

# 폰트리아진의 최대원리해법에 관한 연구

양홍석 · 박영문 · 정인철 (서울대), 김건중 (충남대)

동적계통의 최적제어 문제는 폰트리아진의 최대원리에 의하여 문제를 해결할 수 있다.

최적화 문제의 형태 및 그 해를 구하는 방정식은 다음과 같다.

$$\bar{J} = \phi [ x(N) ] + \sum_{i=0}^{N-1} [ L^i [ x(i), U(i) ] + \lambda^T (i+1) \{ f^i [ x(i), U(i) ] - x(i+1) \} ]$$

$$x(i+1) = f^i [ x(i), U(i) ], \quad x(0) \text{ 주어짐}$$

$$\lambda^T (i) = \frac{\partial L^i}{\partial x(i)} + \lambda^T (i+1) \frac{\partial f^i}{\partial x(i)}$$

$$\frac{\partial H^i}{\partial U(i)} = \frac{\partial L^i}{\partial U(i)} + \lambda^T (i+1) \frac{\partial f^i}{\partial U(i)} = 0$$

$$\text{이때 } i = 0, 1, \dots, N-1$$

그러나 최대원리를 푸는데는 많은 어려움이 있다. 우선 등호조건으로 표시되는 동적계통방정식이 전구간에 걸쳐 존재하고 또한 처음에서 마지막까지가 독립적으로 그 식이 주어지지 않고 서로 연제가 되어 있어 간단한 수식으로 표현될 경우라도 실제의 내용은 상당히

복잡하고 변수가 많은 대형문제에 속한다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해서는 가장 큰 문제가 주어진 문제의 수렴특성이고, 그 다음에 계산시간이라 할 수 있다. 여기서는 이러한 난점들을 해결하기 위하여 수렴이 보장되는 플레처포웰법을 사용하였다. 그리고 종점 제약조건을 해결하기 위하여 페널티항과 새로운 라그랑제승수를 도입하였다.

$$\bar{J} = \phi [ x(N) ] + \sum_{i=0}^{N-1} \{ L^i [ x(i), U(i) ] + \lambda^T ( i + 1 ) \{ f^i [ x(i), a(i) ] - x ( i + 1 ) \} \} + \nu 4 [ x(N) ] + \frac{C}{2} \| 4 [ x(N) ] \|^2$$

$$\lambda_{(N)}^T = \frac{\partial \phi [ x(N) ]}{\partial x(N)} + [ D + C 4^T [ x(N) ] ] \cdot \frac{\partial 4 [ x(N) ]}{\partial x(N)}$$

새로운 라그랑제승수는 매 반복시, 종점에서 벗어난 정도를 고려하여 새로운 값으로 대치되는데, 벗어난 정도가 매우 작아질때까지 새로운 값으로 대치된다.

그리고 제어변수에 부등호제약조건이 있는 경우의 처리를 위하여, 플레처 - 포웰법으로 반복 계산하는 도중에, 부등호 제약조건에 어긋난 경우에는 제어변수를 경계점에 고정시키고 이때부터는 그라디언트 프로젝트션 방향으로 찾아가도록 하였다.

처음부터 프로젝트션 방향으로 찾아가는 경우에는 종점조건을 맞추기

에 상당한 어려움이 따르고, 또한 플레처 - 포웰법과 비교할때 전체 반복횟수가 늘어나 계산 시간이 많이 걸리는 단점이 있다.

시물레이션 결과 부등호제약조건을 만족할때는 플레처 - 포웰법을 사용하고 벗어난 경우에는 경계점을 따라 프로션 방향으로 찾아가는 것이 효과적 임이 입증되었다. 또한 중점제약 조건의 처리를 위해서는 페널티법과 헤스테네스법 (중점제약조건을 만족시키는 라그랑제 승수를 도입하여 푸는 법)의 병용으로 상당히 좋은 결과를 얻었다.

### 참 고 문 헌

1. Arthur E. Bryson, Yu-Chi Ho, "Applied Optimal Control" New York: Revised Printing, 1975.
2. Donald E. Kirk, "Optimal Control Theory." Englewood cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1970.
3. Athans, M., and P. L. Falb, "Optimal Control": An Introduction to the Theory and Its Applications. New York: McGraw-Hill, Inc, 1966.