

스레임을 갖는 양자기에서 발생하는

차의 (평균) 값의 대략적인

차의 (평균) 값의 대략적인

오염된 신호의 수신은 수신기에서 발생하는 잡음과 함께 수신되는 신호의 평균값에 대한 오차를 나타낸다. 이 오차는 수신기의 대역폭과 수신 신호의 대역폭의 비에 따라 달라진다. 수신기의 대역폭이 넓을수록 수신 신호의 평균값에 대한 오차는 작아진다. 수신기의 대역폭이 좁을수록 수신 신호의 평균값에 대한 오차는 커진다.

신호의 대역폭이 넓을수록 수신 신호의 평균값에 대한 오차는 작아진다. 수신기의 대역폭이 좁을수록 수신 신호의 평균값에 대한 오차는 커진다.

2. 해석
(2-1) 개로 양자기 입력 신호의 양자화 노이즈는 일반적으로 다음과 같다.

$$TN = \int_{-\infty}^{\infty} [Q(x) - x] \cdot P(x) dx \quad \dots (1)$$

$$SNR = 10 \cdot \log [\sigma^2 / TN] \quad (dB) \quad \dots (2)$$

단, x : 입력 신호의 분포

$Q(x)$: 출력 레벨의 PDF
 $P(x)$: 입력 신호의 PDF
 a : 입력 신호의 RMS

그리고 일반적으로 양자기의 양자화 노이즈는 다음과 같다.

$$Q_{odd} = \frac{KA}{2^{M+1}-1} \quad (3) \quad Q_{even} = \frac{2KA}{2^M-1} \quad (4)$$

단, M : 비트 수
 K : 포화 값을 결정하는 상수

1. 이론적인 관점에서 Laplacian-PDF 및 Gamma-PDF의 특성을 살펴본다. [1], [4] 및 [6] 등에서는 수신 신호의 대역폭이 넓을수록 수신 신호의 평균값에 대한 오차는 작아진다. 수신기의 대역폭이 좁을수록 수신 신호의 평균값에 대한 오차는 커진다. 수신기의 대역폭이 넓을수록 수신 신호의 평균값에 대한 오차는 작아진다. 수신기의 대역폭이 좁을수록 수신 신호의 평균값에 대한 오차는 커진다.

α : 입력 신호의 rms 값

α_{odd} : Odd-state 양자기의 스텝 크기

α_{even} : Even-state 양자기의 스텝 크기

또 [4] 및 [7]에서 제시한 음성 신호의 PDF는 다음식으로 표현된다.

$$P_e(x) = \frac{\beta}{2} e^{-\beta|x|} \quad (5) \quad P_g(x) = \frac{\sqrt{\alpha} \cdot e^{-\alpha|x|}}{2\sqrt{\pi}|\alpha|} \quad (6)$$

단, $P_e(x)$: Laplacian-PDF

$P_g(x)$: Gamma-PDF

α, β : 매개변수

여기서 신호의 rms 값과 매개변수와의 관계는 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\beta} \quad (7) \quad \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\alpha} \quad (8)$$

단, α : Lap-PDF 때의 rms 값

α : Gam-PDF 때의 rms 값

그러고 $x=0$ 을 중심으로 대칭인 PDF에 대하여 식 (1)은 오차 신호 $e(x)$ 을 도입하여 다음과 같이 표현된다.

$$TN = SN + QN = 2 \int_{-\infty}^{\infty} e^2(x) \cdot p(x) dx + 2 \int_{-\infty}^{\infty} e^2(x) \cdot p(x) dx \quad (9)$$

단, QN : 양자화 잡음

SN : 로화성 잡음

이러한 사실에서 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다

• 양자화는 even-state 및 odd-state 양자기를 나타낸다.

