샘플한 데이타에 의한 적응 관측자

최종호 · 남광희 (서울대)

미지의 선형 시스템에 있어서 입출력 데이타를 가지고 시스템 파라미터나 상태변수를 구하는데 여러가지의 적응 관측자가 제시 되었으나 [1, 2] Continuous time 인 경우에 대하여 Kreisselmeier [3]는 새로운 형태의 적응 관측자를 구성하였다. 이러한 적응 관측자는 연속적으로 적응하는 파라미터를 갖는 Luenberger 관측자를 사용하여 파라미터화된 관측자를 구성함으로서 관측 과정과 적응 과정을 분리시켰다. 따라서 분리된 적응 과정에 여러가지 형태의 목적함수를 잡을수 있으며 [4] 이 목적함수를 최소화 시키는 방향으로 적응 방법이 결정된다. 이 관측자의 안정성은 증명이 되어 있으나 적응 과정의 계산상에 있어서 연속적으로 들어오는 데이타에 의한 것이 아니라 샘플한 데이타에 의하기 때문에 수렴이 잘 안 되어서 계산 조건, 즉 Step-Size 나 목적함수의 가중치, 이득 행렬에 따라 수렴 시간이 많이 걸리거나 또는 발산하여 버린다. 따라서 본 논문에서는 샘플한 데이타에 의하더라도 계산상에서 보다 안정하여 Kreisselmeier 의 방법보다 좀더 넓은 범위의 Step-size, 목적함수의 가중치 및 이득행렬에 대하여 빨리 수렴하며 수렴할 때 까지의 계산량도 줄이는 방법에 대하여 연구한다. Kreisselmeier [3]는 그의 세째 적응 방법에서 목적함수 J(t)를

$$J(t)=\int_{0}^{t}\{Z^{T}(\tau)\tilde{P}(t)+C^{T}\exp(F_{2})\hat{x}_{0}-y(\tau)\}^{2}\exp\{-q(t-z)\}\,d\tau \tag{1}$$

로 잡았으나 이 논문에서는 목적함수의 integrand를 $\alpha + z^{+}(\tau)$ $z(\tau)$($\alpha > 0$)로 나누고 이러한 목적 함수에 대하여 Kreisselme-ier가 전개한 것과 같은 논리를 전개하면 이것 또한 이론상으로 안정된 적응 방법이라는 것을 보일수 있다. 여기서 (1)의 integr-and를 $\alpha + Z^{T}(\tau)Z(\tau)$로 나눈 것은 α를 작게 취해 줌으로서 in-tegrand를 정규화 (normalize)시킨 효과를 얻을 수 있으며 따라서 적응방법에 있어서 파라미터의 변화율을 어떤 아는 범위(즉 이득행렬)내에 있게 할 수 있다. 또한 목적 함수의 가중치를 적게 하는 것은 이득 행렬 G를 크게하는 효과를 나타낸다는 것을 보일 수 있다.

본 논문에서는 Kreisselmeier [1]가 사용한 예제를 택했는데 그것은

시스템 ; $\dot{x} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -10 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} U(t), \quad x(o) = 0$

$y(t) = [\, 1 \quad 0 \,]\, x(t)$

입 력 ; $U(t) = 5 \{ \sin t + \sin(2.5t) \}$

관측자 행렬 ; $F = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ -8 & 0 \end{bmatrix} \qquad \hat{x}(o) = 0$

를 취했다. Simulation에서 미분 방정식을 푸는 곳이 세군데 있는데 이는 시스템, 관측자 및 적응 과정이다. 앞의 두 경우에서는 Step-size를 h로 하고 세번째 경우는 Step-size를 h′로 하였

다. 그때 여러가지 가중치와 Step-size h, h′ 및 이득 행렬에 대하여 본 논문에서 제시한 방법을 사용한 경우와 Kreisselmeier의 세째 방법을 사용한 경우에 대하여 수렴 종료시간 및 계산기 사용시간의 결과가 표 1에 나타났다.

이 표를 보면 본 논문에서 제안한 방법이 Kreisselmeier의 방법보다 보다 넓은 범위의 이득 행렬과 Step size h′에서 수렴한다는 것과 수렴할때 까지의 계산량도 많이 줄일수 있다는 것을 알수 있다.

표 1. 여러 조건에 있어서의 파라미터의 수렴상태

일련번호	q	적용방법	α	step size h'	$\tilde{G}$	수렴종료시간 t	CPU time (sec) (IBM 370-125)	비고
1	1	Kreisselmeier 의 세째 적응방법		$h'=h/50$	10I	-	-	t = 30에서도 수렴하지 못함
2	1	〃		〃	100I	11.2	1063	OK
3	1	〃		〃	1000I	-	-	t = 0.6 이후에서 발산함
4	1	변형된 적응방법	0	〃	10I	12.2	1250	OK
5	1	〃	0	〃	100I	6.8	620	OK
6	1	〃	0	〃	1000I	-	-	t = 0.7 이후에서 발산함
7	1	〃	0.1	〃	10I	-	2807	t = 30에서 $\lvert \Delta\bar{P}_i / P_i \rvert < 0.02, A_i$
8	1	〃	0.1	〃	100I	7.6	694	OK
9	1	〃	0.1	〃	1000I	-	-	t = 0.3 이후에서 발산함
10	1	〃	1	〃	10I	-	-	t = 30에서도 수렴하지 못함
11	1	〃	1	〃	100I	22.4	1840	OK

일련번호	q	적 용 방 법	a	step size h′	G	수렴종료시간 t	CPU time (sec) (IBM 370-125)	비 고
12	1	변형된 적응방법	1	h′=h/50	1000I	-	-	t = 0.6이후에서 발산함
13	0.7	Kreisselmeier의 세째 적응방법		〃	100I	-	-	t = 4.2이후에서 발산함
14	0.7	변형된 적응방법	0	〃	10I	8.52	816	OK
15	0.7	〃	0	〃	100I	4.9	465	OK
16	0.7	〃	0	h′=h/10	10I	8.7	205	OK
17	0.7	〃	0	〃	100I	-	-	t = 0.2이후에서발발산함
18	0.2	〃	0	h′=h/50	100I	-	-	t = 0.7이후에서발발산함

참 고 문 헌

(1) R.L. Carrol and D.P. Lindorff, "An adaptive observer for single-input single-output linear systems." IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-18, pp.428-435, Oct. 1973.

(2) G. Lüders and K.S. Narendra, "An adaptive Observer and identifier for a linear systems," IEEE Trans, Automat. Contr., Vol. AC-78, pp.496-499, Oct. 1973.

(3) G. Kreisselmeier, "An adaptive observer with exponential rate of convergence, "IEEE Trans., Automat. Contr., Cal. AC-22, pp2-8, Feb., 1977.

(4) G. Kreisselmeier, "The generation of adoptive law structures for globally convergent adaptive observers," IEEE. Trans. Automat. Contr., Vol. AC-24, pp.510-513, June 1979.