Mason公式의變更에 의한 회로의 解析

(The analysis of network with modification of Mason's formula)

成均館大 安 斗 守

1. 序 論

Signal flow graph 法이 回路,(문헌 3.4) 制御系(문헌3), 연립방정식의 解析에 많이 利用되고 있는 이유는 行列式보다도 Mason의 公式으로 그 解를 쉽게 찾을 수 있다는 点과 특히 回路나 制御系에서는 graph를 통하여 信号伝達過程을 認知할 수 있다는 点이다.

그러나 Mason의 公式은 주어진 source node에 대한 sink node 사이 만의 관계를 조사할 수 있기 때문에 임의의 node와 node 사이의 관계를 求하고저 할 때는 graph의 변형이 불가

피하다고 하여 graph의 변형에 대한 論文 (문헌 2)이 発表되었지만 non source node를 Source node로 取扱하기 위하여 原graph를 변형 한다는 것은 그 해석이 복잡하고 그렇게 쉬운 일이 아니며 주어진 system의 originality가 줄어드는 바 本論文에서는 Mason의 公式을 変更하여 임의의 node와 node 사이에 적용함으로서 原graph의 변경없이 임의의 node와 node 사이의 관계를 直接 求하고저 한다.

2. 本 論

임의의 node에서

$$\sum_{j=0}^{n} a_{ij} = 0 \qquad (i = 1, 2, 3, \cdots) \tag{1}$$

式(1)을

$$x_0 A_0 = AX \tag{2}$$

단

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ \vdots \\ a_{n0} \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & -a_{nn} \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

式(2)로 나타내어 Cramer 의 法則에 적응하면

$$\frac{x_s}{x_0} = \frac{D_s}{D} = \frac{\sum M_s \Delta_s}{\Delta} \quad (\text{문헌 } 1) \qquad (3\text{-}1)$$

$$\frac{x_p}{x_0} = \frac{D_p}{D} = \frac{\sum M_p \Delta_p}{\Delta} \quad (\text{문헌 } 1) \qquad (3\text{-}2)$$

여기서 $D = |A|$

D_s ; D의 S列의 要素를 A_0로 바꾼 行列式

式(3-1)과 式(3-2)에서

$$G_{sp} = \frac{x_s}{x_p} = \frac{\sum M_s \Delta_s}{\sum M_p \Delta_p} \qquad (4)$$

式(4)의 결과를 얻어 주어진 source node 에 대한 sinle node 에 적응된 Mason 의 公式을

임의의 node 와 node 사이에 적용할 수 있다.
특히 $p=0$ 즉 source node x_0 에서의
$\Sigma M_0 \Delta_0$ 의 값이 Mason 의 公式에서 Δ에 해당하므로 Mason 의 公式 $G_{S0} = \dfrac{\Sigma M_S \Delta_S}{\Sigma M_0 \Delta_0}$ 로 취급할 수도 있다.

그 例로서 그림 1과 같은 회로의 回路函數를 求해 보자.

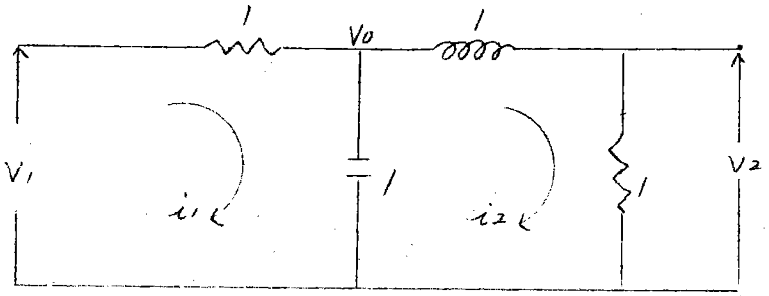

그림 1. 예의 회로

$$I_1(s) = V_1(s) - V_0(s)$$

$$V_0(s) = \frac{I_1(s)}{s} - \frac{I_2(s)}{s}$$

$$I_2(s) = \frac{1}{s} V_0(s) - \frac{1}{s} V_2(s)$$

$V_2(s) = I_2(s)$ Signal flow graph로 나타내면 그림 2와 같다.

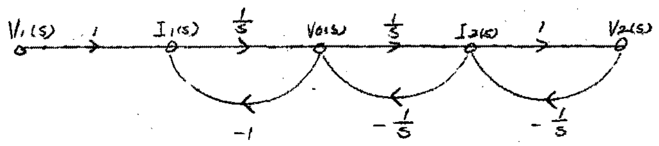

그림 2. 예회로의 Signal flow graph

$$\sum M_{V_1} \Delta_{V_1} = 1 + \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} = \frac{s^2+2s+2}{s^2}$$

$$\sum M_{I_1} \Delta_{I_1} = 1 + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} = \frac{s^2+s+1}{s^2}$$

$$\sum M_{V_0} \Delta_{V_0} = \frac{1}{s}\left(1 + \frac{1}{s}\right) = \frac{s+1}{s^2}$$

$$\sum M_{I_2} \Delta_{I_2} \quad \frac{1}{s^2}$$

$$\sum M_{V_2} \Delta_{V_2} = \frac{1}{s^2}$$

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{s^2+2s+2} \qquad \frac{V_2(s)}{I_1(s)} = \frac{1}{s^2+s+1}$$

$$\frac{V_1(s)}{I_1(s)} = \frac{s^2+2s+1}{s^2+s+1} \qquad \frac{V_2(s)}{V_0(s)} = \frac{1}{s+1}$$

等 其他의 回路函數도 求해 진다.

3. 結 論

Source node x_0 와 sink node x_2 사이에만 適用된 Mason의 公式 $G_{so} = \frac{\Sigma M_s \Delta_s}{\Delta}$ 를 임의의 Source node 및 sink node에 대한 $G_{sp} = \frac{\Sigma M_s \Delta_s}{\Sigma M_p \Delta_p}$ 의 式이 誘導됨으로써 original Signal flow graph의 변형없이 Mason의 式을 더욱 便利하게 回路나 system 等의 解析에 利用되리라 믿는다.

参考文献

1. Y. Chow and E. Cassignol
   Linear Signal-flow graph and Application,
   New York : Wiley 1962

2. 金炯甲 : 大韓電氣學会誌 論文 17-2-2
   1968年 7月

3. Samuel J. Mason :

Feedback theory, Proceedings of the IRE.

Vol. 44, 1956

4. O. Mar Wing

Ladder Network Analysis by Signal flow

graph IRE Transactions of Circuit theory

Vol. 3 1956