(2-2) Lap-PDF의 경우

$$\frac{(TN)_{odd}}{\alpha^2} = \frac{K^2(1 - e^{-\sqrt{3}K})}{12(2^{M-1} - 1)^2} + e^{-\frac{\sqrt{3}K}{2}} \quad (10)$$

$$\frac{(TN)_{even}}{\alpha^2} = \frac{K^2(1 - e^{-\sqrt{3}K})}{3(2^M - 1)^2} + e^{-\frac{\sqrt{3}K}{2}} \quad (11)$$

(2-3) Gam-PDF의 경우

$$\frac{(TN)_{odd}}{\alpha^2} = \frac{1}{12} \left(\frac{K}{2^{M-1} - 1} \right)^2 \cdot \text{erf} \left(\frac{\sqrt{3}K}{\sqrt{2}} \right) + \left(K^2 - \frac{2\sqrt{3}K}{3} + 1 \right) \left[1 - \text{erf} \left(\frac{\sqrt{3}K}{\sqrt{2}} \right) \right] + \sqrt{\frac{3}{2}} K (\sqrt{3} - K) e^{-\frac{\sqrt{3}K}{2}} \quad (12)$$

$$\frac{(TN)_{even}}{\alpha^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{K}{2^M - 1} \right)^2 \text{erf} \left(\frac{\sqrt{3}K}{\sqrt{2}} \right) + \left(K^2 - \frac{2\sqrt{3}K}{3} + 1 \right) \left[1 - \text{erf} \left(\frac{\sqrt{3}K}{\sqrt{2}} \right) \right] + \sqrt{\frac{3}{2}} K (\sqrt{3} - K) e^{-\frac{\sqrt{3}K}{2}} \quad (13)$$

3. SNR의 최대조건

이상 항려진 식 (10) ~ (13)을 $M=2 \sim 10$ 사이의 각각의 값에 대하여 $K=1.0 \sim 10.0$ 사이에서 91 등분하여 수치해석함으로써 SNR을 최대화하는 K_{opt} 를 구하였다. [10] ~ [13]은 K_{opt} 에서 %비를 나타내고 있다.

[표1] K_{opt} 에서 잡음 (LAP-PDF, ODD-STATE)

M	K_{opt}	QN/α^2	SN/α^2	TN/α^2	SNR (dB)	비고
2	1.3	0.1184	0.1591	0.2775	2.5366	* 5.7806
3	2.4	0.5154×10^{-1}	0.3357×10^{-1}	0.8511×10^{-1}	10.5799	* 10.5799
4	3.4	0.1950×10^{-2}	0.8622×10^{-2}	0.3766×10^{-1}	15.5813	* 15.6224
5	4.3	0.6833×10^{-2}	0.2286×10^{-2}	0.9118×10^{-2}	20.4010	* 20.6049
6	5.2	0.2343×10^{-2}	0.6401×10^{-2}	0.3983×10^{-2}	25.2529	
7	6.1	0.7811×10^{-3}	0.1793×10^{-2}	0.9602×10^{-3}	30.1758	
8	7.0	0.2532×10^{-3}	0.5020×10^{-3}	0.3034×10^{-3}	35.1806	
9	7.9	0.7998×10^{-4}	0.1406×10^{-3}	0.9204×10^{-4}	39.7331	

*: [6]에서 ADAMS와 GIESIER에 의한 수치

[표2] K_{opt} 에서 잡음 (LAP-PDF, EVEN-STATE)

M	K_{opt}	QN/α^2	SN/α^2	TN/α^2	SNR (dB)	비고
2	1.7	0.9737×10^{-1}	0.9034×10^{-1}	0.1877	2.2649	* 2.1309
3	2.6	0.4402×10^{-1}	0.2530×10^{-1}	0.7012×10^{-1}	11.5044	* 11.4448
4	3.5	0.1802×10^{-1}	0.7085×10^{-2}	0.2581×10^{-1}	16.0024	* 15.9817
5	4.3	0.6399×10^{-2}	0.2286×10^{-2}	0.8684×10^{-2}	20.6126	* 20.6126
6	5.2	0.2270×10^{-2}	0.6401×10^{-2}	0.3910×10^{-2}	25.3612	
7	6.1	0.7689×10^{-3}	0.1793×10^{-2}	0.9408×10^{-3}	30.2313	
8	7.0	0.2512×10^{-3}	0.5020×10^{-3}	0.3004×10^{-3}	35.2100	
9	7.9	0.7967×10^{-4}	0.1406×10^{-3}	0.9373×10^{-4}	40.2826	

