A|, B, \eta$ 는 자계의 영향을 받는 광섬유 길이의 함수이다. 실제로는 고유birefringence 가 작으므로 근사식 $F \gg (\delta_1/2)$ 를 이용하면 P는

$$P = \sin 2F \qquad (27)$$

가 된다. 결국 도전 전류에 의해 유도된 자계가 단일 모드 광섬유의 축 방향에 인가 될 때 파라데이 회전과 고유 birefringence 에 의해 함수 P를 구할 수 있으며 이 값은 전류에 근사적으로 비례하는 것을 알 수 가 있다.

3. 결론

본 논문에서는 단일 모드 광섬유에 대한 고유 birefringence 특성과 파라데이 회전의 성질에 관하여 분석 하였다.

분석 과정에서 광섬유는 선형 지연기로 모델링 하여 birefringence를 해석 하였으며 측정결과 광섬유의 고유 birefringence 는 약 2.57°/m 로 나타났다.

또한 섭동이론과 Jones 행렬을 이용하여 파라데이 회전을 해석 하였다.

참 고 문 헌

1. V.RAMASWAMY,R.D.STANDLEY,D.SZE and W.G.FRENCH, "Polarization Effects in short length signal mode fibers," B.S.T.J., Vol,57,No, 3, March 1978.
2. A. Papp and H. harms, "Magnetooptical current transformer, "Appl. Opt. , Vol.19,No.22,15 Nov.1980.
3. A.M.Smith,"Automated birefringence measurement system, "J.phys. E.sci. Instrum.,Vol.12,1979.
4. H. Papp and Harms,Appl. Opt.14,2406 (1975)
5. D.Marcuse, Theory of Dielectric Optical Wavegui des (Academic Press, New York, 1974)
6. D. Gloge, Appl. Opt.10,2252 (1971)
7. A.M. Smith, Opt, and laser Tech.,25-29,Feb. (1980)

8. H. Harms and A.Papp, Appl. Opt.,15,799-801 (1976)

9. S.C.Rashleigh and R.Ulrich, Apple. phys. lett. 34, 768(1979)