

Vector Potential에 의한

3 차원 磁場 計算

최 경 · 박영건 · 신규철 · 한송엽 (서울대)

1. 序 論

3 차원 자장계산 방법에는 磁氣 스칼라 포텐셜 (Magnetic Scalar Potential) 을 이용하는 방법과 磁氣 벡터포텐셜 (magnetic-Vector Potential) 을 이용하는 방법이 있는데, M.V.P를 이용하는 방법은 M.S.P.를 이용하는 방법보다 Computer Memory 용량이 9 배 가량 더 필요하기 때문에 일반적으로 M.S.P.를 이용하나, 반면 M.V.P.를 이용하면 異質매질의 경계에서 오차가 적고, 간단한 Program으로 앞으로의 연구로의 확장이 용이하며, M.S.P.에 있는 해석적인 磁界를 구하는 어려움이 없으므로 본 研究에서는 위의 단점을 보완하여 3 차원 해석을, 대칭성을 고려, 준 3 차원 (quasi-3-Dim) Algorithm으로 Computer Memory 용량을 4 배 수준으로 축소시킨, M.V.P를 이용한 3 차원 자장계산 방법을 제시한다.

2. Algorithm

점자장인 경우

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} \\ \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\ \vec{H} &= \frac{1}{\mu} \vec{B} \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

이므로, 여기서

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) - (\nabla \times \vec{A}) \times \nabla \frac{1}{\mu} = \vec{J} \quad (2)$$

를 구한다.

이 식에서 범함수 J 를 구하면

$$\delta J = \delta \int_V \left\{ -\frac{1}{2\mu} (\nabla \times \vec{A}) \cdot (\nabla \times \vec{A}) + \vec{A} \cdot \vec{J} \right\} dV + \oint_S \left(\delta \vec{A} \times \frac{1}{\mu} \vec{B} \right) \cdot d\vec{s} \quad (3)$$

이 된다.

3. 요소 선택

Tetrahedron 요소를 선택하여 요소내의 M.V.P를 선형으로 잡으면

$$\vec{A} = \sum_{i,j} N_{i,j} A_{i,j} \hat{K}_i$$

가 되고

여기서 Stiffness Matrix를 구성하면 선형 매질인 경우

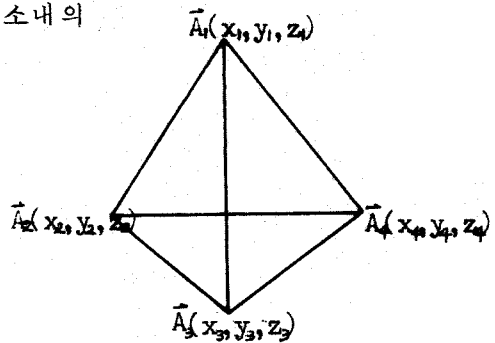


그림 1. 사면체 요소

$$\frac{1}{6\mu\Delta} \begin{bmatrix} a_{31}^2 & -a_{31}a_{21} & -a_{41}a_{32} & \dots \\ +a_{41}^2 & & +a_{41}a_{42} & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1x} \\ A_{1y} \\ A_{1z} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{Ve}{4} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

12 × 12
sym.

이며
매질의 방향성을 고려하면

$$S_{\text{aniso}} = \frac{1}{6\Delta} \begin{bmatrix} V_z a_{31}^2 - V_z a_{31} a_{21} - V_y a_{41} a_{21} & V_z a_{31} a_{32} & \dots \\ +V_y a_{41}^2 & +V_y a_{41} a_{42} & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

12 × 12
sym

가 된다.

4. 적용

실제 界에서는 2 - Component 만을 가지는 경우가 대부분인 것을 감안하여, Model 의 좌표를 잘 선택하여 Stiffness Matrix 를 8 × 8 …… Order 로 축소시킨다.

여기서 Stiffness Matrix 는 마찬가지로

$$S_{\text{reduced}} = \frac{1}{6\mu\Delta} \begin{bmatrix} a_{31}^2 & -a_{31}a_{21} & a_{31}a_{32} & \dots & \dots & \dots \\ +a_{41}^2 & & +a_{41}a_{42} & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

8 × 8
sym

5. 모델

그림과 같이 4角 Coil을 잡아 계산하였다. Analytic 한 解는 Filament Method로 모델을 수십개의 4각 coil로 나누어 계산하였는데 두 값이 대체로 잘 일치 하였다.

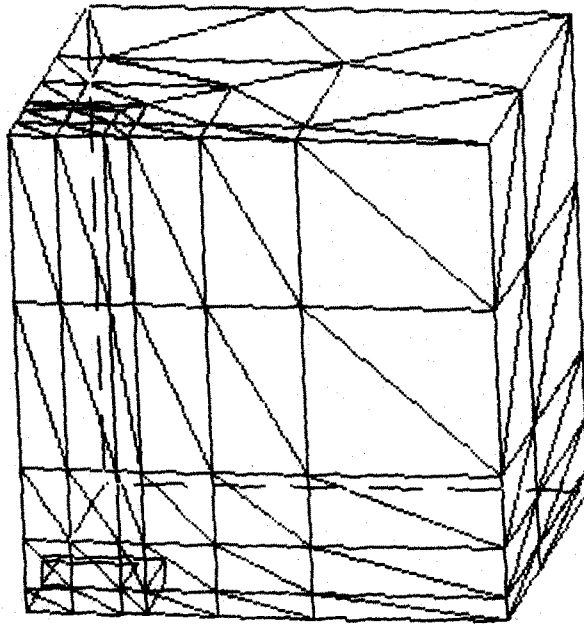


그림 2. 요소 분할도

참 고 문 헌

- (1) N.A. Demerdash, T.W. Nehl, F.A. Fouad; "Finite Element formulation and Analysis of Three-Dimensional Magnetic Field Problems." IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-16, No.5, September 1980.
- (2) Edward Guancial & Sujan Dasguppa; "Three-Dimensional Finite Element Program for Magnetic Field Problems." IEEE Transaction on Magnetics, Vol. MAG-13, No.31, May 1977.
- (3) A.J. Davies; The Finite Element Method, CLARENDON PRESS OXFORD, 1980.