* [6]에서 주어짐 수치

** [4]에서 주어짐 수치

[표3] Kopt 에서 잡음 (GAM-PDF ODD-STATE)

M	Kopt	QN/α²	SN/α²	TN/α²	S/N비 (dB)	비고
2	1.4	0.1473	0.2325	0.3746	4.2669	※※※ 2.2079
3	2.9	0.7492 × 10 ⁻¹	0.5348 × 10 ⁻¹	0.1296	8.8740	※※※ 12.2917
4	4.2	0.2979 × 10 ⁻¹	0.1592 × 10 ⁻¹	0.4561 × 10 ⁻¹	12.4098	※※※ 18.8775
5	5.7	0.1201 × 10 ⁻²	0.2882 × 10 ⁻²	0.1482 × 10 ⁻¹	18.2909	※※※ 24.3201
6	6.6	0.3775 × 10 ⁻²	0.7864 × 10 ⁻³	0.4561 × 10 ⁻²	22.4046	
7	7.6	0.1213 × 10 ⁻²	0.1909 × 10 ⁻³	0.1403 × 10 ⁻²	28.5285	
8	8.4	0.3665 × 10 ⁻³	0.5962 × 10 ⁻⁴	0.4544 × 10 ⁻³	32.7250	
9	9.2	0.1105 × 10 ⁻³	0.1727 × 10 ⁻⁴	0.1277 × 10 ⁻³	38.7367	

※※※ [1] 에서 Gaussian-PDF 대 푸어젠 수치

[표4] Kopt 에서 잡음 (GAM-PDF EVEN-STATE)

M	Kopt	QN/α²	SN/α²	TN/α²	S/N비 (dB)	비고
2	1.8	0.1109	0.1544	0.2652	5.7650	※※ 4.95
3	3.1	0.6404 × 10 ⁻¹	0.4479 × 10 ⁻¹	0.1078	9.6734	※※ 8.78
4	4.2	0.2595 × 10 ⁻¹	0.1502 × 10 ⁻¹	0.4477 × 10 ⁻¹	13.7918	※※ 13.00
5	5.7	0.1125 × 10 ⁻¹	0.2809 × 10 ⁻²	0.1406 × 10 ⁻¹	18.5202	※※ 12.09
6	6.6	0.3656 × 10 ⁻²	0.7964 × 10 ⁻³	0.4442 × 10 ⁻²	22.5240	
7	7.5	0.1162 × 10 ⁻²	0.2204 × 10 ⁻³	0.1383 × 10 ⁻²	28.3930	
8	8.4	0.3667 × 10 ⁻³	0.5962 × 10 ⁻⁴	0.4423 × 10 ⁻³	32.7543	
9	9.2	0.1080 × 10 ⁻³	0.1727 × 10 ⁻⁴	0.1293 × 10 ⁻³	38.9114	

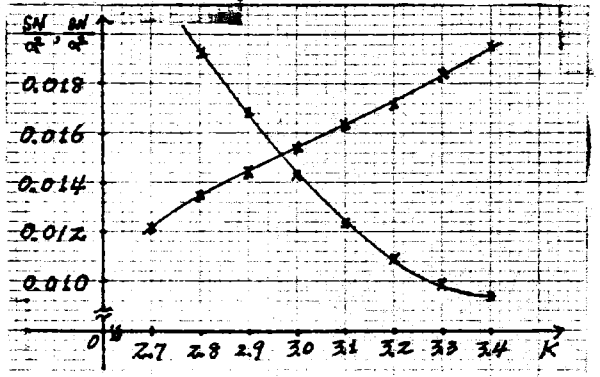
※※ [4] 에서 PAEZ 와 GLISSON 에 의한 수치

그리고 다음의 [표5]는 LAP-PDF 이며 ODD-STATE 에서 Kopt 근방의 잡음변화를 K의 값에 따라 나타낸 것이며 [그림1]은 잡음의 변화를 K에 따라서 도시한 예이다.

[표5] Kopt 근방에서 잡음변화

M	K	TN/α²	M	K	TN/α²
4	32	0.2806 × 10 ⁻¹	5	41	0.9240 × 10 ⁻²
4	33	0.2775 × 10 ⁻¹	5	42	0.9149 × 10 ⁻²
4	34	0.2766 × 10 ⁻¹	5	43	0.9118 × 10 ⁻²
4	35	0.2777 × 10 ⁻¹	5	44	0.9140 × 10 ⁻²
4	36	0.2806 × 10 ⁻¹	5	45	0.9210 × 10 ⁻²

(LAP-PDF, ODD-STATE)



[그림1] LAP-PDF, ODD-STATE, M=4 때 잡음특성도

4. 결론

이상 밝혀진 사항을 한 줄러서 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1). 음성 신호의 PDF를 LAP-PDF 및 GAM-PDF로 가정하는 경우에 양자기에서 발생하는 잡음에 관한 표현식은 식(10)~식(13)으로 유도되며 양자화잡음 및 포화잡음으로 분리가능하다.

(2). 이미 발표된 [1], [4] 및 [6]에서 취급한 잡음해석은 추적근 수방식에 의한 것으로서 M ≥ 5에서 적용가능하다고 하지만 본 연구에서 유도한 잡음 표현식은 임의의 M까지 확장하여 해석할 수 있다.

(3). 출력 여백의 포화점을 결정하는 상수 K에 대한 잡음감도 S를 다음과 같이 정의할 때 S ≤ 0.2가 되는 조건은 αKopt/Kopt ≤ 0.05이다.

$$S = \frac{\Delta(TN/\alpha^2)}{\alpha K_{opt}/K_{opt}}$$

5. 참고 문헌

- (1) JOEL MAJ, "Quantizing for minimum Distortion,"
IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-6, PP.
7-12, Mar. 1960.
- (2) LAWRENCE E. BRENNAN and IRVINGS. REED, "Quan-
tization noise in digital moving target
indication systems," IEEE Trans. Aerospace
and Electronic Sys. Vol. AES-2, PP. 655-658,
Nov. 1966.
- (3) GENE A. GRAY and GENE W. JECOLI, "Quantization
and Saturation Noise due to Analog-to-Digital
conversion," IEEE Trans. Aerospace and
Electronic Syst. Vol. AES-7, PP. 222-223,
Jan. 1971.
- (4) M.D. PAEZ and T.H. GLISSON, "Minimum Mean-Square
-Error Quantization in Speech PCM and DPCM
Syst." IEEE Trans. Comm. Vol. COM-20, PP.
225-230, Apr. 1972.
- (5) F.A. COLLINS and C.J. SICKING, "Properties of
Low Precision Analog-to-Digital converters,"
IEEE Trans. Aerospace and Electronic Syst.
PP. 643-646, Sept. 1976.
- (6) W.C. ADAMS, JR. and C.E. GIESLER, "Quantizing
Characteristics for Signals Having Laplacian
Amplitude Probability Density Function,"
IEEE Trans. Comm. Vol. COM-26, NO. 8, PP. 1295
-1297, Aug. 1978.
- (7) R.A. McDonald, "Signal-to-Noise and Idle
Channel Performance of differential pulse
code Modulation systems-Particular applications
to voice Signals," Bell Syst. Tech. J. Vol. 45,
PP. 1123-1151, Sept. 1966.